MATEMÁTICA 2021

TEC | Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

10 ° año

Prof. Ceirys Leiva Vives

VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Habilidad: Identificar el radio y el diámetro de una esfera

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

TEC Tecnológico de Costa Rica

VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Nota: Antes de iniciar con los conceptos de la ESFERA Y SUS ELEMENTOS, vamos ha observar con atención el siguiente video, en el que se explica que es un cuerpo de revolución. Y como se forman el cono, la esfera y el cilindro.

Observe con atención el siguiente video

https://www.youtube.com/watch?v=kD5gz2k5IZQ

ESFERAS EN LA NATURALEZA

En la naturaleza podemos encontrar frutos, semillas y flores que se asemejen a esferas. La Tierra aunque no es totalmente esférica, si tiene gran similitud.

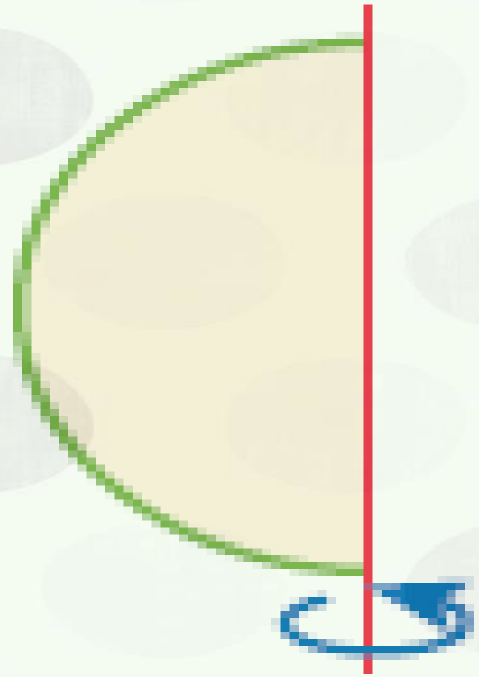
PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Conceptos

TEC Tecnológico de Costa Rica

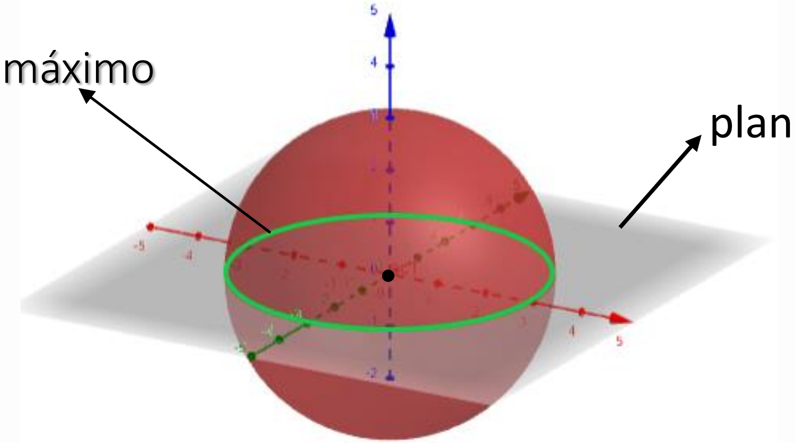
Una **ESFERA** se obtiene al girar un semicírculo alrededor de su diámetro. El semicírculo genera una esfera de centro O y radio r.

Todos los puntos de la superficie de la esfera equidista del **CENTRO** (es decir, están a una misma distancia)



Conceptos

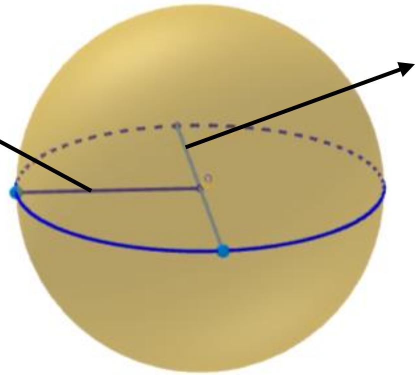
La intersección de una esfera y de un plano que contiene su centro se denomina **CÍRCULO MÁXIMO.**



En la esfera todos los puntos están a la misma distancia de su centro.

El segmento que une cada punto de la esfera con el centro se denomina **RADIO.**

Dos radios colineales forman un **DIÁMETRO.**

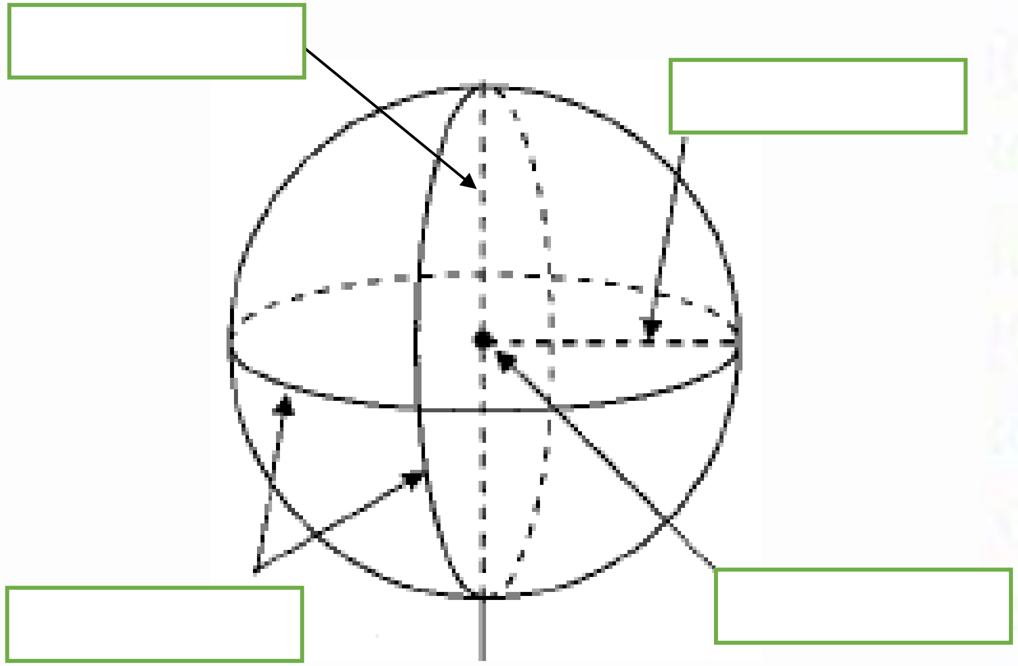


PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

TEC Tecnológico de Costa Rica

Ejemplo 1

Identifique los elementos de la siguiente circunferencia



Ingrese a la siguiente dirección, en la misma encontrara una aplicación de GeoGebra, Manipule el deslizador del radio y active las casillas del radio y diámetro.

ENLACE

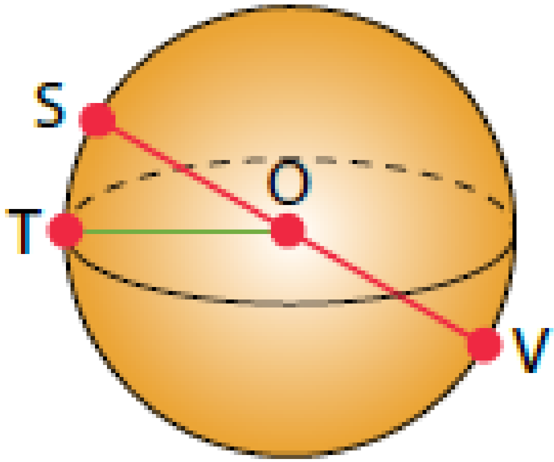
https://www.geogebra.org/m/jQAcCGDP

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

TEC Tecnológico de Costa Rica

Ejemplo 2

Determine los valores solicitados con base en los datos de la esfera adjunta.



- Si $TO = 18\ cm$ entonces la medida de $\overline{SV}$ es:

Solución: 36 cm

- Si $SV = 34\ cm$ entonces la medida de $\overline{TO}$ es:

Solución: 17 cm

- Si $TO + SV = 69\ cm$ entonces la medida de $\overline{SV}$ es:

Solución: 46 cm

MATEMÁTICA 2021

TEC | Tecnológico de Costa Rica

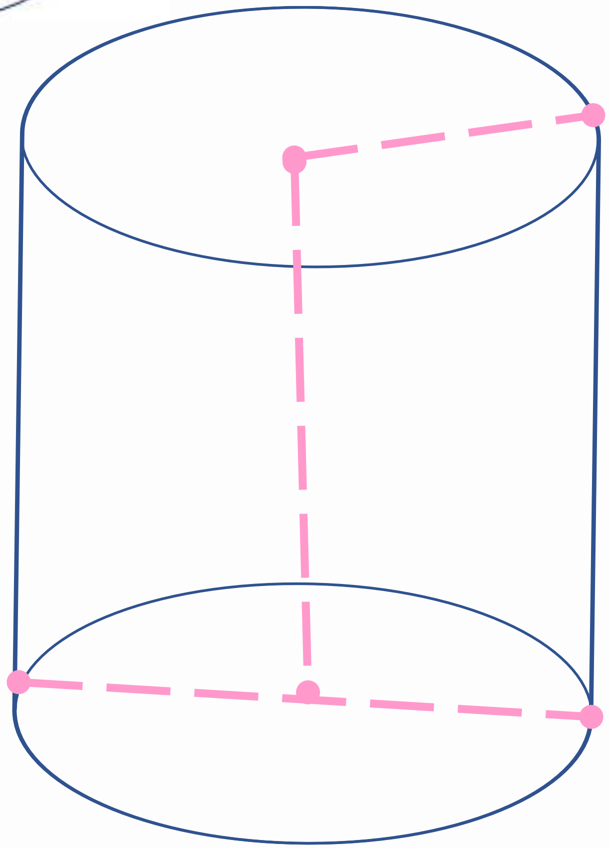
PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

10 ° año

Prof. Marisol Solano Benavides

Visualización Espacial

Identificar la superficie lateral, las bases, la altura, el radio y el diámetro de un cilindro circular recto.



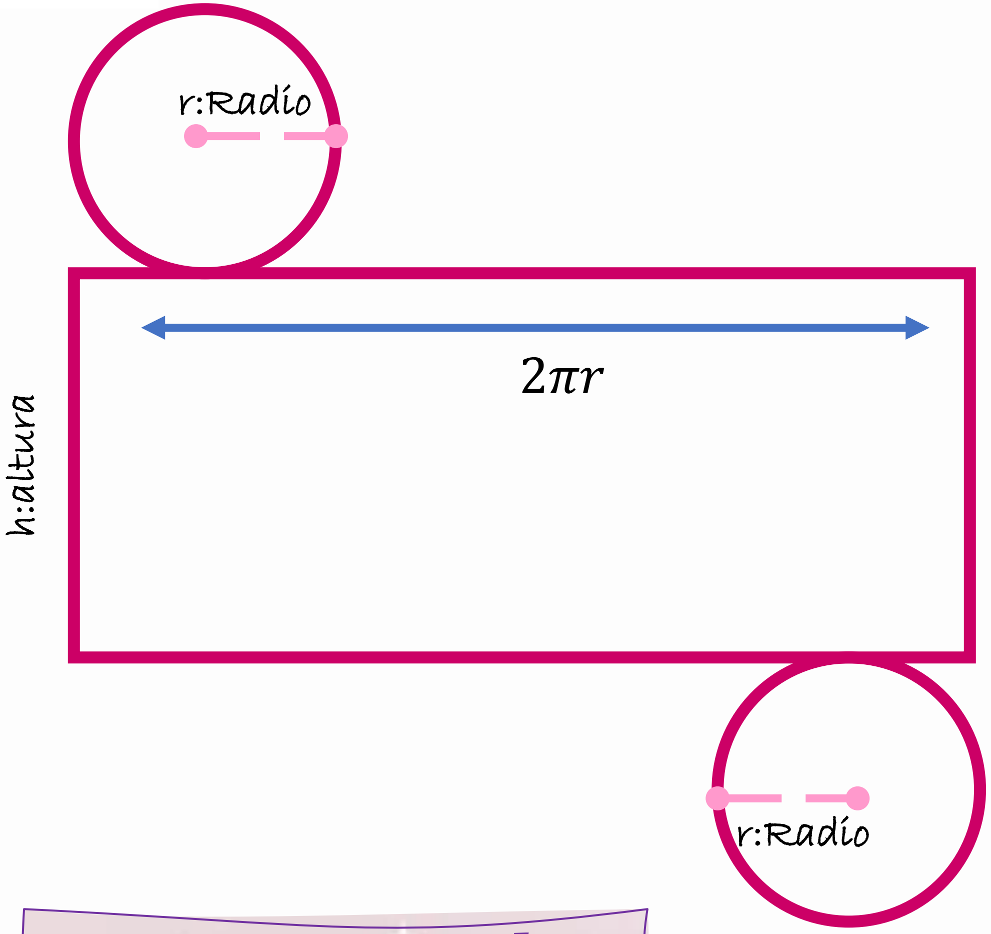
PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Gráfica mente

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Superficie lateral

La superficie lateral de un cilindro, es el área de rectángulo cuyos lados son h (altura del cilindro) y $2\pi r$ (longitud de la circunferencia).



$$A_L = 2\pi r h$$

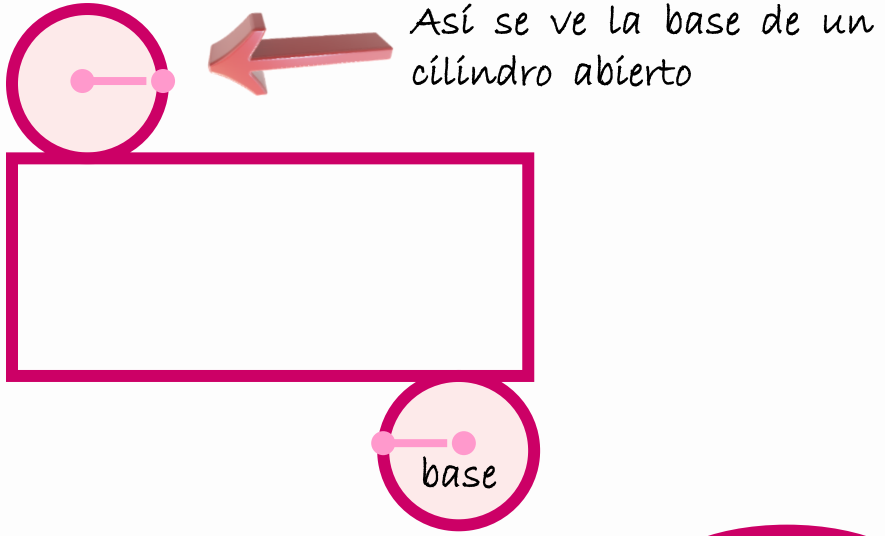
PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

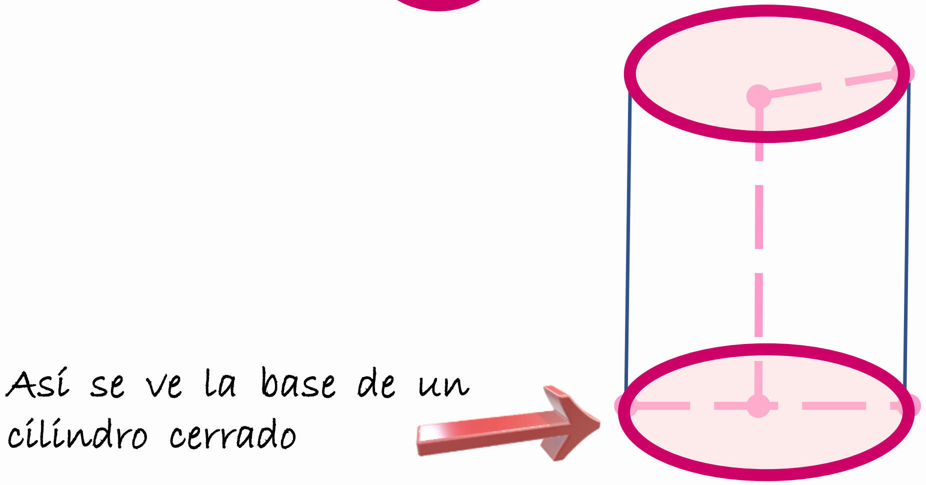
Gráfica mente

TEC Tecnológico de Costa Rica

Bases de un cilindro

Las bases de un cilindro corresponden a los círculos ubicados en la parte superior e inferior de la figura



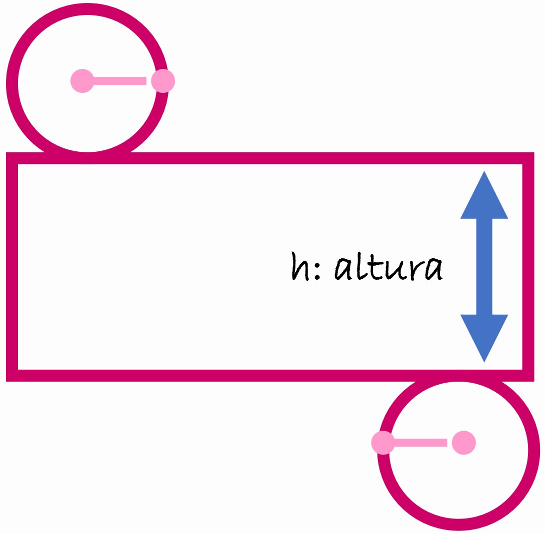


Altura de un cilindro

Es la distancia perpendicular, que hay entre los centros de las bases del cilindro.

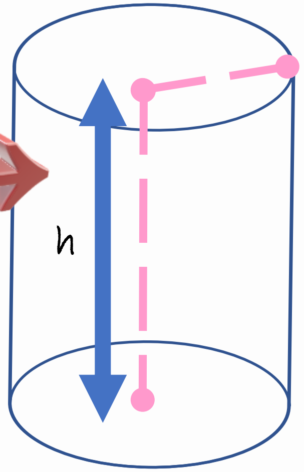
En general se denota con la letra h,

Gráfica mente



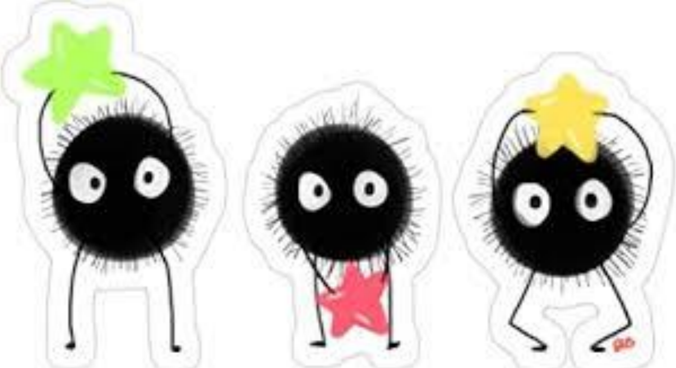
Así se ve la altura de un cilindro abierto

Así se ve la altura de un cilindro cerrado

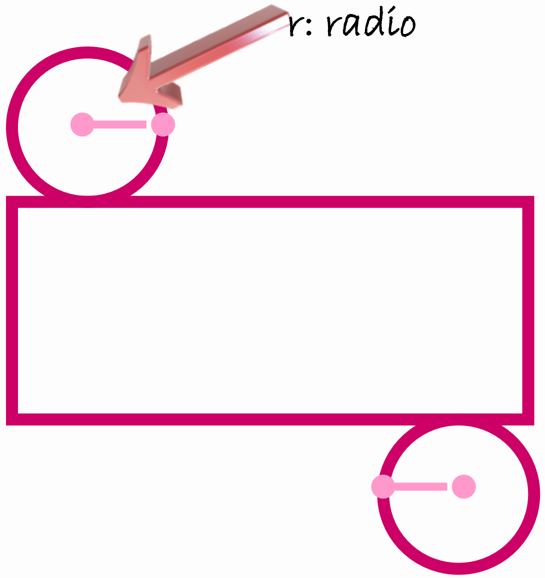


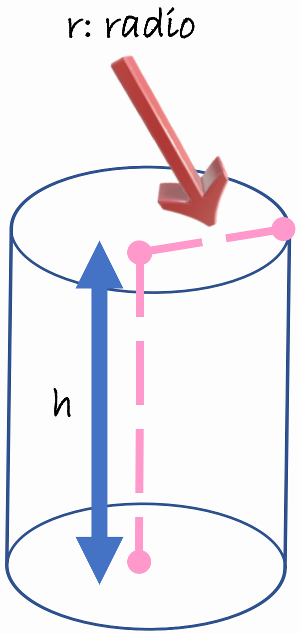
radio de un cilindro

Es la distancia entre el centro del círculo y un punto en la circunferencia.



Gráfica mente

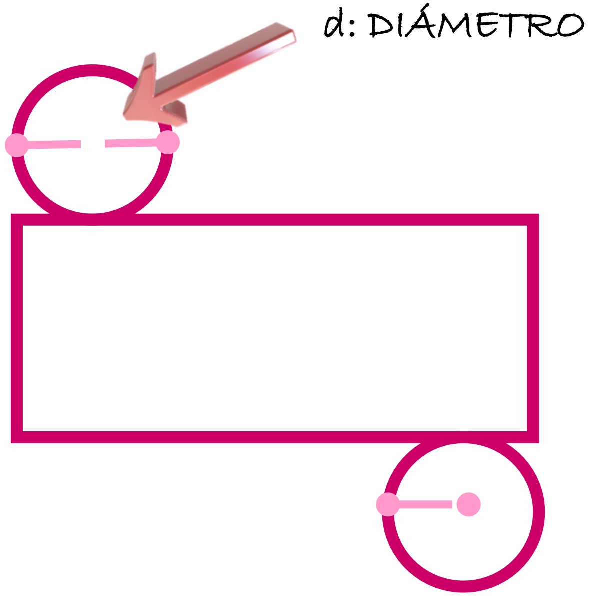




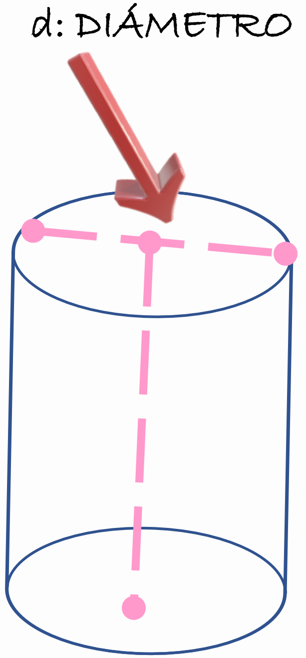
diámetro de un cilindro

Como en el caso de las circunferencias diremos que el diámetro corresponde a la suma de dos radios, o bien, al doble del radio.

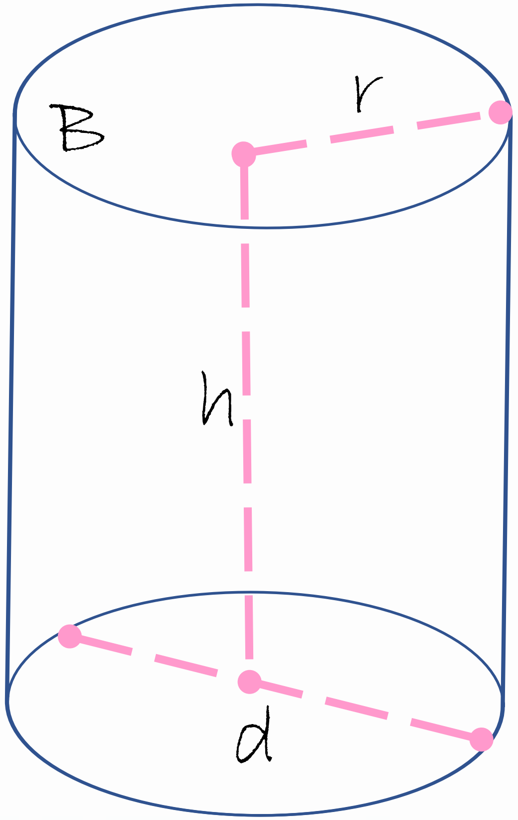
Gráfica mente



$$d = 2r$$



Síntesis



B: Base
r: Radio
h: Altura
d: Diámetro

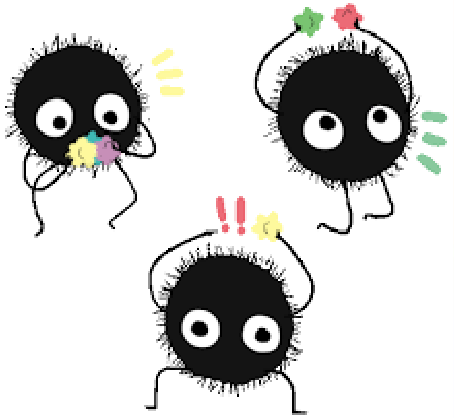
Otros datos del cilindro

Video

Desarrollo del cilindro.
Área del cilindro.

Conoce y aprende

Construcción de un cilindro



MATEMÁTICA 2021

TEC | Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

10 °
año

Prof. Johana Gómez Araya

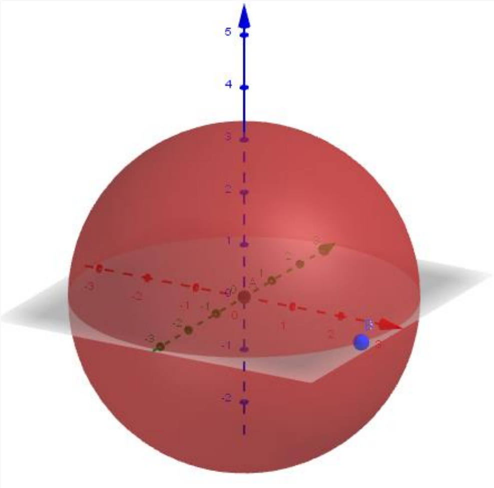
Esferas y cilindros

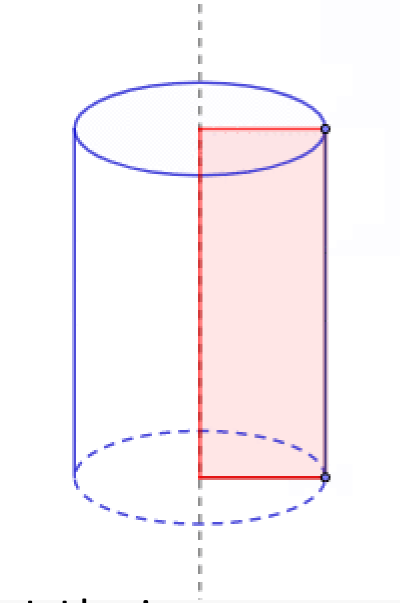
Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas.

Cuerpos de revolución

Vea el siguiente videos, para saber de donde se obtiene el cilindro y la esfera.

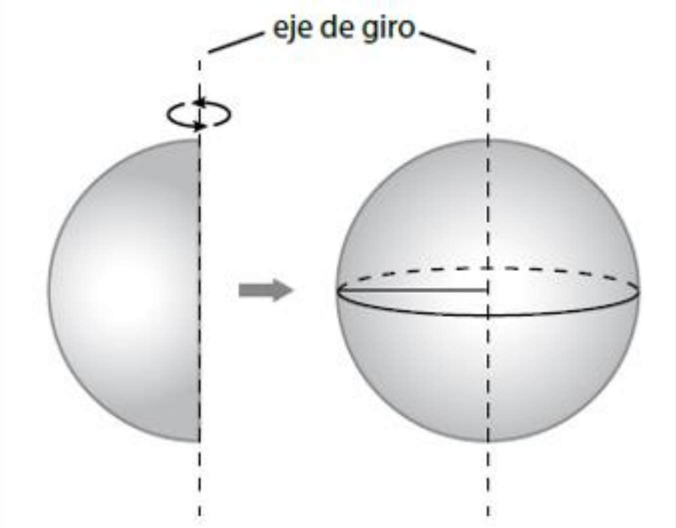
https://www.youtube.com/watch?v=kD5gz2k51ZQ

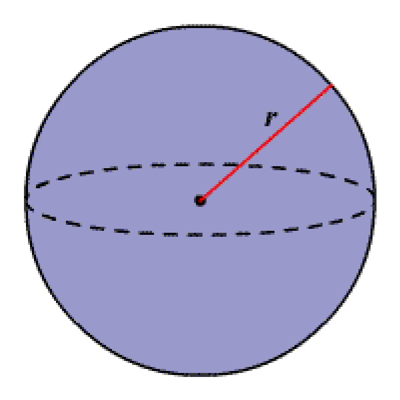


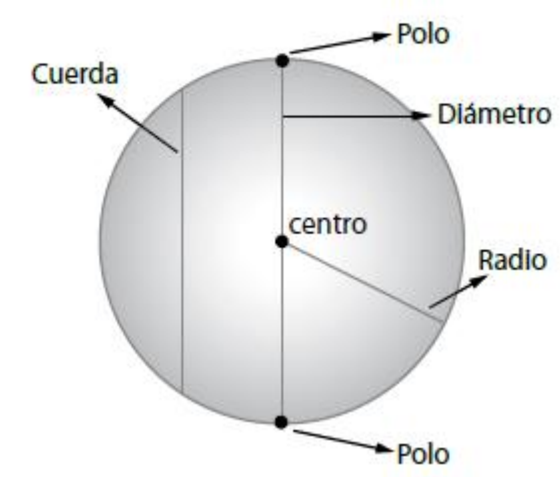


De J. Llopis

Esfera







Elementos:

Generatriz: Semicircunferencia que genera la superficie esférica.

Centro: Punto interior que equidista(esta a la misma distancia) de cualquier punto de la esfera.

Radio de la esfera: Distancia del centro a cualquier punto de la esfera.

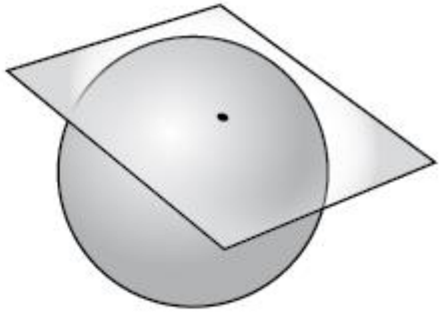
Polos: Puntos de intersección del eje de giro con la superficie esférica.

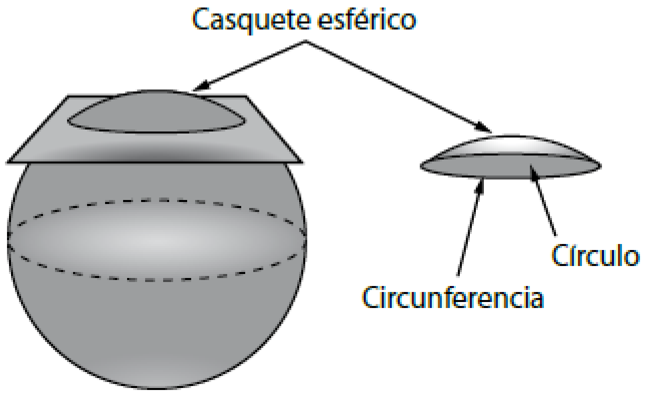
Secciones planas

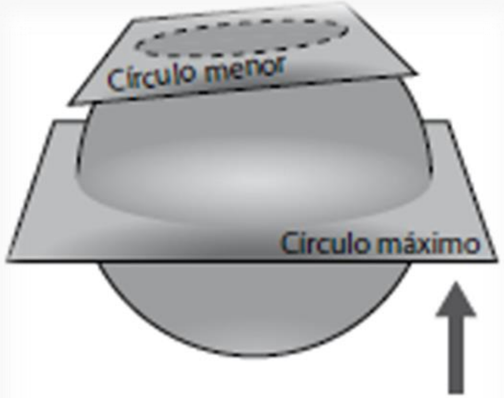
Sección plana: intersección de un plano con un cuerpo de revolución.

Si un plano corta una esfera, la sección plana que obtenemos siempre es un círculo.

El plano que toca (interseca) a la esfera en un solo punto es llamado plano tangente.





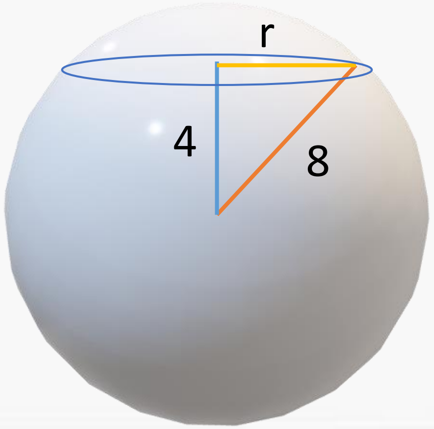


Si este plano pasa por el centro de la esfera, su intersección con la esfera se llama círculo, máximo de la esfera.

Relaciones métricas

Ejemplo 1: Una esfera es cortada por un plano que dista 4cm de su centro. Si el diámetro de la esfera es de 16cm, entonces, ¿cuál es el radio de la circunferencia formada por la intersección entre el plano y la esfera?

Solución



1. Dibujamos la esfera y el corte que cumple con los datos que nos brinda el ejercicio.
2. Formamos un triángulo rectángulo y para encontrar el dato que falta usamos Pitágoras.

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$
$$\Rightarrow 8^2 = 4^2 + r^2$$
$$\Rightarrow 8^2 - 4^2 = r^2$$
$$\Rightarrow \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{r^2}$$
$$\Rightarrow 4\sqrt{3} = r$$

R/ El radio de la sección plana es $4\sqrt{3}cm$.

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Relaciones métricas

TEC Tecnológico de Costa Rica

Para calcular el área total de una esfera se utiliza la fórmula:

$$A_T = 4\pi r^2$$

Para calcular el volumen de una esfera se utiliza la fórmula:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Ejemplo: Si una esfera tiene un volumen de $\frac{500}{3}\pi\, cm^2$ ¿cuál es el área total de la esfera?

Solución

1. Usamos la fórmula del volumen, para sustituir el dato que nos da el ejercicio y saber el radio de la esfera.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{500}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{500}{3}\pi}{\frac{4}{3}\pi} = r^3 \Rightarrow 125 = r^3$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{r^3}$$

$$\Rightarrow 5 = r$$

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Relaciones métricas

Para calcular el área total de una esfera se utiliza la fórmula:

$$A_T = 4\pi r^2$$

Para calcular el volumen de una esfera se utiliza la fórmula:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Ejemplo: Si una esfera tiene un volumen de $\frac{1000}{3}\pi\, cm^3$¿cuál es el área total de la esfera?

TEC Tecnológico de Costa Rica

Solución

2. Usamos la fórmula del área total, pues ya encontramos que $\text{el}\, radio\, es\, 5.$

$$A_T = 4\pi r^2$$

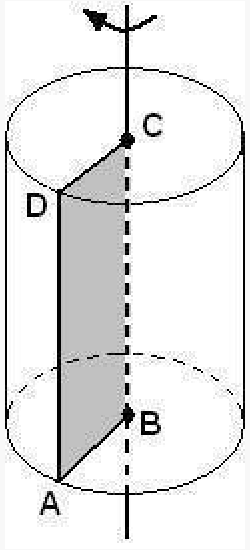
$$\Rightarrow A_T = 4\pi 5^2$$

$$\Rightarrow A_T = 4\pi \cdot 25$$

$$\Rightarrow A_T = 100\pi$$

R/ El área total de la esfera es $100\pi cm^2$.

Cilindro



Eje: Segmento $\overline{CB}$.

Bases: Circunferencia de radio $\overline{AB}$ y circunferencia de radio $\overline{DC}$.

Altura: Segmento $\overline{CB}$.

Generatriz: Segmento $\overline{DA}$.

Elementos

Eje: lado alrededor del cual gira el rectángulo.

Bases: son los círculos paralelos y congruentes.

El radio de los círculos es también el radio del cilindro.

Altura: corresponde al eje de rotación, es perpendicular a las bases.

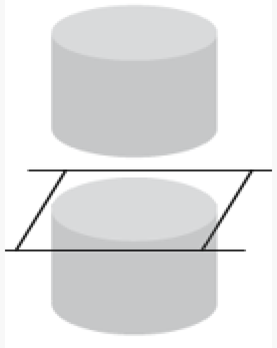
Generatriz: es el lado que al girar forma la cara lateral del cilindro.

Secciones planas en un cilindro

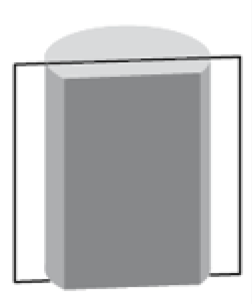
Sección plana: intersección de un plano con un cuerpo de revolución.

Existen diversos cortes de planos con el cilindro, como se muestran en las figuras de la derecha.

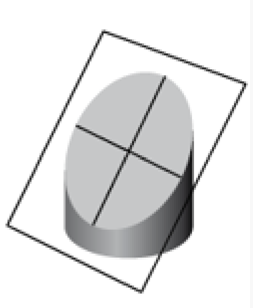
1. Plano paralelo a las bases.
2. Plano perpendicular a la base.
3. Plana oblicuo.



1. Obtenemos como sección plana una circunferencia.



2. Obtenemos como sección plana un rectángulo.



3. Obtenemos como sección plana una elipse.

Relaciones métricas

Área basal: es la suma de las áreas de las bases, es decir:

$$A_b = 2\pi r^2$$

Área lateral: se puede ver como un rectángulo de largo igual a la circunferencia de la base y el ancho igual a la altura del cilindro h. Así:

$$A_L = 2\pi rh$$

Área total: es la suma del área basal y lateral:

$$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

Volumen:

$$V = \pi r^2 h$$

Ejemplo1:

En un cilindro circular recto el área de la base es $50\pi cm^2$ y el volumen es $400\pi cm^3$. Encuentre el área lateral del cilindro

Solución

1. Debemos encontrar el radio y la altura del cilindro.
2. Usamos el dato del área de la base y de ahí despejamos el radio.

$$A_b = 2\pi r^2 \Rightarrow 50\pi = 2\pi r^2$$

$$\Rightarrow \frac{50\pi}{2\pi} = r^2 \Rightarrow 25 = r^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{25} = \sqrt{r^2}$$

$$\Rightarrow 5 = r$$

Relaciones métricas

Ejemplo1:

En un cilindro circular recto el área de la base es $50\pi cm^2$ y el volumen es $400\pi cm^3$. Encuentre el área lateral del cilindro

Solución

3. Como ya encontramos que el radio es 5, usamos el dato del volumen para encontrar la altura.

$$V = \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow 400\pi = \pi 5^2 h$$

$$\Rightarrow 400\pi = 25\pi h$$

$$\Rightarrow \frac{400\pi}{25\pi} = h \ \Rightarrow 16 = h$$

Solución

4. Como ya encontramos que el radio es 5 y la altura que es 16, usamos la fórmula del área lateral, para encontrar el dato que nos indica el ejercicio.

$$A_L = 2\pi rh$$

$$\Rightarrow A_L = 2\pi \cdot 5 \cdot 16$$

$$\Rightarrow A_L = 160\pi$$

Así, encontramos que el área lateral del cilindro es $160\pi cm^2$.

Esferas y cilindros

Referencias

Gif del cilindro:
De J. Llopis - Recuperado de: https://www.problemasyecuaciones.com/geometria3D/cilindro/calculadora-area-volumen-formulas-ejemplos-problemas.html, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=90446826

Imágenes:
El maestro en casa. 2016. Matemática a tu medida 1.

MATEMÁTICA 2021

TEC | Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

10 °

año

Prof. Claudia Fletes A.

CILINDRO SECCIONES PLANAS: ELIPSE

Reconocer elipses en diferentes contextos.

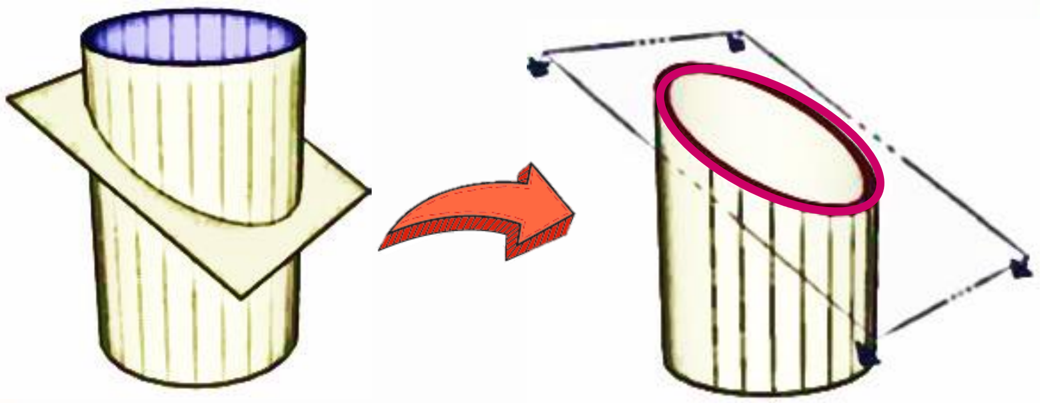
PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

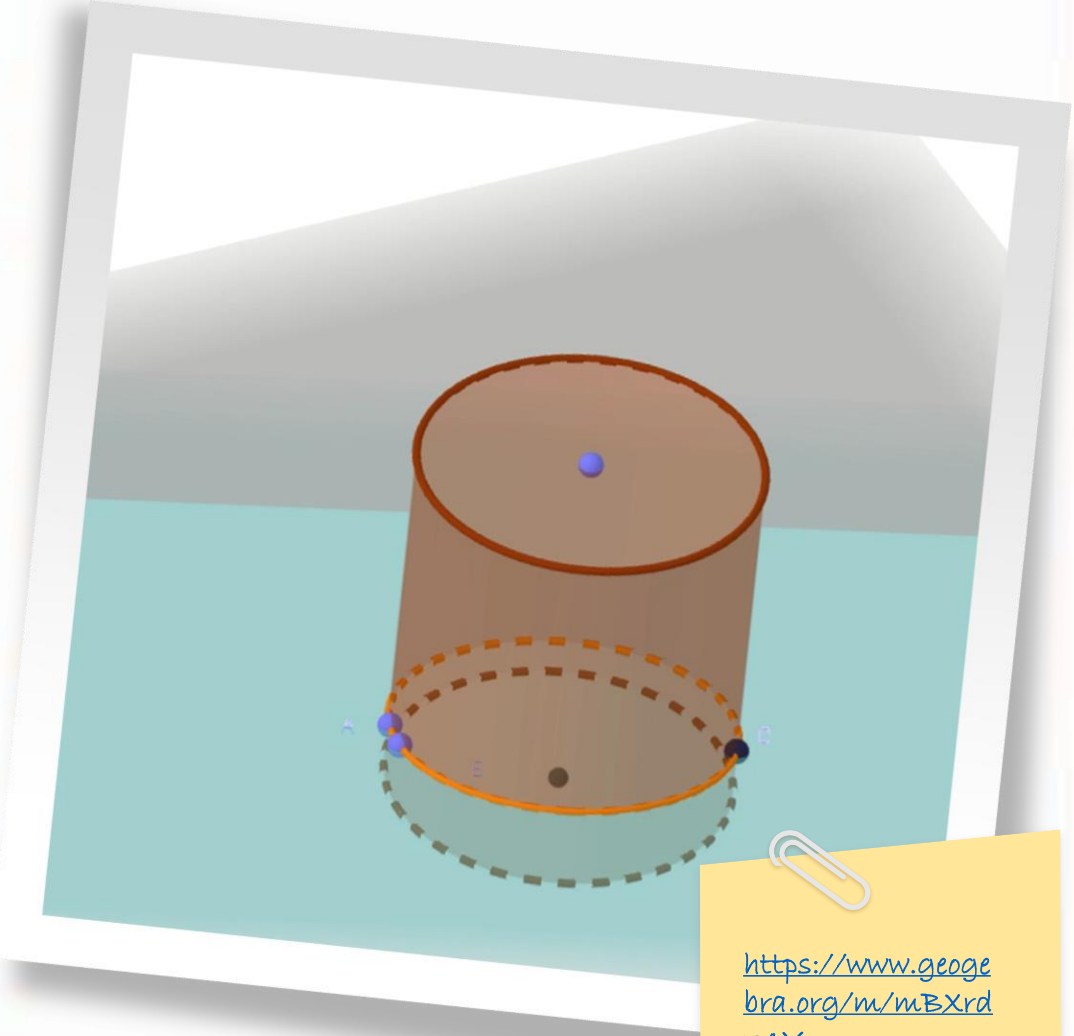
Definición

Sección plana Elipse

TEC Tecnológico de Costa Rica

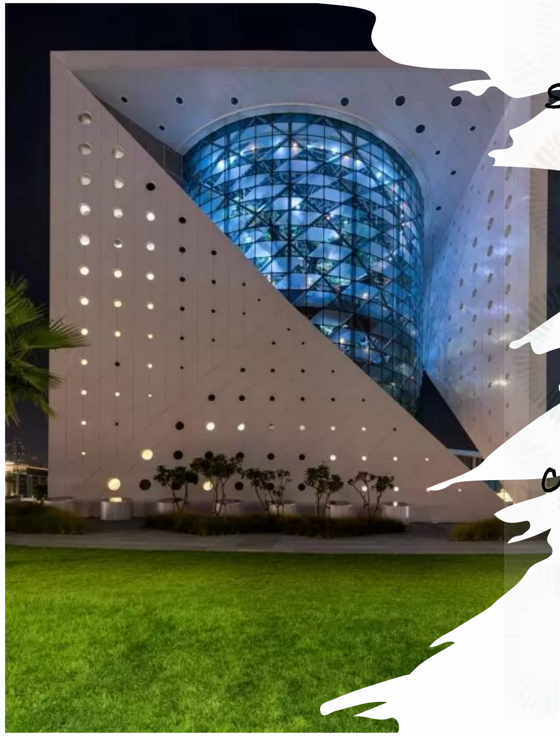
Elipse: se forma al realizar un corte con un plano oblicuo al cilindro que no interseca la base.



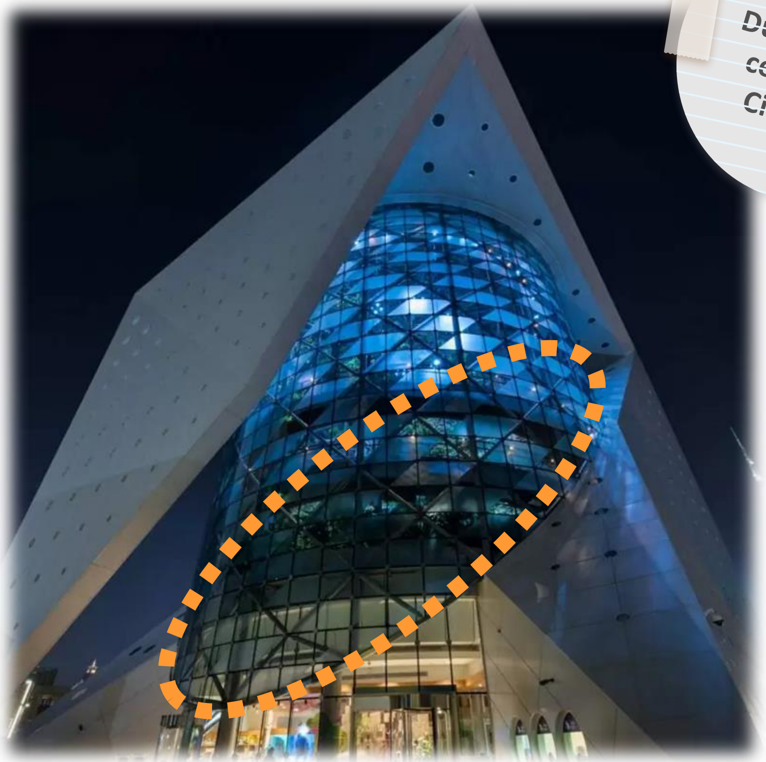


https://www.geogebra.org/m/mBXrdz4Y

Arquitectura



Los cuerpos sólidos simples como el cilindro son la base de muchas estructuras en la arquitectura, que después de algunas transformaciones con cortes se obtienen elipses que mejoran la forma, las entradas de luz ventilación o soporte.



El Green Planet Dubai es un centro de Ciencias

Arquitectura

Arq. Mario Botta
https://www.larambladigital.com/2016/06/aureliano-sainz-arquitectura-mario-botta.html

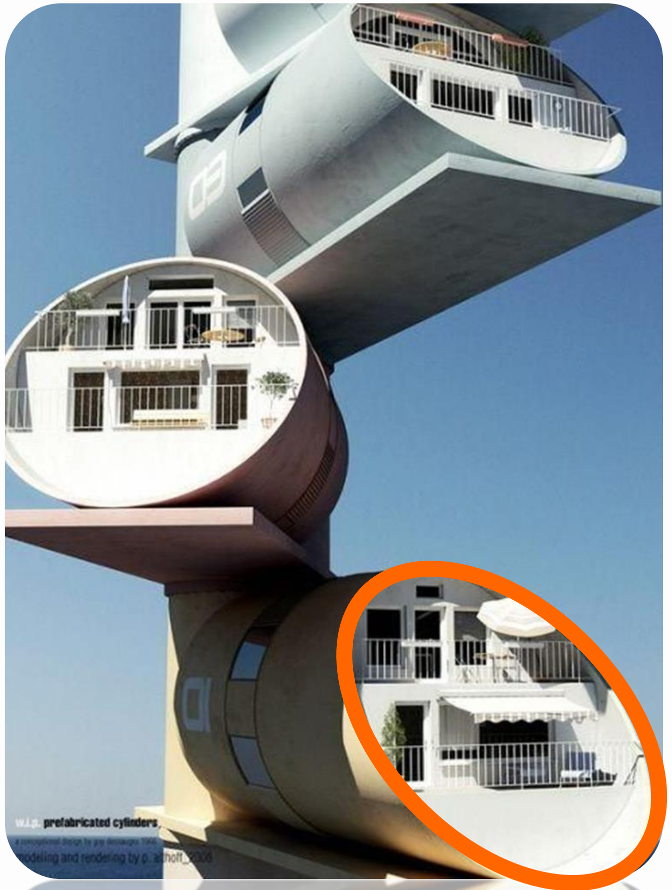
La Luccile hecho de un par de cilindros inclinados de los que su intersección forma un arco elíptico entre la audiencia y el podio, el nuevo espacio para conciertos

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Arquitectura

TEC Tecnológico de Costa Rica

Forest House



Forest House, Ubicada en Italia por el Arq Miroslav Naskov https://amazingarchitecture.com/visualization/forest-house-italy-by-miroslav-naskov-mind-design

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Satélites

http://pegaso1701.blogspot.com/2012/06/telescopios-espaciales-i-iras.html

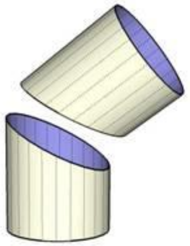
Telescopios espaciales I: IRAS

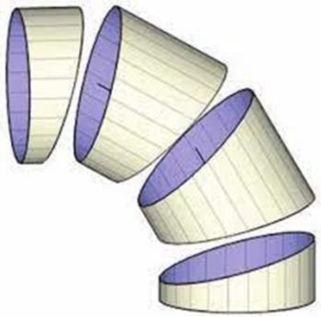
Plumas antiguas

TEC Tecnológico de Costa Rica

Escape de Autos

Chimeneas





PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

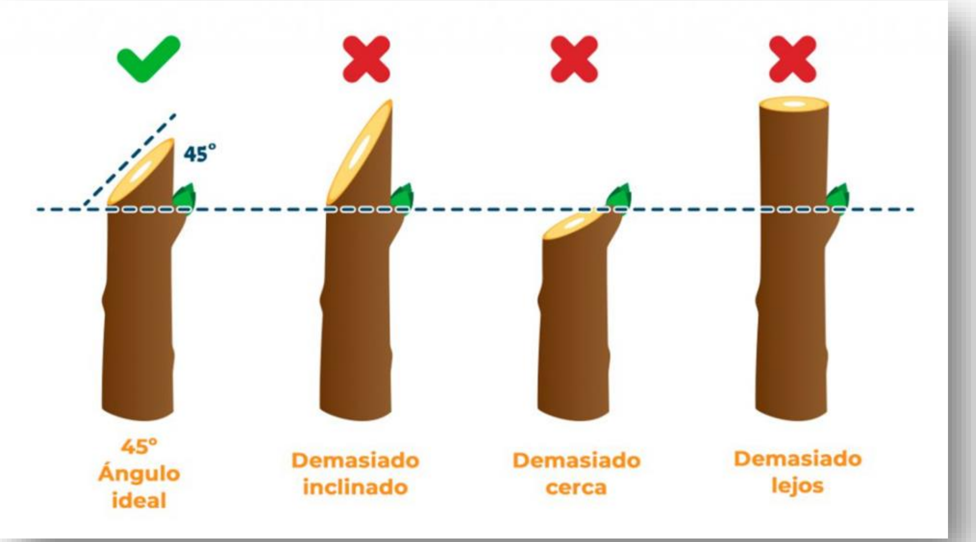
Fuentes de bambú

Lámparas

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Para podar árboles



Al tomar agua

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Porta lápices

Arte culinario

TEC Tecnológico de Costa Rica