



Función Logarítmica

PAEM

Proyecto de
Apoyo a la
Educación
Matemática

TEC

Tecnológico
de Costa Rica

Profesora: Lency Céspedes Gómez

La **función exponencial** está definida por, $f(x) = a^x, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ donde $a > 0, a \neq 0, a \neq 1$ es una *función inyectiva* y su *codominio es igual al ámbito*, se concluye que posee inversa.

¿Quién es su inversa?

La inversa de la función exponencial corresponde a la **función logarítmica**, la cual se denota mediante $f(x) = \log_a(x), f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ donde $a > 0, a \neq 0, a \neq 1$.

Función logaritmo natural

La función logarítmica se le llama logaritmo natural específicamente en el caso que la base sea **e**. Particularmente se denota como: $f(x) = \ln(x)$

Nota:

Particularmente, si la base del logaritmo es **10** se denota como: $f(x) = \log(x)$



Recuerde:



Criterios que no corresponden a funciones logarítmicas:

- Si la base posee variables.
- Si la base es negativa o cero.

Ejemplos:



Los siguientes criterios no corresponden a funciones logarítmicas:

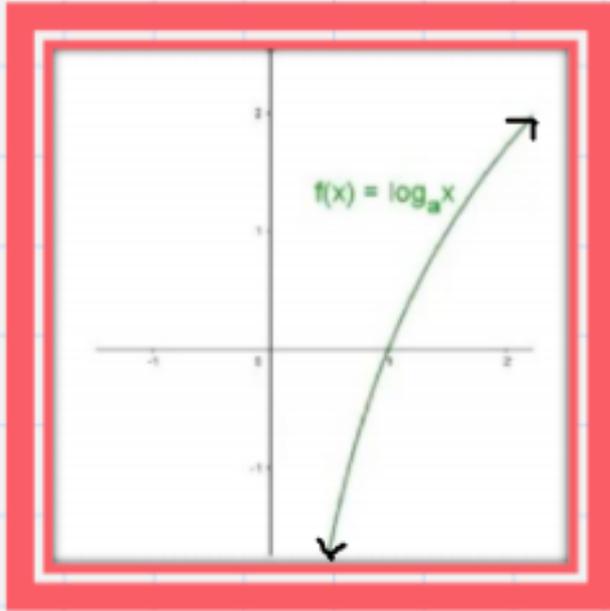
$f(x) = \log_{\frac{x}{3}}(x + 1)$ porque posee una variable en la base.

$f(x) = \log_0(x)$ porque la base es cero.

$f(x) = \log_{-5}(x)$ porque la base es negativa.

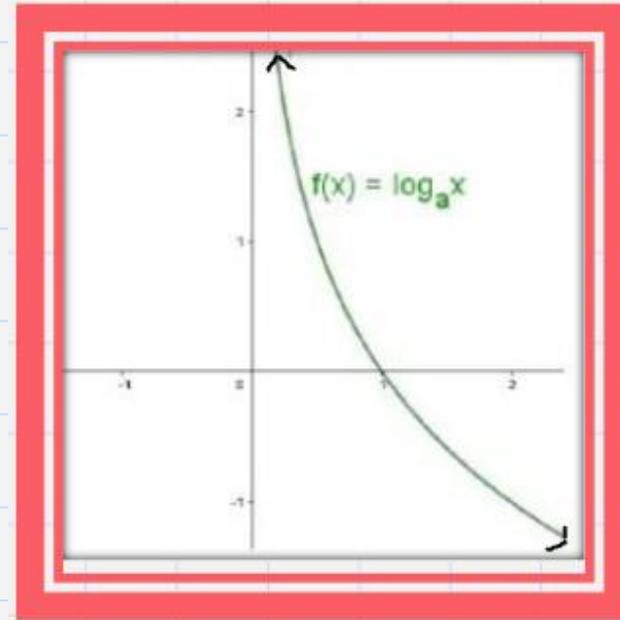


Monotonía de la función logarítmica



$$a > 1$$

Estrictamente creciente



$$0 < a < 1$$

Estrictamente decreciente

Propiedades:

Si $a > 1$:

- Interseca el eje x en $(1,0)$
- No interseca el eje y
- Es estrictamente creciente
- Es asíntota al eje y
- Dominio: \mathbb{R}^+
- Ámbito: \mathbb{R}
- Es inyectiva

Si $0 < a < 1$:

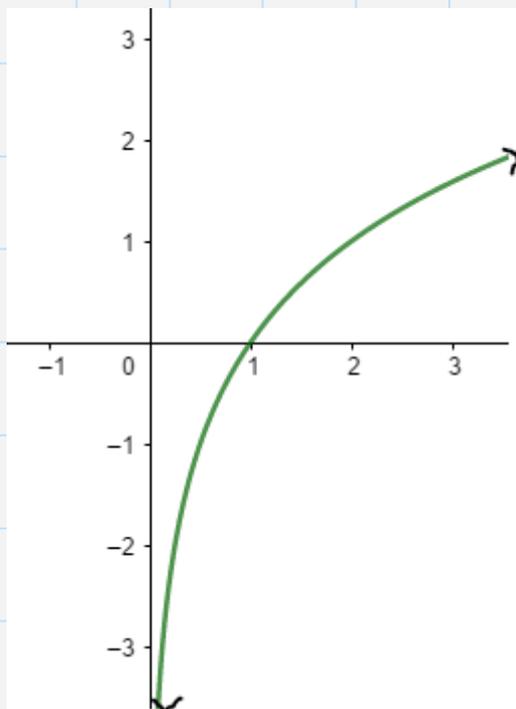
- Interseca el eje x en $(1,0)$
- No interseca el eje y
- Es estrictamente decreciente
- Es asíntota al eje y
- Dominio: \mathbb{R}^+
- Ámbito: \mathbb{R}
- Es inyectiva

A colorful illustration on a light blue grid background. A large red oval is the central focus, with the word "Ejemplos" written in white, rounded, sans-serif font. A girl with purple hair in a bun, wearing a blue shirt and yellow skirt, stands on a green stool, holding a blue pencil to the right side of the oval. A red paperclip is at the top of the oval. A blue pencil is on the left, with a blue squiggly line trailing from its tip. A purple squiggly line is in the top left, and a yellow squiggly line is in the top right.

Ejemplos

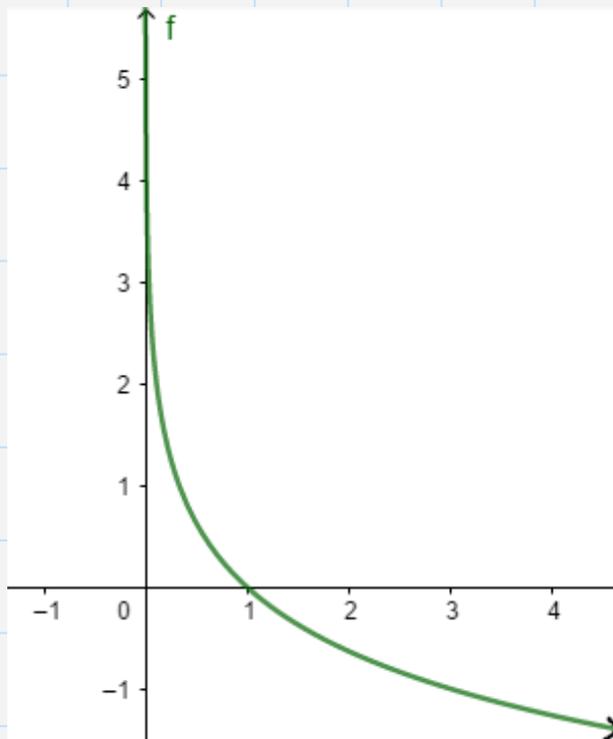
Creciente

Pues $a > 1$, ya que $a = 2$:



Decreciente

Pues $0 < a < 1$, ya que $a = 1/3$:



Ejercicio 1



Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{5}{2}}(x)$$

- Intersección con el eje x: _____
- Intersección con el eje y: _____
- Monotonía: _____
- Dominio: _____
- Ámbito: _____
- Imagen de -2: _____

- Preimagen de 3: _____

Solución 1



Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{5}{2}}(x)$$

- Intersección con el eje x: (1,0)
- Intersección con el eje y: No interseca al eje y
- Monotonía: Estrictamente creciente
- Dominio: \mathbb{R}^+
- Ámbito: \mathbb{R}

Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{5}{2}}(x)$$

- Imagen de -2: No existe

Pues, note que $x = -2$:

$$f(x) = \log_{\frac{5}{2}}(x)$$

$f(x) = \log_{\frac{5}{2}}(-2)$, pero no se puede realizar esta operación, ya que el dominio de f es \mathbb{R}^+ .

Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{5}{2}}(x)$$

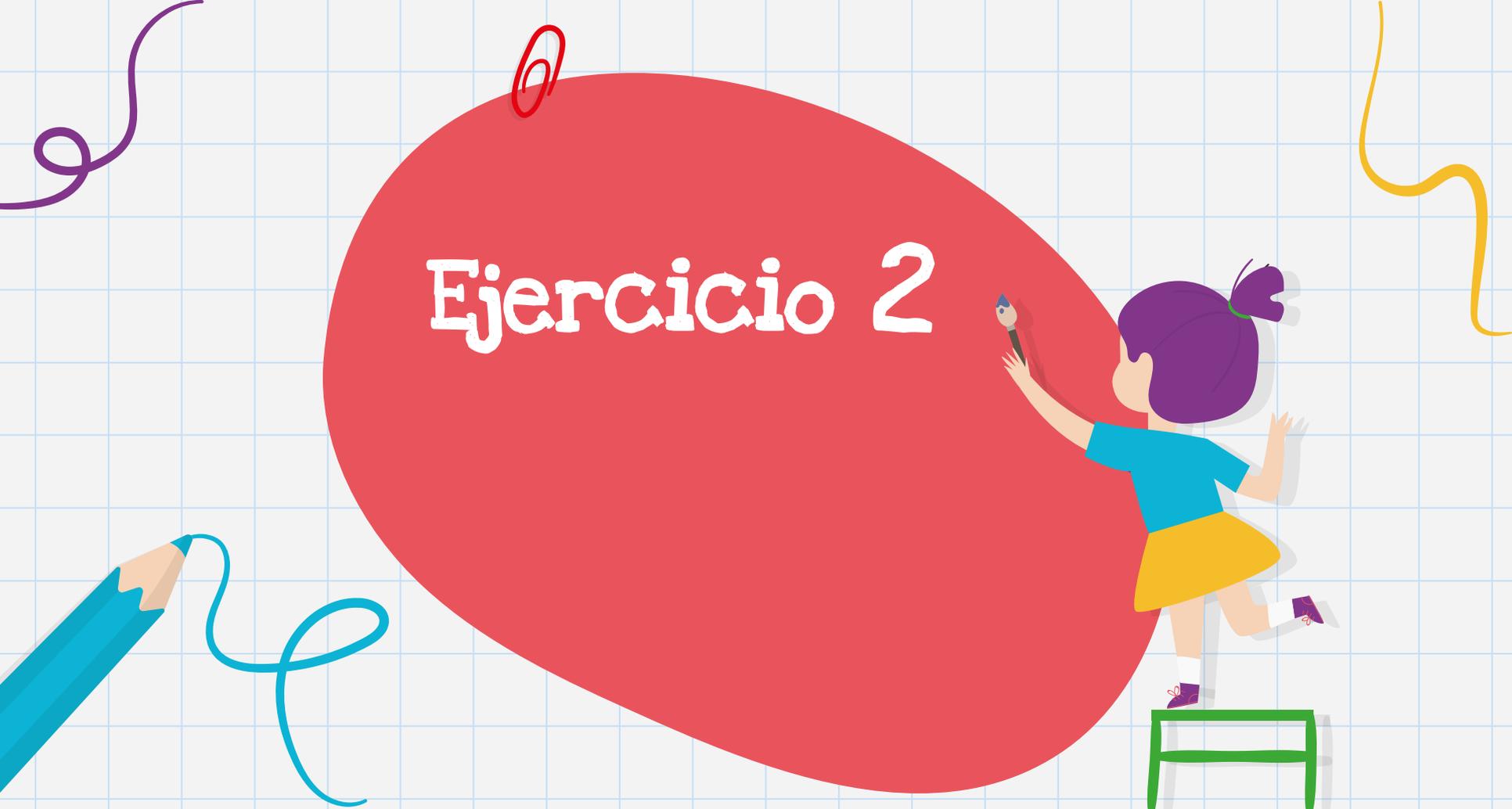
- Preimagen de 3: $\frac{125}{8}$
Pues, note que $f(x) = 3$:

$$3 = \log_{\frac{5}{2}}(x)$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 = x$$

$$\frac{125}{8} = x$$

Ejercicio 2



Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{2}{5}}(x)$$

- Intersección con el eje x: _____
- Intersección con el eje y: _____
- Monotonía: _____
- Dominio: _____
- Ámbito: _____
- Imagen de 0: _____

- Preimagen de 5: _____

Solución 2



Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{2}{5}}(x)$$

- Intersección con el eje x: (1,0)
- Intersección con el eje y: No interseca al eje y
- Monotonía: Estrictamente decreciente
- Dominio: \mathbb{R}^+
- Ámbito: \mathbb{R}

Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{2}{5}}(x)$$

- Imagen de 0: No existe

Pues, note que $x=0$:

$$f(x) = \log_{\frac{2}{5}}(x)$$

$f(x) = \log_{\frac{2}{5}}(0)$, pero no se puede realizar esta operación, ya que el dominio de f es \mathbb{R}^+ .

Realice el análisis completo de la función que se presenta a continuación:

$$f(x) = \log_{\frac{2}{5}}(x)$$

- Preimagen de 5: $\frac{32}{3125}$

Pues, note que $f(x) = 5$:

$$5 = \log_{\frac{2}{5}}(x)$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^5 = x$$

$$\frac{32}{3125} = x$$



Actividad interactiva

Ingrese al siguiente link y realice los ejercicios que se le presentan:

 <https://quizizz.com/join?gc=60329920>

