



MATEMÁTICA 2021

POLÍGONOS

Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos.

Estimar perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.

Utilizar software de geometría dinámica para estudiar propiedades y realizar conjeturas sobre las figuras geométricas.

TEC | Tecnológico
de Costa Rica

PAEM Proyecto de
Apoyo a la
Educación
Matemática

10^o
año

Prof. Ceirys Leiva Vives

POLÍGONOS

Problemas que involucren polígonos

POLÍGONOS

IMPORTANTE: Observe con suficiente atención el siguiente vídeo, con el objetivo de repasar algunos contenidos importantes para abordar algunos problemas de polígonos regulares.

Enlace:

<https://www.youtube.com/watch?v=1s4aRj-pVYg>

ÁREA Y PERIMETRO PENTAGONO



$$P = 30\text{cm}$$



$$A = 61.5\text{cm}^2$$



Ejemplo 1

Si la medida de un ángulo central de un polígono es de 20° y la longitud de uno de sus lados es de 22 m , ¿cuál es el perímetro de ese polígono?

Para dar solución al ejemplo 1 note que

- **Ángulo central:**

$$m\angle c = 20^\circ$$

$$m\angle c = \frac{360^\circ}{n} = 20^\circ$$

Despejando n obtenemos el número de lados que tiene el polígono

$$20^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{20^\circ} = 18$$

- **Es decir es un polígono regular de 18 lados**
- **Perímetro**

$$P = n \cdot l$$

Tenemos que

$$n = 18$$

$$l = 22\text{ m}$$

Así,

$$P = n \cdot l$$

$$\Rightarrow P = 18 \cdot 22\text{ m}$$

$$\Rightarrow P = 396\text{ m}$$

El perímetro del polígono es de 396 m

Ejemplo 2

En colegio usan mesas cuya superficie tiene forma de triángulo equilátero de perímetro **225 cm** cada una. Al unir seis de esas mesas se forma un hexágono regular. Calcule el perímetro de ese hexágono.



SOLUCIÓN

Recuerde: EL triángulo equilátero tiene sus tres lados iguales

- Perímetro del triángulo

$$P = n \cdot l$$

$$225 \text{ cm} = 3 \cdot l$$

- Despejando l obtenemos la medida del lado

$$\frac{225 \text{ cm}}{3} = l$$

$$\Rightarrow l = 75 \text{ cm}$$

Ejemplo 2

SOLUCIÓN

Nota: Los lados del hexágono que se forma al unir las seis mesas coinciden con la medida del lado de triángulo equilátero que acabamos de encontrar



- Perímetro del hexágono

$$P = n \cdot l$$

Tenemos que

$$n = 6$$

$$l = 75 \text{ cm}$$

Así,

$$P = n \cdot l$$

$$\Rightarrow P = 6 \cdot 75 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P = 450 \text{ cm}$$

El perímetro del hexágono es de **450 cm**

Ejemplo 3

¿Cuántos centímetros cuadrados de material aproximadamente tiene la señal de tránsito que indica ALTO?
Observe la figura.



SOLUCIÓN

- Datos

$$n = 8$$

$$l = 20 \text{ cm}$$

- Perímetro

$$P = n \cdot l$$

$$\Rightarrow P = 8 \cdot 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P = 160 \text{ cm}$$

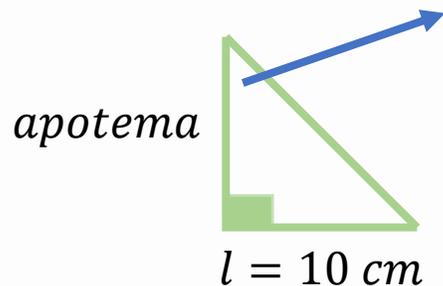
- Área

$$A = \frac{P \cdot a_p}{2}$$

Ejemplo 3

SOLUCIÓN

- Necesitamos saber la medida de la apotema del polígono, para calcular el área. Entonces dibujemos el triángulo rectángulo correspondiente



Este ángulo mide $22,5^\circ$ se obtiene de calcular el ángulo central y dividirlo entre 2

- Usaremos trigonometría, para averiguar la medida del apotema

$$\tan 22,5^\circ = \frac{10}{ap} \Rightarrow ap \cdot \tan 22,5^\circ = 10$$

$$\Rightarrow ap = \frac{10}{\tan 22,5^\circ} \Rightarrow ap = 24,14 \text{ cm}$$

- Datos

$$ap = 24,14 \text{ cm}$$

$$P = 160 \text{ cm}$$

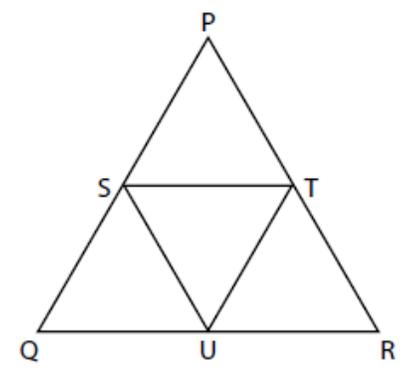
- Área

$$A = \frac{P \cdot a_p}{2} = \frac{160 \cdot 24,14}{2} = 1931,2 \text{ cm}^2$$

EJERCICIOS

1

Si la figura PQR es un triángulo equilátero y los puntos S, T y U son puntos medios de los lados del triángulo. ¿Cuál es el área del triángulo STU si el lado PQ mide 18 cm?

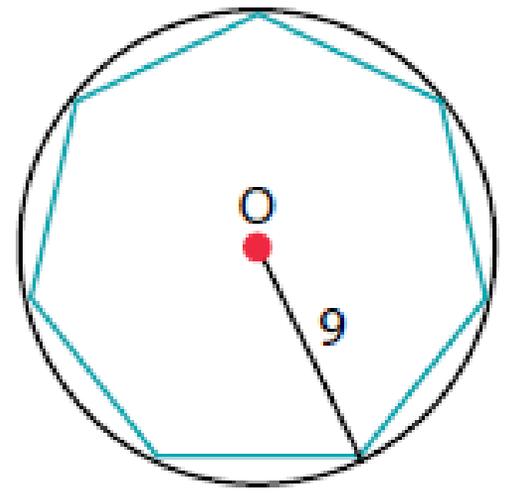


Respuesta:

El área del triángulo STU es $\frac{81\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$

2

Si la medida del radio de la circunferencia circunscrita al heptágono mide 9 cm, ¿cuál es aproximadamente el perímetro del polígono?



Respuesta:

El perímetro del polígono es 54,66 cm

TEC | Tecnológico
de Costa Rica



Prof. Johana Gómez Araya



Polígonos irregulares

Estimar perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.

Definiciones

Vea los siguientes videos, para recordar conceptos previos:

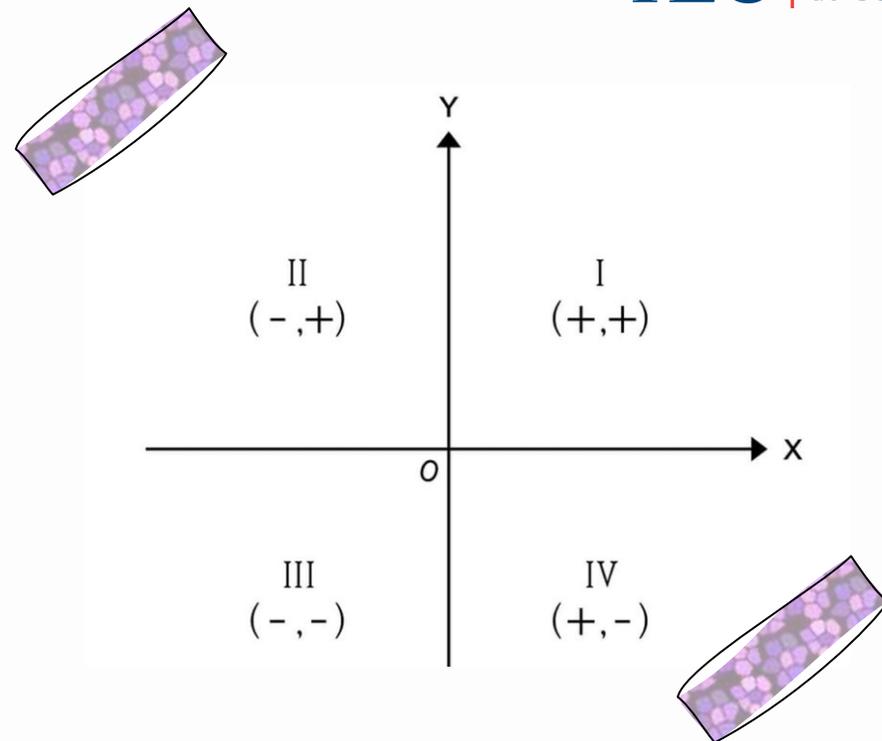
Plano cartesiano:

<https://www.youtube.com/watch?v=2P46FprOypc>

Distancia entre puntos:

<https://www.youtube.com/watch?v=kDZTTOW5dc>

Perímetro: es la suma de los lados de una figura geométrica



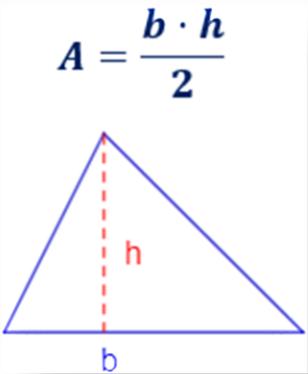
Fórmula distancia entre puntos:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Fórmulas

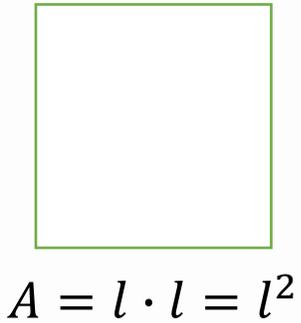
Para poder calcular áreas de figuras planas irregulares, trataremos de dibujar figuras geométricas de las cuales conocemos la fórmula para calcular el área.

Triángulo



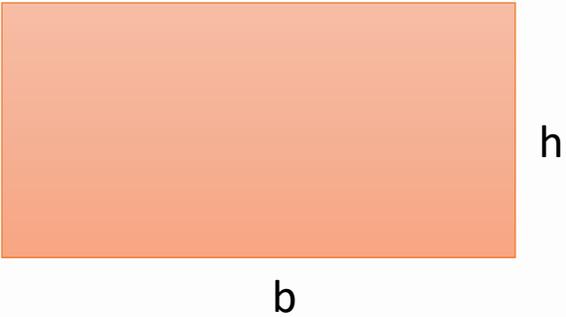
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Cuadrado



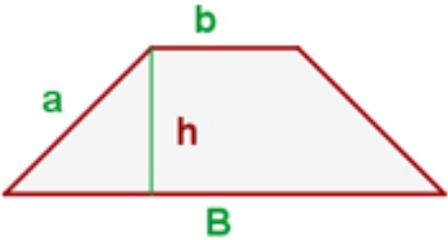
$$A = l \cdot l = l^2$$

Rectángulo



$$A = b \cdot h$$

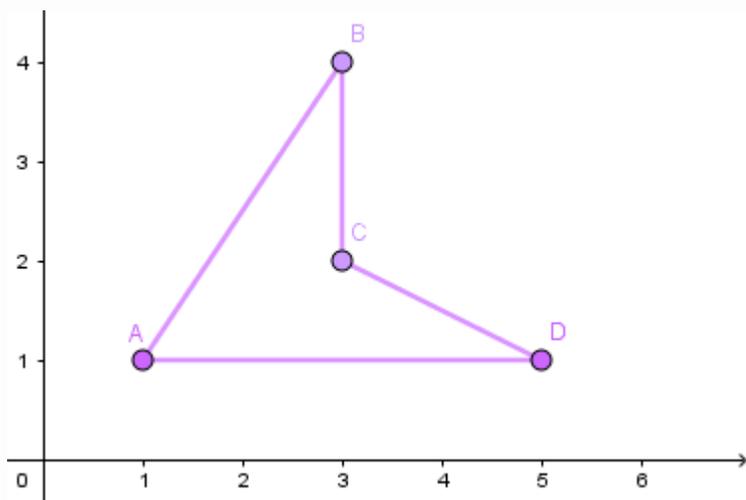
Trapecio



$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Ejemplos

1. Considere la siguiente figura



De acuerdo con los datos de la figura ¿Cuál es aproximadamente el perímetro del cuadrilátero ABCD?

Solución

Debemos calcular la distancia entre puntos, para saber la longitud de los segmentos y luego calcular el perímetro del cuadrilátero.

1. Calculamos las distancias más sencillas las verticales y horizontales.

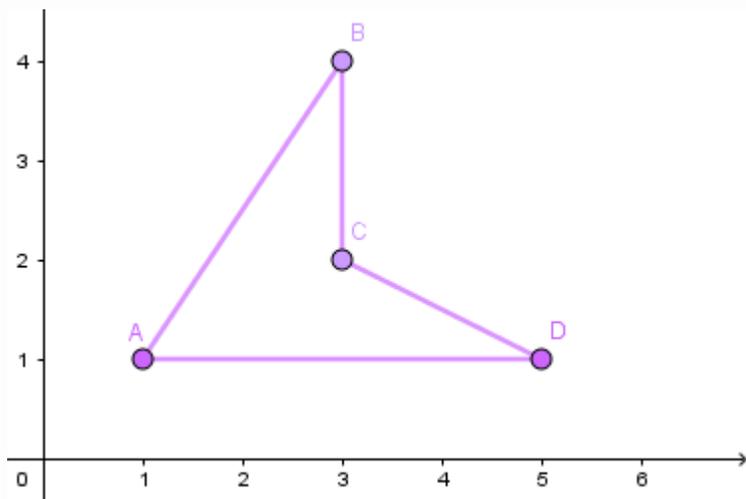
$$d_{BC} = y_2 - y_1 \Rightarrow d_{BC} = 4 - 2 = 2$$

$$d_{AD} = x_2 - x_1 \Rightarrow d_{AD} = 5 - 1 = 4$$

2. Ahora usamos la fórmula de distancia entre puntos, para calcular la distancia de AB y CD.

Ejemplos

1. Considere la siguiente figura



De acuerdo con los datos de la figura
¿Cuál es aproximadamente el
perímetro del cuadrilátero ABCD?

Solución

2. Ahora usamos la fórmula de distancia entre puntos, para calcular la distancia de AB y CD.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Los pares ordenados son:
A(1,1) y B(3,4)

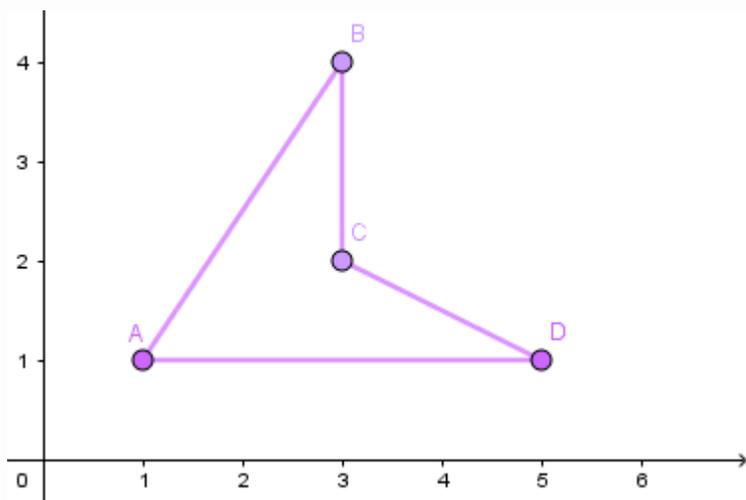
$$d_{AB} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{13}$$

Los pares ordenados son:
C(3,2) y D(5,1)

$$d_{CD} = \sqrt{(5 - 3)^2 + (1 - 2)^2} = \sqrt{5}$$

Ejemplos

1. Considere la siguiente figura



De acuerdo con los datos de la figura
¿Cuál es aproximadamente el
perímetro del cuadrilátero ABCD?

Solución

3. Ahora calculamos el perímetro del cuadrilátero, pues ya conocemos la longitud de cada uno de los lados.

$$P = l + l + l + l$$

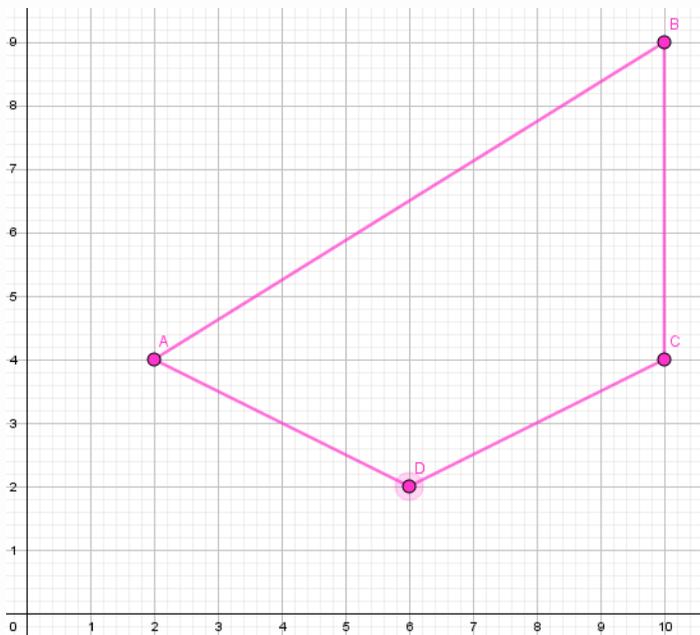
$$\Rightarrow P = 2 + 4 + \sqrt{13} + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow P \approx 11,84$$

R/ El perímetro del cuadrilátero es aproximadamente 11,84 u.

Ejemplos

2. Considere la siguiente figura

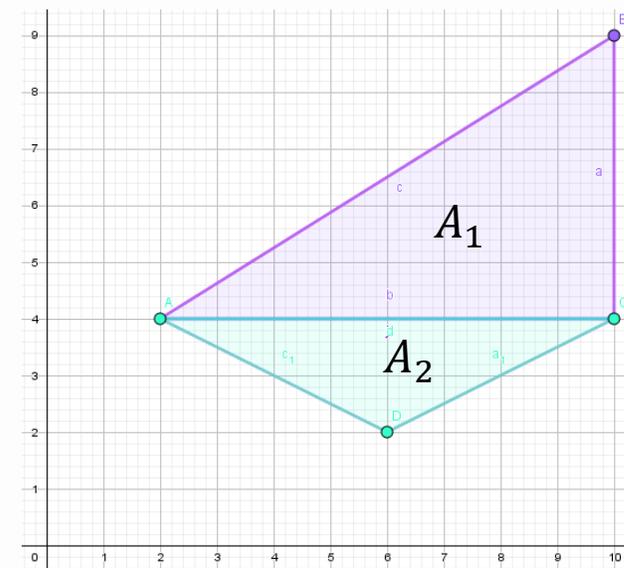


De acuerdo con los datos de la figura ¿Cuál es aproximadamente el área del cuadrilátero ABCD?

Solución

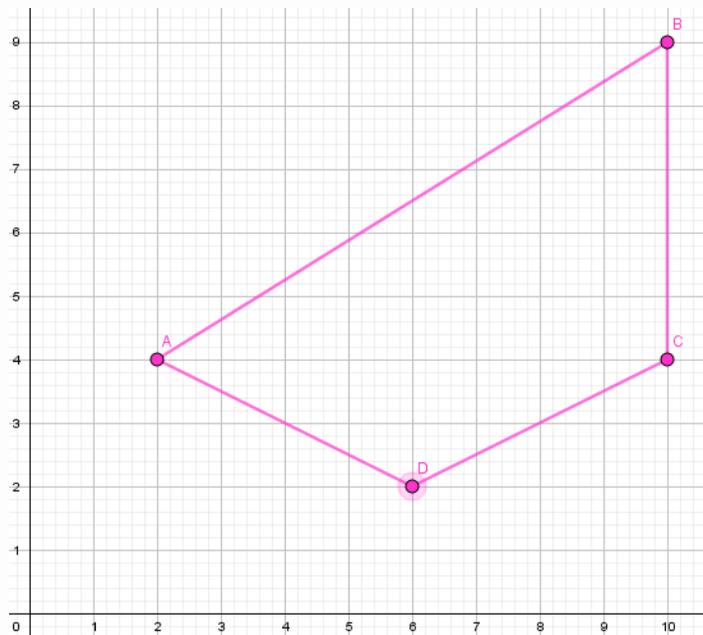
Note que la figura es un trapecio, pero para calcular la fórmula necesitamos la altura, que es un dato que no tenemos.

Entonces, si trazamos el segmento AC, se forman dos triángulos de los cuales es más sencillo hallar los datos necesarios para calcular el área de cada uno.



Ejemplos

2. Considere la siguiente figura



De acuerdo con los datos de la figura ¿Cuál es aproximadamente el área del cuadrilátero ABCD?

Solución

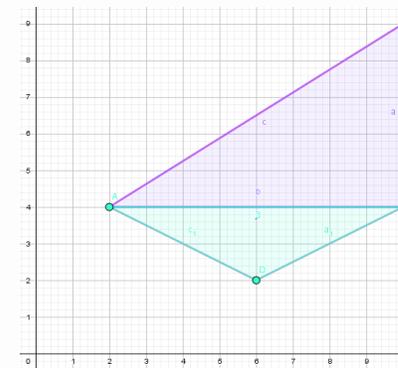
Note que del triángulo morado, tenemos que:

$$d_{AC} = x_2 - x_1 \Rightarrow d_{AC} = 10 - 2 = 8$$

$$d_{BC} = y_2 - y_1 \Rightarrow d_{BC} = 9 - 4 = 5$$

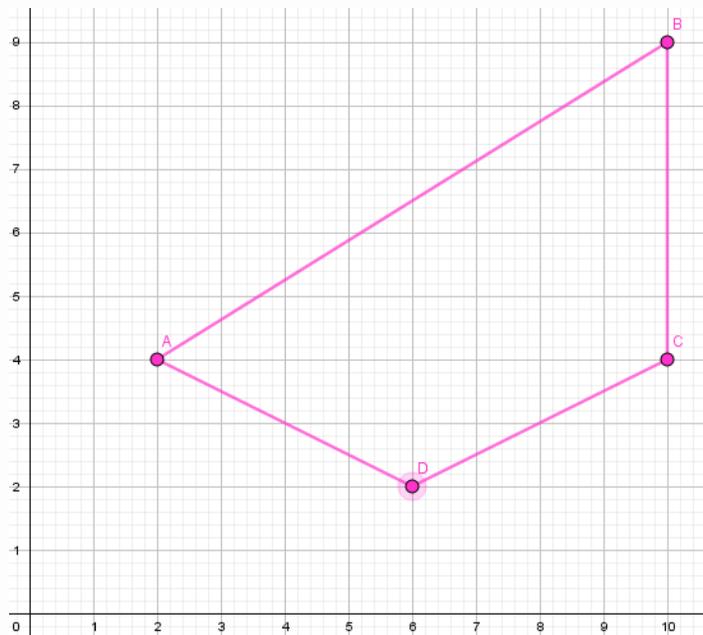
Entonces, podemos calcular el área de ese triángulo.

$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$$



Ejemplos

2. Considere la siguiente figura



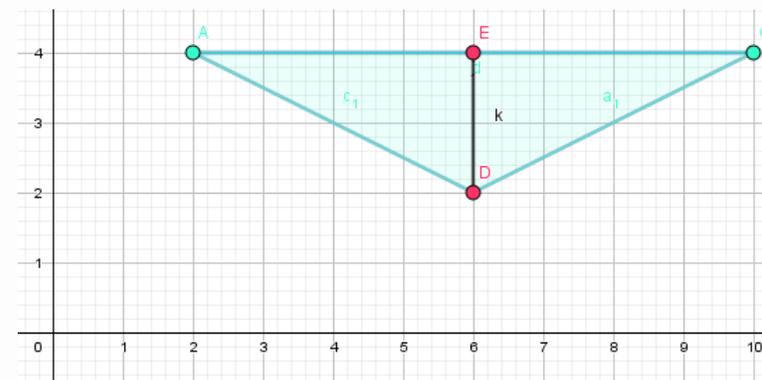
De acuerdo con los datos de la figura ¿Cuál es aproximadamente el área del cuadrilátero ABCD?

Solución

Note que del triángulo celeste, tenemos que:

$$d_{AC} = x_2 - x_1 \Rightarrow d_{AC} = 10 - 2 = 8$$

Además, la altura mide 2 unidades.

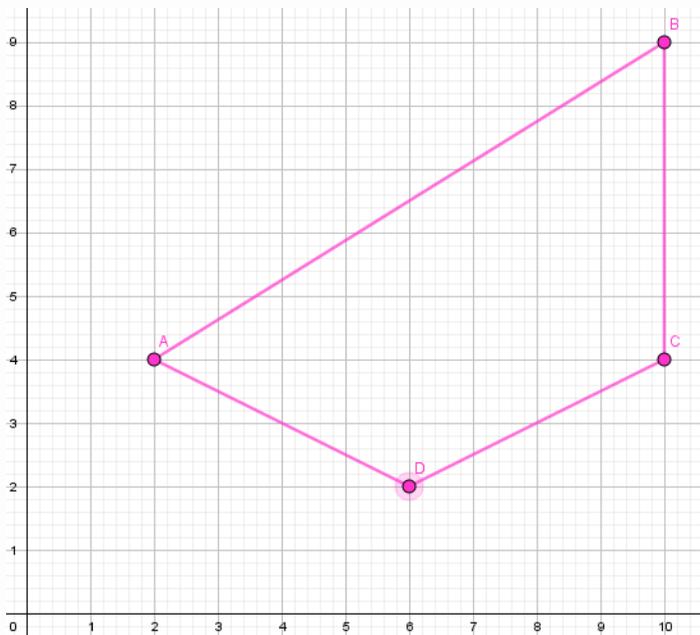


Entonces, podemos calcular el área de ese triángulo.

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8$$

Ejemplos

2. Considere la siguiente figura



De acuerdo con los datos de la figura ¿Cuál es aproximadamente el área del cuadrilátero ABCD?

Solución

Así, podemos concluir que el área de la figura se obtiene al sumar el área de los dos triángulos que se forman al trazar el segmento AC.

Entonces,

$$A = A_1 + A_2$$

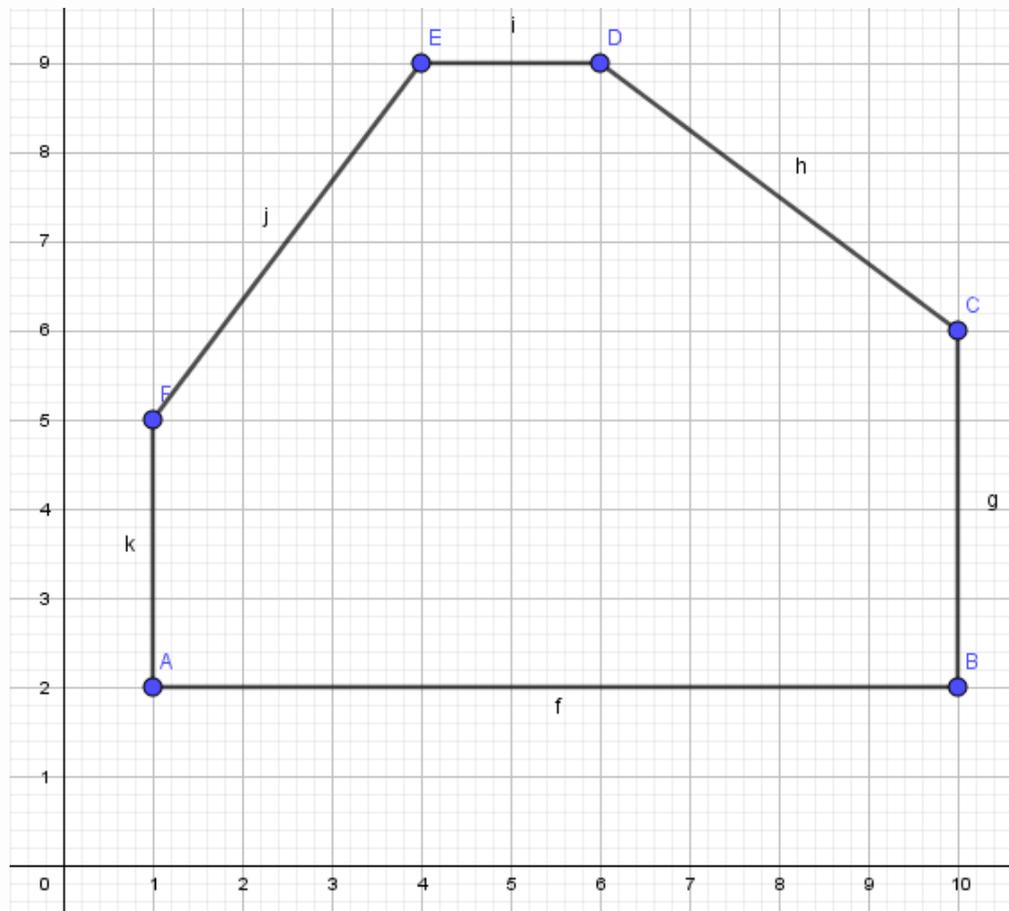
$$\Rightarrow A = 20 + 8$$

$$\Rightarrow A = 28$$

R/ El área de la figura es $28 u^2$.

Ejercicio

Considere la siguiente figura



Con base en la información de la figura:

1. Calcule el perímetro del polígono irregular ABCDEF.

R/ 28u.

2. Calcule el área de la figura que conforma el polígono irregular ABCDEF.

R/ $51u^2$.

Sugerencia: dibuje 2 rectas y divida la figura en tres áreas.

TEC | Tecnológico
de Costa Rica

PAEM Proyecto de
Apoyo a la
Educación
Matemática

10^o
año

Prof. Claudia Fletes Alvarado

Prof. Marisol Solano Benavides

A large, circular graphic in the background of the text box, featuring a colorful, abstract design with shades of blue, purple, and pink, resembling a stylized globe or a cosmic scene with stars and a crescent moon.

Utilizar software de geometría dinámica para estudiar propiedades y realizar conjeturas sobre las figuras geométricas.

DEMOSTRACIONES DE PROPIEDADES Y EJERCICIOS DE POLIGONOS REGULARES EN SOFTWARE DINAMICO

SUMA DE ÁNGULOS EXTERIORES DE UN POLÍGONO DEMOSTRACIÓN CON GEOGEBRA



<https://youtu.be/V6hrQkg6YmE>

GEOGEBRA. RETO 1: ANGULO CENTRAL Y ANGULO INTERIOR DE UN POLÍGONO REGULAR

<https://youtu.be/QWix0Fu7iZA>



COMO TRAZAR DIAGONALES EN UN POLÍGONO CON GEOGEBRA. MATEMÁTICAS FÁCIL

<https://youtu.be/RkICkkTBuu>



POLÍGONOS REGULARES CON GEOGEBRA



<https://youtu.be/qlX8qGuALM8>

GEOGEBRA POLÍGONO REGULAR Y SU ÁREA

<https://youtu.be/2Nqyh2k5V20>



EXPLICACIÓN DE COMO UTILIZAR GEOGEBRA EN UN PROBLEMA DE ÁNGULOS DE UN POLÍGONO REGULAR

<https://youtu.be/cm0mZjemFEw>





MODELADO DE REGIONES Y CÁLCULO DE ÁREAS EN GEOGEBRA



<https://youtu.be/uhz1rsNSKqY>



CÁLCULO DEL ÁREA DE FIGURAS IRREGULARES CON GEOGEBRA

<https://youtu.be/2VWj17m8E9M>



C
O
N
J
E
T
U
R
A
S



<https://youtu.be/xzE9smT-mWA>



RESOLUCIÓN
DE
PROBLEMAS

Ejemplos

SUMA DE ÁNGULOS INTERNOS DE
UN POLÍGONO

SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN
POLÍGONO CONVEXO

SUMA DE ÁNGULOS INTERNOS DE UN POLÍGONO

<https://www.geogebra.org/m/YuBjSgcB>



<https://www.geogebra.org/m/wNSjXkbT>

SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN POLÍGONO CONVEXO

