



Material de Apoyo

10^o

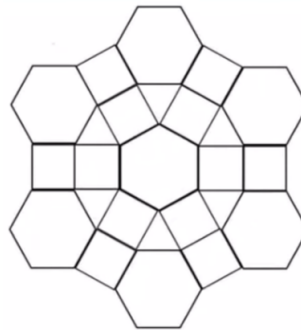
Colaboradores:

Camacho Zamora Richard
Chinchilla Chinchilla Michelle
Fletes Alvarado Claudia
Ulloa Araya Siony

Geometría

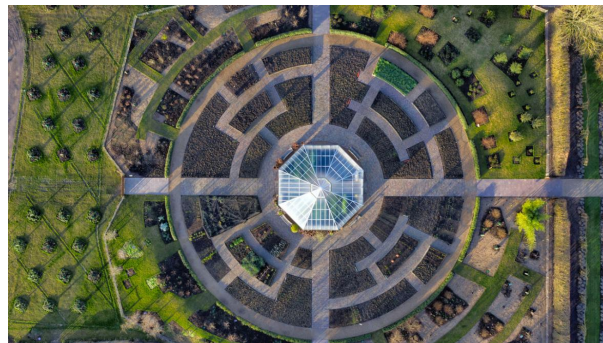
Polígonos

1. Calcule el área y el perímetro de un hexágono regular si se sabe que su radio mide 5 cm.
2. Calcula el número de árboles que pueden plantarse en un terreno rectangular de 60 m de largo y 30 m de ancho si cada planta necesita un espacio de 5 m^2 para desarrollarse.
3. Si el área de un pentágono regular es 5 m^2 y su apotema mide 1.17 m, ¿cuánto miden sus lados?
4. El diseño de un jardín está estructurado por un conjunto de figuras regulares de 4m de lado, como se observa en la figura



Si las zonas formadas por cuadrados son para corredores, las triangulares para césped, las hexagonales para flores y la parte central para una pileta, determine el área total en m^2 , en donde se plantarán las flores.

5. Se desea remodelar los caminos que llegan al huerto del Garden Hyde Hall para formar un laberinto más grande, se decide que la cantidad de caminos debe ser igual que el total de diagonales de la estructura central. Determine cuántos caminos conformarán este laberinto.

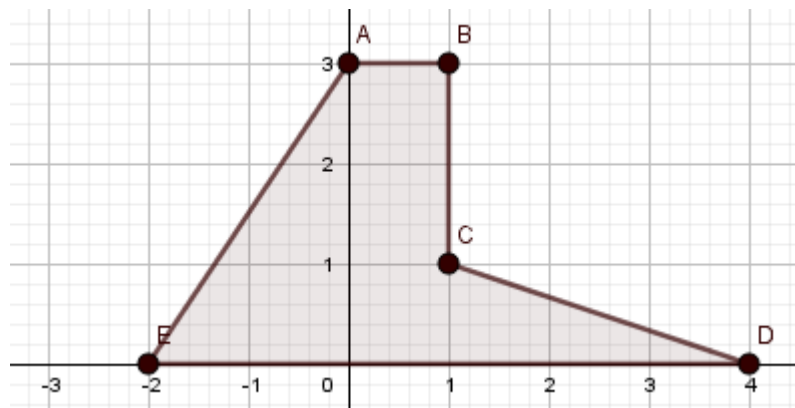


6. Unos estudiantes de arquitectura deben diseñar en madera un espacio en Costa Rica que genere la misma sensación del puente mostrado en la figura



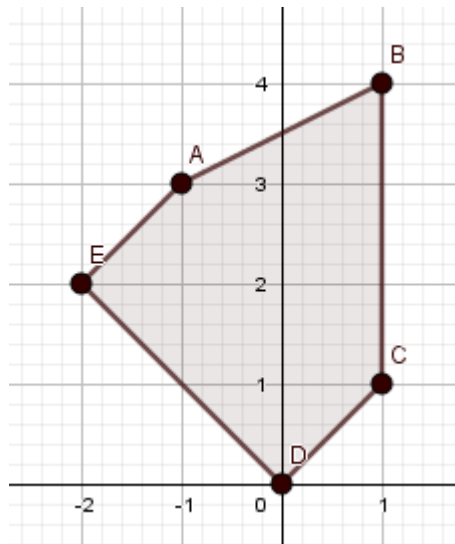
Pero la única información que les brindan es que la diagonal señalada del pentágono mide 3,5m. ¿Cuántos metros de madera necesitarán los estudiantes si su diseño consta de 25 pentágonos?

7. Dada la siguiente figura ABCDE, determine lo que se le solicita:



- i) Perímetro de la figura
- ii) Área de la figura.

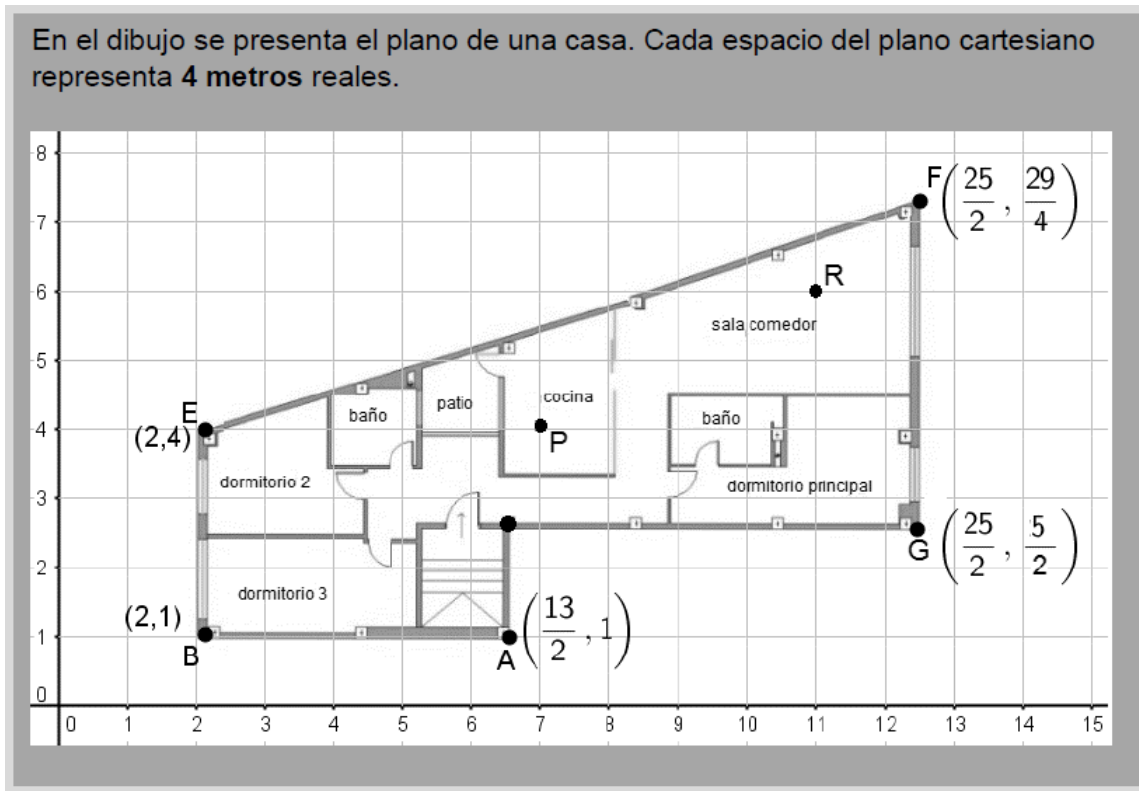
8. Pedro posee el siguiente terreno:



De acuerdo con la información anterior, conteste lo siguiente:

- i) Si desea cercar el terreno y cada metro lineal de alambre tiene un valor de 1500 colones, ¿cuál es la inversión aproximada que debe hacer para tal fin?
- ii) Si desea sembrar zacate en todo el terreno y cada metro cuadrado de zacate tiene un valor de 1750 colones, ¿cuál es la inversión aproximada que debe hacer para tal fin?

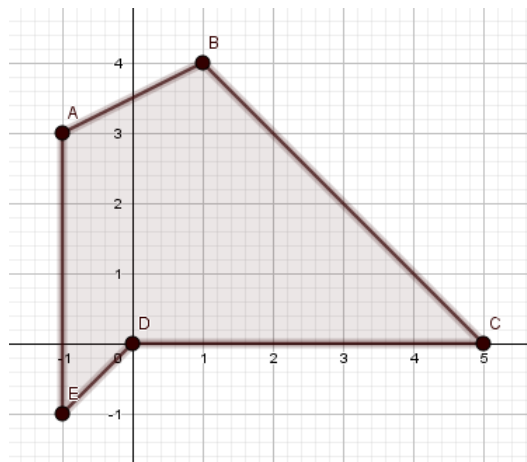
9. Analice el siguiente escenario:



Con base en la información anterior, conteste lo que se le solicita:

- i) ¿Cuál es el área de la casa?
- ii) Si se desea colocar un cableado eléctrico del punto P al punto R , ¿cuánto mide, aproximadamente, esa distancia en metros?

10. Dada la siguiente figura, determine el área de la misma.



11. Dado un polígono regular de 15 lados, determine el valor de la suma de los ángulos internos del polígono y la medida del ángulo central.
12. Si se sabe que la suma de los ángulos internos de un polígono es de 3600° , determine la cantidad de lados del polígono.
13. Se tiene un polígono regular de 9 lados, determine el número total de diagonales del polígono.
14. Si se sabe que el número total de diagonales desde un vértice de un polígono regular es de 4 diagonales, determine la cantidad de lados del polígono.

Soluciones

1. Calcule el área y el perímetro de un hexágono regular si se sabe que su radio mide 5 cm.

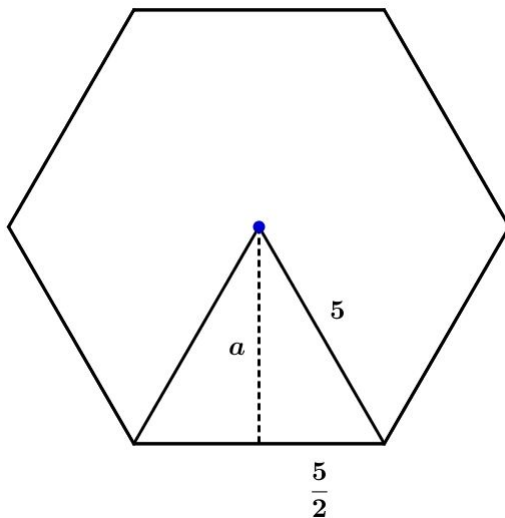
Solución

Recuerde que en el hexágono se cumple que su radio y su lado tiene la misma medida entonces como sabemos que el radio es de 5 cm implica que el lado también mide 5 cm.

$$P = 6 \cdot 5$$

$$= 30$$

Para calcular el área del hexágono debemos conocer el valor de la apotema el cual la podemos calcular aplicando Pitágoras



$$a^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 5^2$$

$$a^2 + \frac{25}{4} = 25$$

$$a^2 = 25 - \frac{25}{4}$$

$$a^2 = \frac{75}{4}$$

$$a = \sqrt{\frac{75}{4}}$$

$$a = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

Ahora como ya conocemos el valor de la apotema y el perímetro podemos calcular el área del hexágono.

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{30 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A = \frac{75\sqrt{3}}{2}$$

Por lo tanto el perímetro del hexágono es de 30 cm y el área es de $\frac{75\sqrt{3}}{2}$ cm²

2. Calcula el número de árboles que pueden plantarse en un terreno rectangular de 60 m de largo y 30 m de ancho si cada planta necesita un espacio de 5 m² para desarrollarse.

Solución

Para poder saber cuantos árboles se pueden sembrar se debe calcular el área del rectángulo

$$\begin{aligned} A &= l \cdot a \\ &= 60 \cdot 30 \\ &= 1800 \end{aligned}$$

Como ya sabemos que el terreno tiene una área de 1800 m² debemos dividirlo por 5 ya que es el espacio que ocupa cada árbol para desarrollarse

$$\frac{1800}{5} = 360$$

Por lo tanto la cantidad de árboles que se pueden sembrar es de 360

3. Si el área de un pentágono regular es 5 m² y su apotema mide 1.17 m, ¿cuánto miden sus lados?

Solución

Recordemos que el perímetro de un pentágono regular está dado por $P = 5l$ donde l es la medida de los lados.

$$\begin{aligned} A &= \frac{P \cdot a}{2} \\ 5 &= \frac{5l \cdot 1,17}{2} \end{aligned}$$

$$10 = 5,85l$$

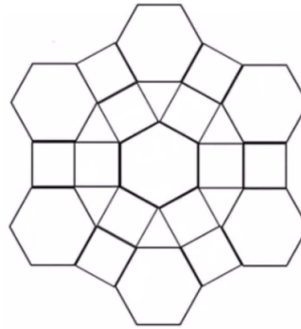
$$\frac{10}{5,85} = l$$

$$\frac{200}{117} = l$$

$$1,7094 \approx l$$

La medida de los lados del pentágono es de 1,7094 m

4. El diseño de un jardín está estructurado por un conjunto de figuras regulares de 4m de lado, como se observa en la figura



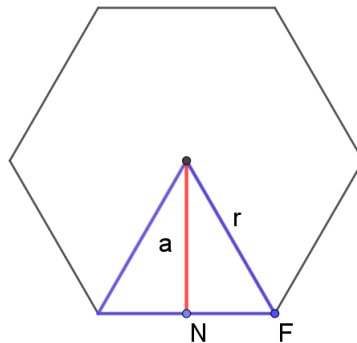
Si las zonas formadas por cuadrados son para corredores, las triangulares para césped, las hexagonales para flores y la parte central para una pileta, determine el área total en m^2 , en donde se plantarán las flores.

Solución

Observe que el área solicitada esta formada por hexágonos, pero no debemos considerar el hexágono central pues este estará lleno de agua. Entonces vamos a utilizar para determinar el área de cada hexágono la fórmula

$$A_H = \frac{P \cdot a}{2}$$

En este caso $P = 6 \cdot 4 = 24$



Para encontrar la apotema mostrada en la figura anterior usaremos pitágoras, ya que conozco la medida de r y del segmento \overline{NF} , por lo tanto

$$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

Sustituyendo en la fórmula A_H

$$A_H = \frac{24 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}m^2$$

y el área total es la suma de 6 hexágonos iguales a este, por lo que se tiene que

$$A_T = 6 \cdot 24\sqrt{3} = 144\sqrt{3}m^2$$

Así el área disponible para las flores es de $249,41m^2$

5. Se desea remodelar los caminos que llegan al huerto del Garden Hyde Hall para formar un laberinto más grande, se decide que la cantidad de caminos debe ser igual que el total de diagonales de la estructura central. Determine cuántos caminos conformarán este laberinto.



Solución

Note que la estructura central es un octágono, utilizamos la fórmula para el total diagonales

$$D = \frac{n(n - 3)}{2}$$

donde $n = 8$, entonces

$$D = \frac{8(8 - 3)}{2} = 20$$

Así concluimos que el nuevo laberinto del huerto tendrá 20 caminos.

6. Unos estudiantes de arquitectura deben diseñar en madera un espacio en Costa Rica que genere la misma sensación del puente mostrado en la figura



Pero la única información que les brindan es que la diagonal señalada del pentágono mide 3,5m. ¿Cuántos metros de madera necesitarán los estudiantes si su diseño costa de 25 pentágonos?

Solución

En este caso los estudiantes deben determinar el perímetro del pentágono, por lo que necesitan conocer la medida del lado, basados en la información mostrada se puede utilizar ley de senos para encontrar este valor, pero para ello necesitamos la medida de dos de los ángulos del pentágono.



Para el ángulo β usamos la fórmula de un ángulo interno de un polígono regular

$$\angle\beta = \frac{180(n - 2)}{n}$$

$$\angle\beta = \frac{180(5 - 2)}{5} = 108^\circ$$

Para el ángulo θ recordemos que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180, además note que es un triángulo isósceles el formado, por lo que

$$\angle\theta = \frac{180 - 108}{2} = 36^\circ$$

Aplicando ley de senos tenemos

$$\frac{\text{sen } 108^\circ}{3,5} = \frac{\text{sen } 36^\circ}{l}$$

$$l = \frac{3,5 \cdot \text{sen } 36^\circ}{\text{sen } 108^\circ} = 2,16$$

Como el lado del pentágono mide $2,16m$ el perímetro es

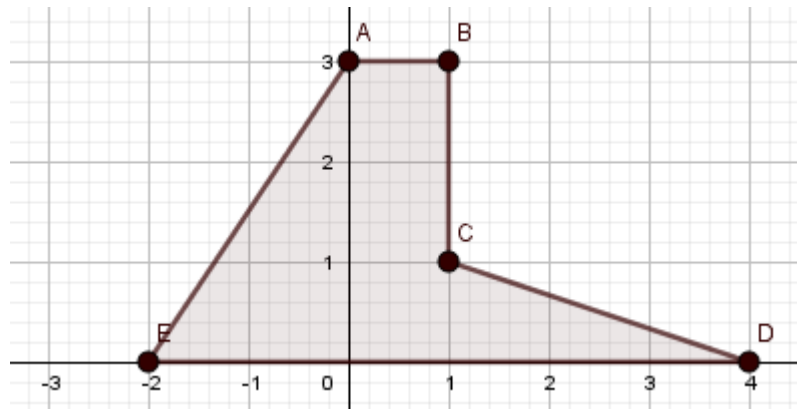
$$P = 4 \cdot 2,16 = 10,8m$$

multiplicamos por 4 ya que uno de los lados no se observa en el puente, y como son 25 pentágonos los que van a utilizar en el diseño falta hacer lo siguiente

$$10,8m \cdot 25 = 270m$$

Así los estudiantes de arquitectura deben usar $270m$ de madera en su diseño.

7. Dada la siguiente figura ABCDE, determine lo que se le solicita:



i) Perímetro de la figura

Solución

En este caso, se debe averiguar la medida de cada uno de los segmentos que integran los bordes de la figura:

$$|AB| = 1$$

$$|BC| = 2$$

La medida del segmento CD puede ser averiguada por medio del Teorema de Pitágoras, donde se tendría:

$$|CD|^2 = 1^2 + 3^2$$

$$\Rightarrow |CD|^2 = 10$$

$$\Rightarrow |CD| = \sqrt{10}$$

$$|DE| = 6$$

La medida del segmento EA puede ser averiguada por medio del Teorema de Pitágoras, donde se tendría:

$$|EA|^2 = 3^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow |EA|^2 = 13$$

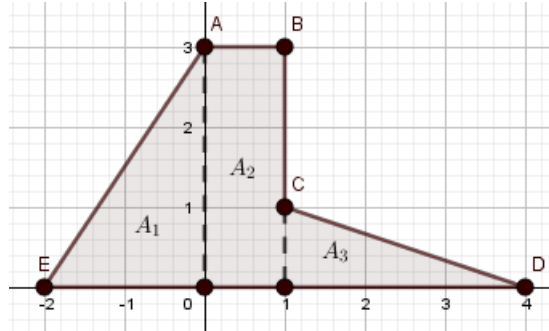
$$\Rightarrow |EA| = \sqrt{13}$$

Así, se obtiene que el perímetro de la figura corresponde a: $9 + \sqrt{10} + \sqrt{13}$, aproximadamente sería 15,77.

ii) Área de la figura.

Solución

Para dar solución a este apartado, se dividirá la figura original en 3 polígonos regulares, pues de ellos se tiene conocimiento de las fórmulas para averiguar el área.



$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 = \frac{2 \cdot 3}{2}$$

$$\Rightarrow A_1 = 3$$

$$A_2 = b \cdot h$$

$$\Rightarrow A_2 = 1 \cdot 3$$

$$\Rightarrow A_2 = 3$$

$$A_3 = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\Rightarrow A_3 = \frac{3 \cdot 1}{2}$$

$$\Rightarrow A_3 = \frac{3}{2}$$

Sumando cada una de las áreas obtenidas:

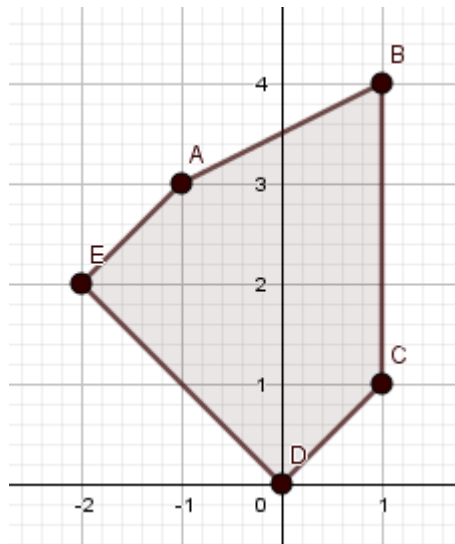
$$A_T = A_1 + A_2 + A_3$$

$$\Rightarrow A_T = 3 + 3 + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow A_T = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow A_T = 7,5$$

8. Pedro posee el siguiente terreno:



De acuerdo con la información anterior, conteste lo siguiente:

- i) Si desea cercar el terreno y cada metro lineal de alambre tiene un valor de 1500 colones, ¿cuál es la inversión aproximada que debe hacer para tal fin?

Solución

Se procede a averiguar la medida de cada uno de los segmentos correspondientes: La medida del segmento AB puede ser averiguada por medio del Teorema de Pitágoras, donde se tendría:

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= 2^2 + 1^2 \\ \Rightarrow |AB|^2 &= 5 \\ \Rightarrow |AB| &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$|BC| = 3$$

Igualmente se procede a utilizar el Teorema de Pitágoras para encontrar la medida de los segmentos CD , DE y EA , obteniendo:

$$|CD| = \sqrt{2}$$

$$|DE| = 2\sqrt{2}$$

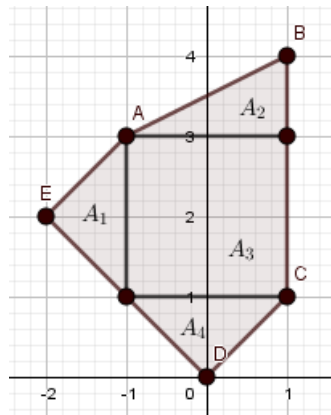
$$|EA| = \sqrt{2}$$

Así, se obtiene que el perímetro de la figura corresponde aproximadamente a: $10,89 \text{ m}$, recordando que cada metro lineal de alambre tenía un valor de 1500 colones, haciendo la multiplicación correspondiente, Pedro debe invertir 16335 colones.

- ii) Si desea sembrar zacate en todo el terreno y cada metro cuadrado de zacate tiene un valor de 1750 colones, ¿cuál es la inversión aproximada que debe hacer para tal fin?

Solución

Para dar solución a este apartado, se dividirá la figura original en 4 polígonos regulares, pues de ellos se tiene conocimiento de las fórmulas para averiguar el área.



$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$$

$$A_3 = l^2 = 2^2 = 4$$

$$A_4 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$$

Sumando cada una de las áreas obtenidas:

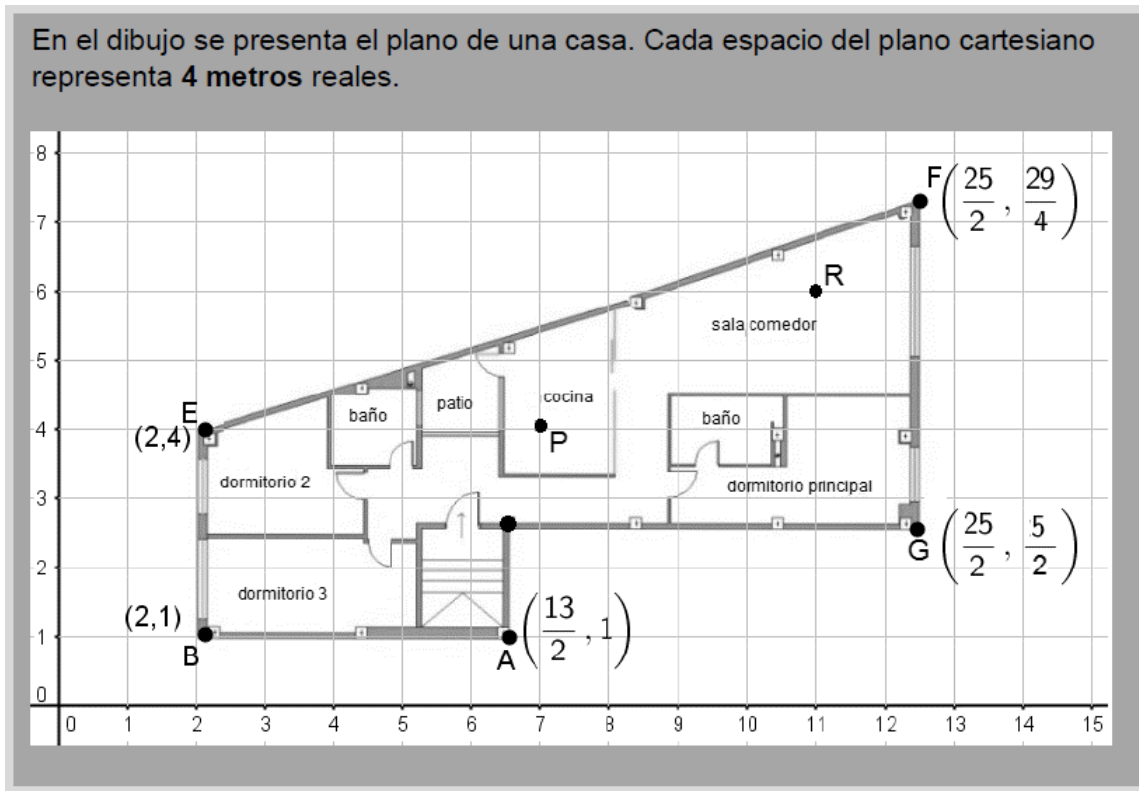
$$A_T = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$\Rightarrow A_T = 1 + 1 + 4 + 1$$

$$\Rightarrow A_T = 7$$

Así se obtiene que la medida del área del terreno corresponde a 7 m^2 , por lo que la inversión que debe hacer Pedro corresponde a 12250 colones.

9. Analice el siguiente escenario:

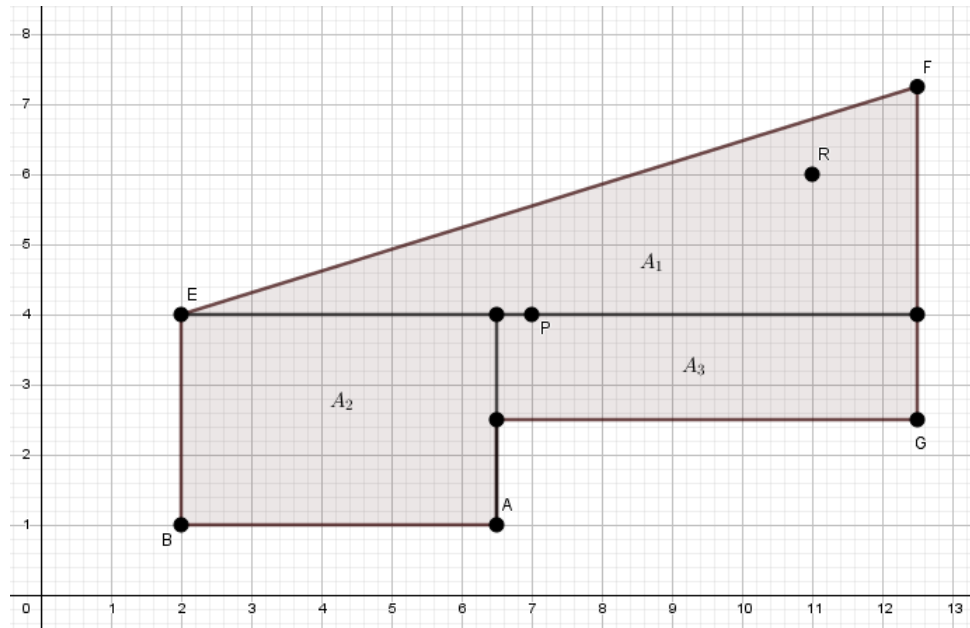


Con base en la información anterior, conteste lo que se le solicita:

i) ¿Cuál es el área de la casa?

Solución

Para dar solución a este apartado, se dividirá la figura original en 3 polígonos regulares, pues de ellos se tiene conocimiento de las fórmulas para averiguar el área.



$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10,5 \cdot 3,25}{2} = 17,06$$

$$A_2 = b \cdot h = 4,5 \cdot 3 = 13,5$$

$$A_3 = b \cdot h = 6 \cdot 1,5 = 9$$

$$A_T = A_1 + A_2 + A_3$$

$$\Rightarrow A_T = 17,06 + 13,5 + 9$$

$$\Rightarrow A_T = 39,56$$

Recordando que cada espacio del plano cartesiano representa 4 metros reales, entonces, el área de la casa corresponde a $158,24 \text{ m}^2$.

ii) Si se desea colocar un cableado eléctrico del punto P al punto R , ¿cuánto mide, aproximadamente, esa distancia en metros?

Solución

Para resolver este ítem, se procede a utilizar la fórmula de distancia entre puntos:

$$d(P, R) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

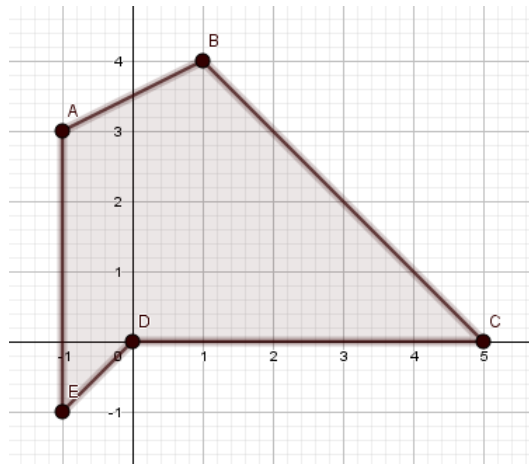
$$\Rightarrow d(P, R) = \sqrt{(11 - 7)^2 + (6 - 4)^2}$$

$$\Rightarrow d(P, R) = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow d(P, R) \approx 4,47$$

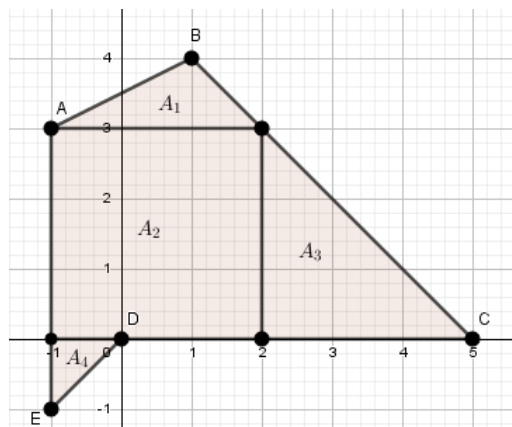
Recordando que cada espacio del plano cartesiano representa 4 metros reales, entonces la medida en metros de esa distancia corresponde a 17,88 aproximadamente.

10. Dada la siguiente figura, determine el área de la misma.



Solución

Para dar solución a este apartado, se dividirá la figura original en 4 polígonos regulares, pues de ellos se tiene conocimiento de las fórmulas para averiguar el área.



$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$A_2 = l^2 = 3^2 = 9$$

$$A_3 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$A_4 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Sumando cada una de las áreas obtenidas:

$$A_T = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$\Rightarrow A_T = \frac{3}{2} + 9 + \frac{9}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A_T = \frac{31}{2}$$

$$\Rightarrow A_T = 15,5$$

Por lo tanto, el área del polígono corresponde a 15,5.

11. Dado un polígono regular de 15 lados, determine el valor de la suma de los ángulos internos del polígono y la medida del ángulo central.

Solución

Recuerde que la suma de los ángulos internos de un polígono regular viene dado por $180^\circ(n - 2)$ y la medida del ángulo central esta dada por $\frac{360^\circ}{n}$, así se tiene que

La suma de los ángulos internos es

$$180^\circ(n - 2) = 180^\circ(15 - 2) = 2340^\circ$$

Además la medida del ángulo central corresponde a

$$\frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ.$$

12. Si se sabe que la suma de los ángulos internos de un polígono es de 3600° , determine la cantidad de lados del polígono.

Solución

Como se dijo anteriormente la suma de los ángulos internos de un polígono viene dada por $180^\circ(n - 2)$, así se tiene que

$$180^\circ(n - 2) = 3600^\circ$$

$$\Rightarrow n - 2 = \frac{3600^\circ}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow n = 20 - 2$$

$$\Rightarrow n = 18$$

Por lo que el polígono es de 18 lados.

13. Se tiene un polígono regular de 9 lados, determine el número total de diagonales del polígono.

Solución

Recuerde que la fórmula del total de diagonales de un polígono viene dada por $\frac{n(n-3)}{2}$

Así se tiene que el total de diagonales de un polígono regular de 9 lados corresponde a

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{9(9-3)}{2} = \frac{9(6)}{2} = 27$$

14. Si se sabe que el número total de diagonales desde un vértice de un polígono regular es de 4 diagonales, determine la cantidad de lados del polígono.

Solución

Recuerde que dado un polígono regular el número de diagonales desde un vértice viene dado por $n-3$, de esta manera se tiene que la cantidad de lados de un polígono donde el mismo tiene 4 diagonales desde un vértice es

$$n - 3 = 4$$

$$\Rightarrow n = 4 + 3$$

$$\Rightarrow n = 7$$

Referencias

Chavarría Arroyo, G (2017). *Matemática 10: Basado en los nuevos programas del MEP.* (Segunda Edición). Heredia, Costa Rica: Ediciones Lebombo.

Ronny Online (2018). *El Jardín Geométrico.* Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=cAVgj4KOtuc>