PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

TEC Tecnológico de Costa Rica

Material de Apoyo

10°

Colaboradores:

Camacho Zamora Richard
Chinchilla Chinchilla Michelle
Fletes Alvarado Claudia
Ulloa Araya Siony

Relaciones y Álgebra

Función lineal y Función cuadrática

1. Determine la ecuación de la recta que pasa por los siguientes puntos

   a) $(4, 2)$ y $(20, 7)$
   b) $(-1, -2)$ y $(3, 5)$
   c) $(-3, 2)$ y $(2, -7)$

2. Determine la ecuación de la recta que es paralela a la función $y = 7x + 2$ y pasa por el punto $(4, 4)$

3. ¿Cual son las intersecciones de la función $f(x) = 3x + 2$ con el eje de ordenadas y el eje de las abscisas?

4. Si se sabe que una función lineal pasa por el punto $(3, 1)$ y corta al eje de las ordenadas en el punto $(0, 2)$, determine el valor de la pendiente de la función.

5. Determine la ecuación de la recta que es perpendicular a la función $f(x) = 3x + 5$ y pasa por el punto $(-1, -1)$

6. Un taxista cobra una tarifa fija de 650 colones, esto a partir de que la persona se sube al auto y se recorre el primer kilometro, a partir de ahí cobra 150 colones por cada kilometro que se recorra. Plantee una función lineal que modele la situación del problema, ¿Cuánto dinero se debe pagar si se recorren 13 kilómetros?, ¿Cuantos kilómetros se recorrieron si se pago un total de 6 950 colones?

7. Una empresa musical cobra un monto de 500 000 fijos por grabar un disco, además cobra adicionalmente 10 000 por cada canción que se desea agregar al disco.Plantee una ecuación que modele el problema anterior. Si Alejandro desea grabar 10 canciones en su disco, ¿cuanto dinero debe pagar Alejandro a la empresa musical?

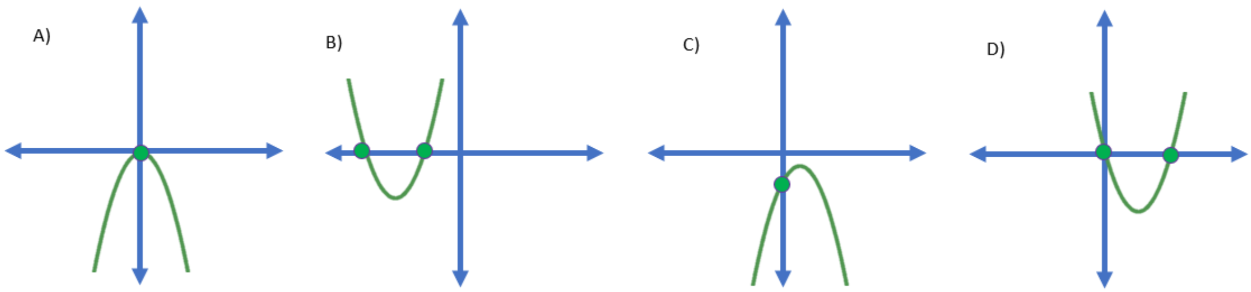
8. En una librería se cobra 20 colones por la fotocopia de un documento (una hoja), además cobran 5 colones por ser atendidos y fotocopiar al menos una hoja, después de la primer fotocopia no se debe pagar más por ser atendido. Si Heisel desea fotocopiar un libro de 350 páginas, ¿Cuanto dinero debe pagar Heisel?

9. El clima en el volcán Irazú después de las 8 de la noche desciende 0.75 grados cada hora hasta las 5 de la mañana. Si cierto día el clima estaba a las 8 de la noche a 17 grados y a las 12 media noche esta a 14 grados. Plantee una función lineal que modela el problema anterior. ¿Determine el clima en grados a las 4 de la mañana? ¿A que hora se alcanzan los 11 grados?

10. Las llamadas de un celular de la linea kolbi prepago, se cobra a 30 colones fijos por llamada y luego a 50 colones por minuto de llamada. Juan tiene 475 colones de saldo en su celular, cuya linea es kolbi y desea saber lo siguiente

    a) ¿Cuantos minutos de llamada le quedan?
    b) ¿Cuanto dinero debe recargar Juan si desea hablar por 45 minutos, incluyendo el saldo que ya tiene?

11. De acuerdo a las gráficas adjuntas de funciones cuadráticas, complete en el espacio indicado el símbolo $>, <$ o $=$ según corresponda.



a_0	a_0	a_0	a_0
b_0	b_0	b_0	b_0
c_0	c_0	c_0	c_0
$\frac{-b}{2a}\_0$	$\frac{-b}{2a}\_0$	$\frac{-b}{2a}\_0$	$\frac{-b}{2a}\_0$
$\frac{-\Delta}{4a}\_0$	$\frac{-\Delta}{4a}\_0$	$\frac{-\Delta}{4a}\_0$	$\frac{-\Delta}{4a}\_0$

12. Realice un bosquejo de la gráfica de una función cuadrática que cumpla con las condiciones dadas.

    I) $a > 0$, $\Delta < 0$, $\frac{-b}{2a} > 0$

    II) $a > 0$, $\Delta > 0$, $c = 0$

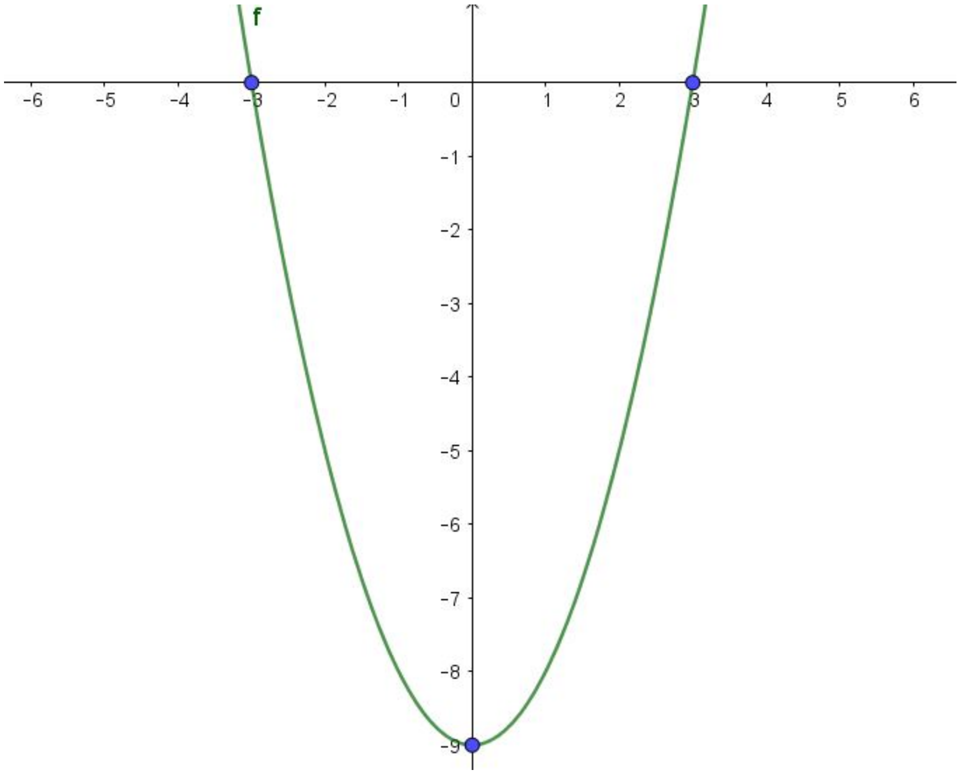
    III) $a < 0$, $\Delta = 0$, $\frac{-b}{2a} > 0$

13. Determine el conjunto al que pertenece a de forma tal que se cumpla que

$$f(x) = (-6a)x^2 - 2ax - 2$$

posea un punto máximo.

14. Dada la siguiente gráfica de una función cuadrática, determine lo solicitado:



   I) Intersección con el eje x y el eje y.
   II) Vértice de la función.
   III) Intervalo donde la función crece.

15. Dada la función $f:\mathbb{R}\to\left[\frac{-5}{4},\infty\right[$ con criterio $f(x)=x^2+x-2$, determine:

   I) Intersecciones con el eje x.
   II) Intersección con el eje y.
   III) Eje de Simetría.
   IV) Intervalo donde f crece.
   V) Intervalo donde f decrece.

16. Si la gráfica de la función
$$f(x)=(2k-3)x^2-5x$$
es cóncava hacia arriba, determine el intervalo al que pertenece k.

17. Si el vértice de una función cuadrática f que es cóncava hacia abajo está dado por $(-6,3)$, determine el ámbito y el intervalo donde f es creciente.

18. Un fabricante de artesanías sabe que el ingreso por semana en miles de colones I en términos del precio de venta "x" está dado por $I = \dfrac{-x^2}{3} + 320x$. ¿Cuál es el ingreso máximo que puede obtener el fabricante?

19. El número de millas M que cierto automóvil puede recorrer con un galón de gasolina, a una velocidad v en mph, está dado por

$$M = \frac{-1}{30}v^2 + \frac{5}{2}v$$

para $0 < v < 70$

   I) Indique las millas recorridas a una velocidad de 50mph

   II) Indique la velocidad más económica para un viaje

20. La imagen que se muestra en la figura corresponde al puente Lupu (puente de arco) en Shanghái, China.

Este puente fue inaugurado el 28 de junio de 2003. Tiene una longitud total de 3,9 km, con el vano central de 550 m. Posee 6 carriles (3 para cada sentido) y su altura máxima contada desde la plataforma es de 90 m. La altura de los pilares laterales donde apoya la plataforma es de 150 m. La estructura del arco es de acero y tiene la forma parabólica.

Se necesita conocer la expresión matemática de la función cuadrática, la distancia entre el apoyo del arco con la plataforma y el pilar, y la altura del arco a los 100 m desde centro.

Se sugiere colocar los ejes de modo que el eje "y" pase por el vértice de la parábola y en coincidencia con la plataforma del puente el eje "x".

Solución de los Ejercicios

1. Determine la ecuación de la recta que pasa por los siguientes puntos

   a) $(4,2)$ y $(20,7)$
   Solución

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \\ &= \frac{7-2}{20-4} \\ &= \frac{5}{16} \\ b &= y-mx \\ &= (7)-\frac{5}{16}(20) \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore\ y=\frac{5}{16}x+\frac{3}{4}$$

   b) $(-1,-2)$ y $(3,5)$
   Solución

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \\ &= \frac{5--2}{3--1} \\ &= \frac{7}{4} \\ b &= y-mx \\ &= (5)-\frac{7}{4}(3) \\ &= \frac{-1}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore\ y=\frac{7x-1}{4}$$

c) $(-3,2)$ y $(2,-7)$
Solución

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \\ &= \frac{-7-2}{2--3} \\ &= \frac{-9}{5} \\ b &= y-mx \\ &= (2)-\frac{-9}{5}(-3) \\ &= \frac{-17}{5} \end{aligned}$$

$$\therefore\ y = \frac{-9x-17}{4}$$

2. Determine la ecuación de la recta que es paralela a la función $y=7x+2$ y pasa por el punto $(4,4)$
Solución
Como son paralelas tienen la misma pendiente es decir

$$m=7$$

$$\begin{aligned} b &= y-mx \\ &= (4)-7(4) \\ &= -24 \end{aligned}$$

Por lo tanto la ecuación es $y=7x-24$

3. ¿Cual son las intersecciones de la función $f(x)=3x+2$ con el eje de ordenadas y el eje de las abscisas?
Solución

Eje de ordenadas: es el valor de b por lo que el punto de intersección es $(0,2)$
Eje de las abscisas: $y=0$

$$\begin{aligned} 3x+2 &= 0 \\ 3x &= -2 \\ x &= \frac{-2}{3} \end{aligned}$$

por lo que el punto de intersección es $\left(\frac{-2}{3},0\right)$

4. Si se sabe que una función lineal pasa por el punto $(3,1)$ y corta al eje de las ordenadas en el punto $(0,2)$, determine el valor de la pendiente de la función.

   Solución

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \\ &= \frac{1-2}{3-0} \\ &= \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

   Por lo que el valor de la pendiente es $m = \dfrac{-1}{3}$

5. Determine la ecuación de la recta que es perpendicular a la función $f(x) = 3x+5$ y pasa por el punto $(-1,-1)$

   Solución

   Como son las rectas son perpendiculares se cumple que $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$\begin{aligned} 3 \cdot m_2 &= -1 \\ m_2 &= \frac{-1}{3} \\ b &= y - mx \\ &= (-1) - \frac{-1}{3}(-1) \\ &= \frac{-4}{3} \end{aligned}$$

   Por lo tanto la ecuación de la recta es

$$y = \frac{-x-4}{3}$$

6. Un taxista cobra una tarifa fija de 650 colones, esto a partir de que la persona se sube al auto y se recorre el primer kilometro, a partir de ahí cobra 150 colones por cada kilometro que se recorra. Plantee una función lineal que modele la situación del problema, ¿Cuánto dinero se debe pagar si se recorren 13 kilómetros?, ¿Cuantos kilómetros se recorrieron si se pago un total de 6 950 colones?

   Solución

   Una ecuación que modela el problema esta dada por $y = 150x + 650$ donde x es la cantidad de kilómetros recorridos y y es la tarifa en colones.

   Como queremos saber cuando dinero debe pagar al recorrer $13\,km$

$$\begin{aligned} y &= 150x + 650 \\ &= 150(13) + 650 \\ &= 2600 \end{aligned}$$

   Pagó 2600 colones

   Debemos buscar el valor de x si se pagó un total de 6950 colones

$$\begin{aligned} y &= 150x + 650 \\ 6950 &= 150x + 650 \\ 6300 &= 150x \\ \frac{6300}{150} &= x \\ 42 &= x \end{aligned}$$

   Se recorrió 42 kilómetros

7. Una empresa musical cobra un monto de 500 000 fijos por grabar un disco, además cobra adicionalmente 10 000 por cada canción que se desea agregar al disco.Plantee una ecuación que modele el problema anterior. Si Alejandro desea grabar 10 canciones en su disco, ¿cuanto dinero debe pagar Alejandro a la empresa musical?

   Solución

   Una ecuación que modela el problema esta dada por $y = 10000x + 500000$ donde x es la cantidad de canciones extra y y es la tarifa en colones.

   Como debemos saber cual es monto del dinero que desea pagar Alejandro, estamos buscando el valor de y

$$\begin{aligned} y &= 10000x + 500000 \\ &= 10000(10) + 500000 \\ &= 600000 \end{aligned}$$

   Por lo que Alejandro debe pagarle a la empresa 600 000 colones

8. En una librería se cobra 20 colones por la fotocopia de un documento (una hoja), además cobran 5 colones por ser atendidos y fotocopiar al menos una hoja, después de la primer fotocopia no se debe pagar más por ser atendido. Si Heisel desea fotocopiar un libro de 350 páginas, ¿Cuanto dinero debe pagar Heisel?

   Solución

   Una ecuación que modela el problema esta dada por $y = 20x+5$ donde x es la cantidad de hojas y es la tarifa en colones.

   Como debemos saber cual es monto del dinero que desea pagar Heisel, estamos buscando el valor de y

$$\begin{aligned} y &= 20x + 5 \\ &= 20(350) + 5 \\ &= 7005 \end{aligned}$$

   Por lo que Heisel debe pagar 7005 colones

9. El clima en el volcán Irazú después de las 8 de la noche desciende 0.75 grados cada hora hasta las 5 de la mañana.Si cierto día el clima estaba a las 8 de la noche a 17 grados y a las 12 media noche esta a 14 grados. Plantee una función lineal que modela el problema anterior. ¿Determine el clima en grados a las 4 de la mañana? ¿A que hora se alcanzan los 11 grados?

   Solución

   $m = -0,75$ y un par ordenado $(4, 14)$

$$\begin{aligned} b &= y - mx \\ &= (14) - -0,75(4) \\ &= 17 \end{aligned}$$

   Por lo que una ecuación que modela el problema esta dada por $y = -0{,}75x + 17$ donde x es la cantidad grados y es la hora.

   Como debemos saber cual la temperatura en grados a cierta hora estamos buscando el valor de x

$$\begin{aligned} y &= -0{,}75x + 17 \\ &= -0{,}75(8) + 17 \\ &= 11 \end{aligned}$$

   Como debemos saber a que hora se está a cierta temperatura estamos buscando el valor de x

$$\begin{aligned} y &= -0{,}75x + 17 \\ 12 &= -0,75x + 17 \\ -5 &= -0,75x \\ \frac{-5}{-0,75} &= x \\ 6,66 &= x \end{aligned}$$

   Como han pasado pasado 7 horas y 6 minutos desde las 8 son 3:06 am

10. Las llamadas de un celular de la linea kolbi prepago, se cobra a 30 colones fijos por llamada y luego a 50 colones por minuto de llamada. Juan tiene 475 colones de saldo en su celular, cuya linea es kolbi y desea saber lo siguiente

a) ¿Cuantos minutos de llamada le quedan?

Solución

Una ecuación que modela el problema esta dada por $y = 50x + 30$ donde x son los minutos y es saldo.

Como se desea saber los minutos que quedan estamos buscando el valor de x

$$\begin{aligned} y &= 50x + 30 \\ 475 &= 50x + 30 \\ 445 &= 50x \\ \frac{445}{50} &= x \\ 8,9 &= x \end{aligned}$$

Por lo que quedan 8,9 minutos

b) ¿Cuanto dinero debe recargar Juan si desea hablar por 45 minutos, incluyendo el saldo que ya tiene?

Solución

Como se desea saber cuanto debe recargar se busca el valor de y

$$\begin{aligned} y &= 50x + 30 \\ y &= 50(45) + 30 \\ y &= 2280 \end{aligned}$$

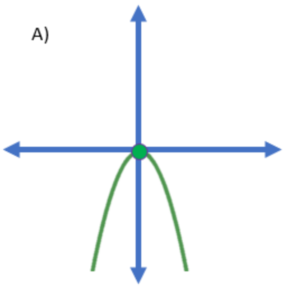
Como Juan ya tiene 475 colones de saldo y debe tener un mínimo de 2280 colones de saldo, Juan debe recargar 1805 colones como mínimo para poder hablar 45 minutos por teléfono.

11. De acuerdo a las gráficas adjuntas de funciones cuadráticas, complete en el espacio indicado el símbolo $>, <$ o $=$ según corresponda.

Solución

Recuerde que a determina el sentido de la concavidad de la función ($a > 0$ hacia arriba, $a < 0$ hacia abajo), c representa la intersección con el eje y ($c > 0$ arriba del eje x, $c < 0$ abajo de eje x, $c = 0$ si interseca en el origen), $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ son los valores del vértice de la función (punto mínimo o máximo).

A)



$a < 0$

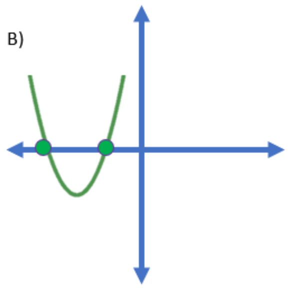
$b = 0$

$c = 0$

$\frac{-b}{2a} = 0$

$\frac{-\Delta}{4a} = 0$

B)



$a > 0$

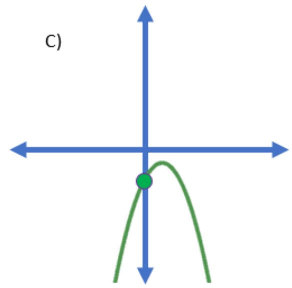
$b > 0$

$c > 0$

$\frac{-b}{2a} < 0$

$\frac{-\Delta}{4a} < 0$

C)



$a < 0$

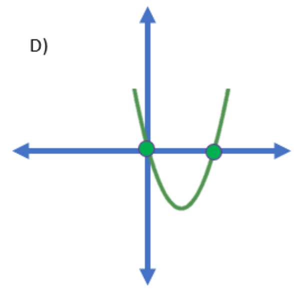
$b > 0$

$c < 0$

$\frac{-b}{2a} > 0$

$\frac{-\Delta}{4a} < 0$

D)



$a > 0$

$b < 0$

$c = 0$

$\frac{-b}{2a} > 0$

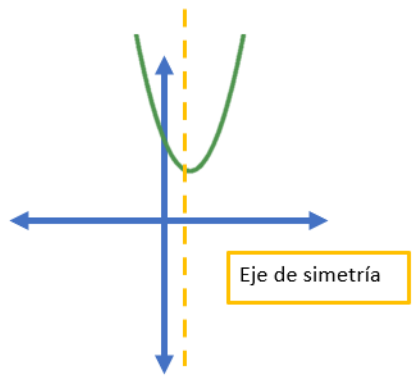
$\frac{-\Delta}{4a} < 0$

12. Realice un bosquejo de la gráfica de una función cuadrática que cumpla con las condiciones dadas.

   I) $a > 0$, $\Delta < 0$, $\dfrac{-b}{2a} > 0$

   Solución

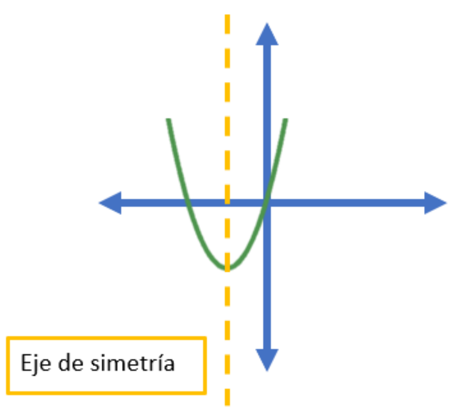
   Recordemos que el determinante (Δ) nos indica la cantidad de veces que se interseca en el eje x la gráfica, como en este caso es menor que cero no hay intersección con el eje x, y $\dfrac{-b}{2a} > 0$ representa el eje de simetría.

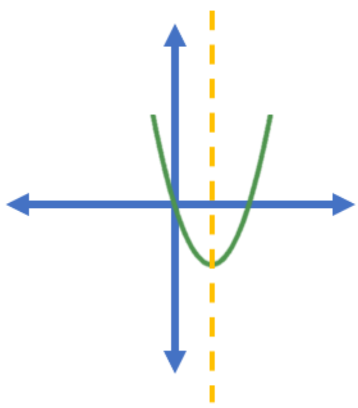


   II) $a > 0$, $\Delta > 0$, $c = 0$

   Solución

   Como $a > 0$ la gráfica es cóncava hacia arriba $\Delta > 0$ hay dos intersecciones con el eje x, y como $c = 0$ interseca al eje y en el origen.

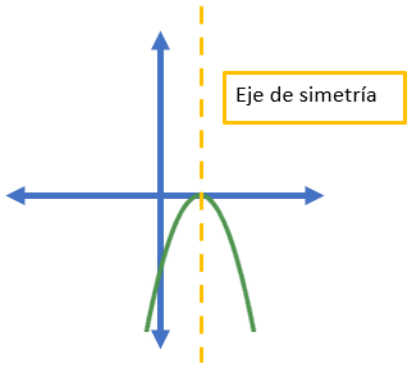




III) $a < 0, \Delta = 0, \dfrac{-b}{2a} > 0$

Solución

Como $a < 0$ la gráfica es cóncava hacia abajo $\Delta = 0$ hay una intersección con el eje x, y como $\dfrac{-b}{2a} > 0$ queda a la derecha del eje y



13. Determine el conjunto al que pertenece a de forma tal que se cumpla que

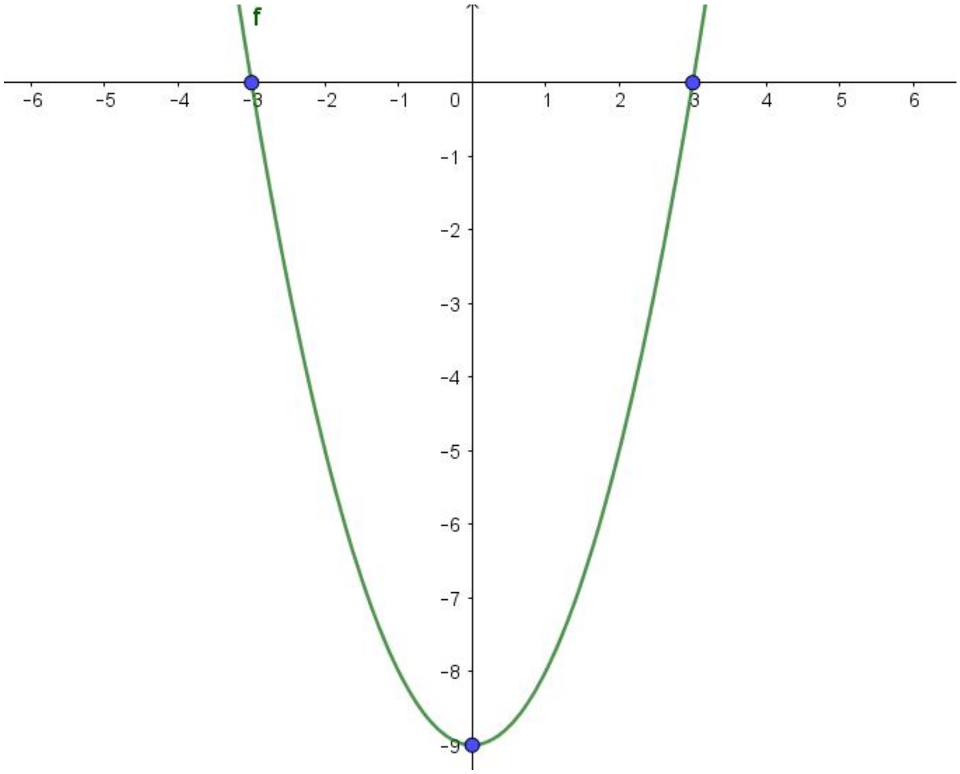
$$f(x) = (-6a)x^2 - 2ax - 2$$

posea un punto máximo.

Solución

Observe que la función posee un punto máximo quiere decir que es cóncava hacia abajo por lo tanto la expresión $-6a < 0$ de está forma note que los valores de a que cumplen está condición se encuentran en $]0, \infty[$

14. Dada la siguiente gráfica de una función cuadrática, determine lo solicitado:



I) Intersecciones con el eje x y el eje y.

Solución

Observando la gráfica proporcionada, se puede deducir que las intersecciones son las siguientes:
Eje x: $(-3, 0)$ y $(3, 0)$
Eje y: $(0, -9)$

II) Vértice de la función.

Solución

Según la información proporcionada por la gráfica, el vértice de la función está dado por el punto $(0, -9)$.

III) Intervalo donde la función crece.
Solución
El intervalo donde f está dado por $]0, +\infty[$.

15. Dada la función $f : \mathbb{R} \to \left[\frac{-5}{4}, \infty\right[$ con criterio $f(x) = x^2 + x - 2$, determine:

   I) Intersecciones con el eje x.
   Solución
   Para saber cuántas intersecciones con el eje x tiene la función dada, se debe averiguar el valor del discriminante:

$$\begin{array}{rrcl} & \Delta & = & b^2 - 4ac \\ \Rightarrow & \Delta & = & 1^2 - 4(1)(-2) \\ \Rightarrow & \Delta & = & 9 \end{array}$$

   Así, se deduce que la función interseca al eje x en dos puntos.

$$\begin{array}{rrcl} & x_1 & = & \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \\ \Rightarrow & x_1 & = & \dfrac{-1 + \sqrt{9}}{2(1)} \\ \\ \Rightarrow & x_1 & = & 1 \end{array}$$

   Por otra parte,

$$\begin{array}{rrcl} & x_2 & = & \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \\ \Rightarrow & x_2 & = & \dfrac{-1 - \sqrt{9}}{2(1)} \\ \\ \Rightarrow & x_2 & = & -2 \end{array}$$

   En resumen, las intersecciones con el eje x están dados por los puntos $(1, 0)$ y $(-2, 0)$.

   II) Intersección con el eje y.
   Solución
   En este caso, basta recordar que la intersección con el eje y está dado por el punto $(0, c)$, es decir, $(0, -2)$

III) Eje de Simetría.

Solución

El eje de simetría, viene dado por: $x = \dfrac{-b}{2a}$, sustituyendo los valores que nos proporciona el criterio de la función, se llega a obtener que $x = \dfrac{-1}{2}$.

Antes de ver la monotonía de la función, es importante ver primero la concavidad que tiene la misma, en este caso en particular, f es una función cóncava hacia arriba, pues $a > 0$. Una vez identificado este aspecto, es bueno recordar que la función crece en el intervalo dado por $\left]\dfrac{-b}{2a}, \infty\right[$ y decrece en el intervalo $\left]-\infty, \dfrac{-b}{2a}\right[$.

IV) Intervalo donde f crece.

Solución

Una vez realizada la aclaración anterior, la función crece en el intervalo $\left]\dfrac{-1}{2}, \infty\right[$.

V) Intervalo donde f decrece.

Solución

En este caso, la función decrece en el intervalo $\left]-\infty, \dfrac{-1}{2}\right[$.

16. Si la gráfica de la función
$$f(x) = (2k-3)x^2 - 5x$$
es cóncava hacia arriba, determine el intervalo al que pertenece k.

Solución

Para que la función sea cóncava hacia arriba, se debe cumplir la condición siguiente:
$$a > 0$$
En este caso, a está dado por $2k-3$, por lo que se llega a concluir que:
$$\begin{array}{rcl} 2k-3 & > & 0 \\ \Rightarrow \quad 2k & > & 3 \\ \Rightarrow \quad k & > & \dfrac{3}{2} \end{array}$$

Así, $k \in \left]\dfrac{3}{2}, +\infty\right[$.

17. Si el vértice de una función cuadrática f que es cóncava hacia abajo está dado por $(-6, 3)$, determine el ámbito y el intervalo donde f es creciente.

Solución

Ámbito
El ámbito de una función cóncava hacia abajo, está dado por $\left]-\infty, \dfrac{-\Delta}{4a}\right]$, donde $\dfrac{-\Delta}{4a}$ es equivalente a la coordenada y del vértice, en resumen, se puede deducir que el ámbito de la función f es $]-\infty, 3]$.

f creciente
El intervalo donde una función f cóncava hacia abajo es creciente, está definido por $\left]-\infty, \dfrac{-b}{2a}\right[$, aquí se puede deducir que $\dfrac{-b}{2a}$ corresponde a la coordenada x del vértice, en resumen, f crece en $]-\infty, -6[$.

18. Un fabricante de artesanías sabe que el ingreso en miles de colones I en términos del precio de venta x está dado por $I = \dfrac{-x^2}{3} + 320x$. ¿Cuál es el ingreso máximo que puede obtener el fabricante?

Solución

Para darle solución a dicho problema, se debe realizar el cálculo del vértice de la función. En este caso, en el eje x se tiene representado el precio de las artesanías, mientras que en el eje y se tiene representado el ingreso al realizar la venta, por lo que basta con calcular la coordenada y, para saber el ingreso máximo, la misma está dada por $\dfrac{-\Delta}{4a}$. Realizando las sustituciones pertinentes, se obtiene que:

$$\begin{aligned} \frac{-\Delta}{4a} &= \frac{-\left(320^2 - 4\left(\dfrac{-1}{3}\right)(0)\right)}{4\left(\dfrac{-1}{3}\right)} \\ &= 76800 \end{aligned}$$

Así, el ingreso máximo que puede obtener el fabricante corresponde a 76800 colones.

19. El número de millas M que cierto automóvil puede recorrer con un galón de gasolina, a una velocidad v en mph, está dado por

$$M = \frac{-1}{30}v^2 + \frac{5}{2}v$$

para $0 < v < 70$

I) Indique las millas recorridas a una velocidad de 50mph

Solución

Para determinar la cantidad de millas solo debemos sustituir el valor de la velocidad dado en la fórmula.

$$\begin{aligned} M &= \frac{-1}{30} \cdot 50^2 + \frac{5}{2} \cdot 50 \\ &= 41,66 \end{aligned}$$

Así la cantidad de millas que se recorren a una velocidad de 50mph es de 41,66

II) Indique la velocidad más económica para un viaje

Solución

Para determinar la velocidad más económica vamos a encontrar primero el vértice de la párabola.

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

Sustituyendo los valores tenemos

$$\begin{aligned} V &= \left(\frac{-2{,}5}{2 \cdot \frac{-1}{30}}, \frac{-6{,}25}{4 \cdot \frac{-1}{30}}\right) \\ V &= \left(\frac{75}{2}, \frac{375}{2}\right) \end{aligned}$$

Donde $\frac{75}{2} = 37,5$ representa la velocidad más económica.

20. La imagen que se muestra en la figura corresponde al puente Lupu (puente de arco) en Shanghái, China.

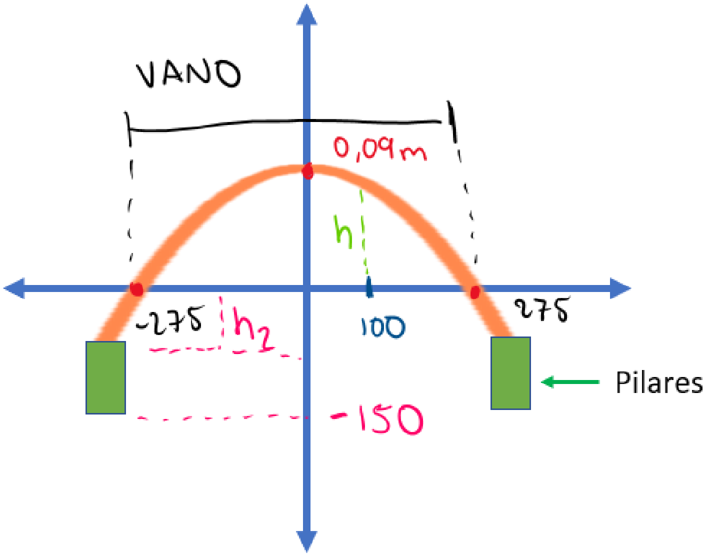
Este puente fue inaugurado el 28 de junio de 2003. Tiene una longitud total de 3,9 km, con el vano central de 550 m. Posee 6 carriles (3 para cada sentido) y su altura máxima contada desde la plataforma es de 90 m. La altura de los pilares laterales donde apoya la plataforma es de 150 m. La estructura del arco es de acero y tiene la forma parabólica.

Se necesita conocer la expresión matemática de la función cuadrática, la distancia entre el apoyo del arco con la plataforma y el pilar, y la altura del arco a los 100 m desde centro.

Se sugiere colocar los ejes de modo que el eje "y" pase por el vértice de la parábola y en coincidencia con la plataforma del puente el eje "x".

Solución

Siguiendo la sugerencia tenemos lo siguiente



donde h es la altura del arco a los 100 m desde centro y h_2 la distancia entre el apoyo del arco con la plataforma y el vano es el espacio del puente que queda dentro de la parábola

Observemos que en la gráfica hay tres puntos, $(-275, 0), (275, 0)$ y el vértice $\left(0, \dfrac{9}{100}\right)$, en casos como recuerde que los puntos $(-275, 0), (275, 0)$ se pueden expresar como $(x + 275)$ y $(x - 275)$ respectivamente.

Ahora debemos multiplicar estos valores $(x + 275)y(x - 275)$ lo cuál nos da $x^2 - 75625$ Luego vamos a multiplicar este resultado por a y obtenemos

$$ax^2 - a75625$$

Lo que tenemos entonces es que

$$f(x) = ax^2 - a75625$$

Para determinar el valor de a, vamos a usar el tercer punto $\left(0, \dfrac{9}{100}\right)$ de manera que $x = 0$ y $f(x) = \dfrac{9}{100}$, así tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{9}{100} &= a \cdot 0^2 - a75625 \\ \frac{9}{100} &= -a75625 \end{aligned}$$

Despejando a

$$\frac{-0{,}09}{75625} = a$$

La expresión algebraica es

$$f(x) = \frac{-0{,}09}{75625}x^2 + \frac{9}{100}$$

Además

$$h = \frac{-0{,}09}{75625} \cdot 0{,}1^2 + \frac{9}{100} = 0, 08km$$

Bibliografía

Noceti, H.(2020).Problemas de funciones cuadráticas. Instituto Nacional de Educación Tecnológica, Ministerio de Educación de la Nación. Recuperado de http://www.inet.edu.ar/wp-content/uploads/2020/05/02-04_Problemas-sobre-funciones-cuadra--ticas.pdf