



# Material de Apoyo

# 10<sup>o</sup>

## Colaboradores:

Camacho Zamora Richard  
Chinchilla Chinchilla Michelle  
Fletes Alvarado Claudia  
Ulloa Araya Siony

# Relaciones y Álgebra

## Conjuntos Numéricos

### Aprendizajes esperados

- Analizar subconjuntos de los números reales.
- Utilizar correctamente los símbolos de pertenencia y de subconjunto.
- Representar intervalos numéricos en forma gráfica, simbólica y por comprensión.
- Determinar la unión y la intersección de conjuntos numéricos.
- Determinar el complemento de un conjunto numérico dado.

# Conjuntos Numéricos

## Definiciones

- **Pertenencia:**

Un elemento  $x$  pertenece a un conjunto  $A$ , si  $x$  cumple cada una de las condiciones para pertenecer a  $A$ . El símbolo para representar la pertenencia es  $\in$ , en el caso de no pertenencia se utiliza el símbolo de  $\notin$ .

- **Unión:**

La unión de dos o más conjuntos da como resultado un nuevo conjunto, siendo este último el que contiene a cada uno de los elementos de todos conjuntos, en caso de tener elementos repetidos solo se coloca una única vez. El símbolo para representar la unión de dos conjuntos es  $\cup$ .

- **Intersección:**

La intersección de dos o más conjuntos da como resultado un nuevo conjunto, el cual contiene únicamente a los elementos que tengan en común los conjuntos que se quieren intersecar. El símbolo para representar la intersección de dos conjuntos es  $\cap$ .

- **Subconjunto:**

El concepto de subconjunto se suele relacionar con el término “está contenido en”, es decir si queremos saber si un conjunto  $A$  es un subconjunto de  $B$ , habría que ver si  $A$  está contenido en  $B$  y esto se reduce a verificar si todos los elementos de  $A$  están en  $B$ . El símbolo para subconjuntos es  $\subseteq$ , en caso de que se requiera el símbolo de no subconjunto  $\not\subseteq$ .

- **Complemento:**

El complemento de un conjunto esta conformado por todos los elementos del conjunto universo que no pertenecen al conjunto en el que se está trabajando. El complemento de un conjunto  $A$  viene representado por  $\overline{A}$  ó  $A^c$ .

- **Notación por comprensión:**

La notación por comprensión de un conjunto viene dada por la escritura de una variable que tome todos los valores que estén en este conjunto.

## Ejercicios Resueltos

Considere el conjunto  $T = \{a - b/a, b \in N \wedge a > b\}$

1. Determine si los números  $5, 0, -3$  pertenecen o no al conjunto  $T$ .
2. Verifique si el conjunto  $A = \{0, 1, 5, 9\}$  es subconjunto o no del conjunto  $T$ .
3. Determine la intersección del conjunto  $B = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$  y el conjunto  $T$ .

### Solución de 1:

Para verificar si un elemento dado pertenece al conjunto o no, basta con verificar si existe una combinación que cumpla la siguiente ecuación

Si  $5 \in T$

$\Rightarrow a - b = 5$ , es decir existe un  $a$  y un  $b$ , tales que al restarlos de como resultado 5.

Para este caso basta tomar  $a = 8$  y  $b = 3$ , para que se cumpla la igualdad, aunque existen muchas maneras de verificar que la resta de 2 números naturales de como resultado 5, al encontrar un solo par de números que cumplan que al restarlos de como resultado 5, se concluye que el  $5 \in T$ .

De manera similar se analizarán 0 y  $-3$

Si  $0 \in T$

$\Rightarrow a - b = 0$

$\Rightarrow a = b$ , lo cual no puede suceder pues  $a > b$ .

Por lo tanto  $0 \notin T$

Si  $-3 \in T$

$\Rightarrow a - b = -3$ , lo cual no puede suceder pues  $a > b$  y ambos son números positivos si se restan con la condición dada la resta siempre da como resultado un número positivo.

Por lo tanto  $-3 \notin T$

### Solución de 2:

Para determinar si  $A \subseteq T$ , se debe averiguar si todos los elementos de  $A$  están incluidos en  $T$ .

De esta manera como se probó en la parte 1, el 0, no está en el conjunto  $T$ .

Por lo que se puede afirmar que  $A \not\subseteq T$ .

### Solución de 3:

Para verificar la intersección de  $T$  con los elementos de  $B$ , primero es importante verificar que elementos de  $B \in T$

Como se mencionó en la parte 1, la resta de los números naturales con la condición  $a > b$ , siempre dará un número mayor estricto que 0 pues la menor combinación de números corresponde a  $a = 1$  y  $b = 0$ , que da como resultado 1.

Por lo que los elementos de  $B$  que están en  $T$ , serían 1 y 3, de esta manera  $B \cap T = \{1, 3\}$

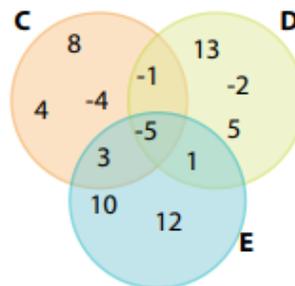
## Ejercicios

1. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos corresponde a conjuntos vacíos?
  - a) El conjunto de los números naturales mayores que 3 y menores que 6.
  - b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -1.
  - c) El conjunto de los números reales mayores que 10 y menores que 11.
  
2. Determine cuáles de los siguientes conjuntos corresponden a conjuntos infinitos.
  - a) El conjunto de los números pares mayores que 14 y menores que 102.
  - b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -12 y menores o iguales que -6.
  - c) El conjunto de los números reales mayores o iguales que  $\frac{-5}{4}$  y menores que 7.
  
3. Si  $m = [a, b[$  se cumple con certeza que
  - a)  $m < a$
  - b)  $m = a$
  - c)  $m < b$
  
4. Si  $-2 < x \leq \sqrt{3}$  entonces un posible valor para  $x$  es
  - a)  $-\frac{\sqrt{9}}{2}$
  - b)  $\sqrt[5]{32}$
  - c)  $\frac{\sqrt[4]{256}}{2}$
  
5. Sea  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $-5 < x \leq 5$ . Un posible valor para  $x$  corresponde a
  - a) -5
  - b)  $\frac{7}{2}$
  - c)  $\frac{-13}{2}$
  
6. Un número que pertenece a  $\left\{x \in \mathbb{R} : -\sqrt{2} \leq x < \frac{1}{2}\right\}$ 
  - a)  $\frac{-3}{4}$
  - b) -2
  - c)  $\frac{1}{2}$

7. Si  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4} \right\}$  entonces con certeza se cumple que

- a)  $\frac{-1}{2} \in A$
- b)  $-2 \in A$
- c)  $\sqrt{2} \in A$

8. Calcule el resultado de cada operación de conjuntos con base en el diagrama adjunto. Escriba su respuesta por extensión



- a)  $C \cup D =$  \_\_\_\_\_
- b)  $C \cap E =$  \_\_\_\_\_
- c)  $D \cup E =$  \_\_\_\_\_
- d)  $D \cap C =$  \_\_\_\_\_
- e) Complemento de  $E$  con respecto a  $D$  \_\_\_\_\_
- f) Complemento de  $C$  con respecto a  $E$  \_\_\_\_\_

9. Determine el resultado de cada operación, de acuerdo con los conjuntos dados.

$$J = \{x / x \in \mathbb{N}, x + 1 = 1\}$$

$$K = \{x / x \in \mathbb{Z}, x + 9 \leq 8\}$$

$$M = \{x^3 / x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$$

- a)  $M \cup K =$  \_\_\_\_\_
- b)  $J \cap M =$  \_\_\_\_\_
- c)  $J \cup K =$  \_\_\_\_\_
- d)  $(J \cup K) \cap M =$  \_\_\_\_\_

## Otras Actividades

- [Actividad Quizizz](#)
- [Actividad Quizlet](#)

## Videos para reforzar

- [Conjuntos](#)
- [Símbolos de conjuntos](#)
- [Símbolos de conjuntos](#)

## Solución de los Ejercicios

1. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos corresponde a conjuntos vacíos?

- a) El conjunto de los números naturales mayores que 3 y menores que 6.
- b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -1.
- c) El conjunto de los números reales mayores que 10 y menores que 11.

**Solución:**

- a) Este conjunto posee dos elementos que son números naturales 4 y 5, por lo tanto, no es un conjunto vacío
- b) El -1 es el mayor de todos los números enteros negativos, por lo tanto, este es un conjunto vacío
- c) Se trata de un intervalo de números reales  $]10, 11[$  el cual tiene infinitos elementos, por lo tanto, no es un conjunto vacío

2. Determine cuáles de los siguientes conjuntos corresponden a conjuntos infinitos.

- a) El conjunto de los números pares mayores que 14 y menores que 24.
- b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -12 y menores o iguales que -6.
- c) El conjunto de los números reales mayores o iguales que  $\frac{-5}{4}$  y menores que 7.

**Solución:**

- a) Este conjunto se puede expresar como  $\{16, 18, 20, 22\}$ , por lo tanto, no es un conjunto infinito
- b) Este conjunto se puede expresar como  $] -12, -6]$ , por lo tanto, no es un conjunto infinito
- c) Se trata de un intervalo de números reales  $\left[\frac{-5}{4}, 7\right]$  el cual tiene infinitos elementos, por lo tanto, es la respuesta correcta.

3. Si  $m = [a, b[$  se cumple con certeza que

- a)  $m < a$
- b)  $m = a$
- c)  $m < b$

**Solución:**

Observe que  $a \leq m < b \Rightarrow m < b$ . La respuesta correcta es c)

4. Si  $-2 < x \leq \sqrt{3}$  entonces un posible valor para  $x$  es

- a)  $-\frac{\sqrt{9}}{2}$
- b)  $\sqrt[5]{32}$
- c)  $\frac{\sqrt[4]{256}}{2}$

**Solución:**

Puesto que  $-\frac{\sqrt{9}}{2} = -1,5$  entonces  $-1,5 \in \{x \in \mathbb{R}: -2 < x \leq \sqrt{3}\}$ . Por lo tanto la respuesta correcta es a)

5. Sea  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $-5 < x \leq 5$ . Un posible valor para  $x$  corresponde a

- a)  $-5$
- b)  $\frac{7}{2}$
- c)  $\frac{-13}{2}$

**Solución:**

Puesto que  $\frac{\sqrt{7}}{2} = 3,5$  entonces  $3,5 \in \{x \in \mathbb{R}: -5 < x \leq 5\}$ . Por lo tanto la respuesta correcta es b)

6. Un número que pertenece a  $\{x \in \mathbb{R}: -\sqrt{2} \leq x < \frac{1}{2}\}$

- a)  $\frac{-3}{4}$
- b)  $-2$
- c)  $\frac{1}{2}$

**Solución:**

Puesto que  $\frac{\sqrt{-3}}{4} = -0,75$  entonces  $-0,75 \in \{x \in \mathbb{R}: -\sqrt{2} \leq x < \frac{1}{2}\}$ . Por lo tanto la respuesta correcta es a)

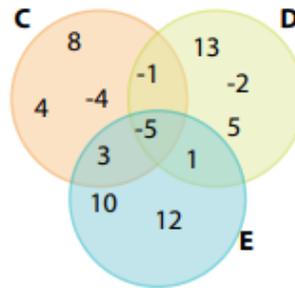
7. Si  $A = \{x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4}\}$

- a)  $\frac{-1}{2} \in A$
- b)  $-2 \in A$
- c)  $\sqrt{2} \in A$

**Solución:**

Puesto que  $\frac{\sqrt{-1}}{2} = -0,5$  entonces  $-0,5 \in \{x \in \mathbb{R}: -\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4}\}$ . Por lo tanto la respuesta correcta es a)

8. Calcule el resultado de cada operación de conjuntos con base en el diagrama adjunto. Escriba su respuesta por extensión



**Solución:**

- a)  $C \cup D = \{-5, -4, -2, -1, 1, 3, 4, 5, 8, 13\}$
- b)  $C \cap E = \{-5, 3\}$
- c)  $D \cup E = \{-5, -2, -1, 1, 3, 5, 10, 12, 13\}$
- d)  $D \cap C = \{-5, -1\}$
- e) Complemento de  $E$  con respecto a  $D$   
 $\{-2, -1, 5, 13\}$
- f) Complemento de  $C$  con respecto a  $E$   
 $\{1, 10, 12\}$

9. Determine el resultado de cada operación, de acuerdo con los conjuntos dados.

$$J = \{x / x \in \mathbb{N}, x + 1 = 1\}$$

$$K = \{x / x \in \mathbb{Z}, x + 9 \leq 8\}$$

$$M = \{x^3 / x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$$

**Solución:**

- a)  $M \cup K = \{\dots, -1, 0, 1, 8\}$
- b)  $J \cap M = \{0\}$
- c)  $J \cup K = \emptyset$
- d)  $(J \cup K) \cap M = \{-8, -1, 0\}$

## Referencias

- [1] Santillana. *Matemática 10. Edición para docentes* (2019). Proyecto Puentes del Saber. Santillana. -1 ed. - San José, C.R. : Editorial Santillana.
- [2] Díaz, J. (2015). *MATEMÁTICA Décimo año*. UNED