



Material de Apoyo

10^o

Colaboradores:

Camacho Zamora Richard
Chinchilla Chinchilla Michelle
Fletes Alvarado Claudia
Ulloa Araya Siony

Relaciones y Álgebra

Conjuntos Numéricos

Aprendizajes esperados

- Analizar subconjuntos de los números reales.
- Utilizar correctamente los símbolos de pertenencia y de subconjunto.
- Representar intervalos numéricos en forma gráfica, simbólica y por comprensión.
- Determinar la unión y la intersección de conjuntos numéricos.
- Determinar el complemento de un conjunto numérico dado.

Conjuntos Numéricos

Definiciones

- **Pertenencia:**

Un elemento x pertenece a un conjunto A , si x cumple cada una de las condiciones para pertenecer a A . El símbolo para representar la pertenencia es \in , en el caso de no pertenencia se utiliza el símbolo de \notin .

- **Unión:**

La unión de dos o más conjuntos da como resultado un nuevo conjunto, siendo este último el que contiene a cada uno de los elementos de todos conjuntos, en caso de tener elementos repetidos solo se coloca una única vez. El símbolo para representar la unión de dos conjuntos es \cup .

- **Intersección:**

La intersección de dos o más conjuntos da como resultado un nuevo conjunto, el cual contiene únicamente a los elementos que tengan en común los conjuntos que se quieren intersecar. El símbolo para representar la intersección de dos conjuntos es \cap .

- **Subconjunto:**

El concepto de subconjunto se suele relacionar con el término “está contenido en”, es decir si queremos saber si un conjunto A es un subconjunto de B , habría que ver si A está contenido en B y esto se reduce a verificar si todos los elementos de A están en B . El símbolo para subconjuntos es \subseteq , en caso de que se requiera el símbolo de no subconjunto $\not\subseteq$.

- **Complemento:**

El complemento de un conjunto esta conformado por todos los elementos del conjunto universo que no pertenecen al conjunto en el que se está trabajando. El complemento de un conjunto A viene representado por \bar{A} ó A^c .

- **Notación por comprensión:**

La notación por comprensión de un conjunto viene dada por la escritura de una variable que tome todos los valores que estén en este conjunto.

Ejercicios Resueltos

Considere el conjunto $T = \{a - b/a, b \in N \wedge a > b\}$

1. Determine si los números $5, 0, -3$ pertenecen o no al conjunto T .
2. Verifique si el conjunto $A = \{0, 1, 5, 9\}$ es subconjunto o no del conjunto T .
3. Determine la intersección del conjunto $B = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ y el conjunto T .

Solución de 1:

Para verificar si un elemento dado pertenece al conjunto o no, basta con verificar si existe una combinación que cumpla la siguiente ecuación

Si $5 \in T$

$\Rightarrow a - b = 5$, es decir existe un a y un b , tales que al restarlos de como resultado 5.

Para este caso basta tomar $a = 8$ y $b = 3$, para que se cumpla la igualdad, aunque existen muchas maneras de verificar que la resta de 2 números naturales de como resultado 5, al encontrar un solo par de números que cumplan que al restarlos de como resultado 5, se concluye que el $5 \in T$.

De manera similar se analizarán 0 y -3

Si $0 \in T$

$\Rightarrow a - b = 0$

$\Rightarrow a = b$, lo cual no puede suceder pues $a > b$.

Por lo tanto $0 \notin T$

Si $-3 \in T$

$\Rightarrow a - b = -3$, lo cual no puede suceder pues $a > b$ y ambos son números positivos si se restan con la condición dada la resta siempre da como resultado un número positivo.

Por lo tanto $-3 \notin T$

Solución de 2:

Para determinar si $A \subseteq T$, se debe averiguar si todos los elementos de A están incluidos en T .

De esta manera como se probó en la parte 1, el 0, no está en el conjunto T .

Por lo que se puede afirmar que $A \not\subseteq T$.

Solución de 3:

Para verificar la intersección de T con los elementos de B , primero es importante verificar que elementos de $B \in T$

Como se mencionó en la parte 1, la resta de los números naturales con la condición $a > b$, siempre dará un número mayor estricto que 0 pues la menor combinación de números corresponde a $a = 1$ y $b = 0$, que da como resultado 1.

Por lo que los elementos de B que están en T , serían 1 y 3, de esta manera $B \cap T = \{1, 3\}$

Ejercicios

1. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos corresponde a conjuntos vacíos?
 - a) El conjunto de los números naturales mayores que 3 y menores que 6.
 - b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -1.
 - c) El conjunto de los números reales mayores que 10 y menores que 11.

2. Determine cuáles de los siguientes conjuntos corresponden a conjuntos infinitos.
 - a) El conjunto de los números pares mayores que 14 y menores que 102.
 - b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -12 y menores o iguales que -6.
 - c) El conjunto de los números reales mayores o iguales que $\frac{-5}{4}$ y menores que 7.

3. Si $m = [a, b[$ se cumple con certeza que
 - a) $m < a$
 - b) $m = a$
 - c) $m < b$

4. Si $-2 < x \leq \sqrt{3}$ entonces un posible valor para x es
 - a) $-\frac{\sqrt{9}}{2}$
 - b) $\sqrt[5]{32}$
 - c) $\frac{\sqrt[4]{256}}{2}$

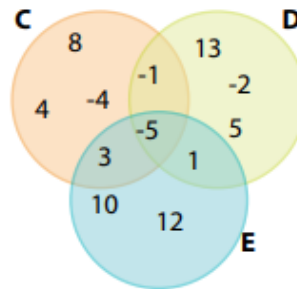
5. Sea $x \in \mathbb{R}$ tal que $-5 < x \leq 5$. Un posible valor para x corresponde a
 - a) -5
 - b) $\frac{7}{2}$
 - c) $\frac{-13}{2}$

6. Un número que pertenece a $\left\{x \in \mathbb{R} : -\sqrt{2} \leq x < \frac{1}{2}\right\}$
 - a) $\frac{-3}{4}$
 - b) -2
 - c) $\frac{1}{2}$

7. Si $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4} \right\}$ entonces con certeza se cumple que

- a) $\frac{-1}{2} \in A$
- b) $-2 \in A$
- c) $\sqrt{2} \in A$

8. Calcule el resultado de cada operación de conjuntos con base en el diagrama adjunto. Escriba su respuesta por extensión



- a) $C \cup D =$ _____
- b) $C \cap E =$ _____
- c) $D \cup E =$ _____
- d) $D \cap C =$ _____
- e) Complemento de E con respecto a D _____
- f) Complemento de C con respecto a E _____

9. Determine el resultado de cada operación, de acuerdo con los conjuntos dados.

$$J = \{x / x \in \mathbb{N}, x + 1 = 1\}$$

$$K = \{x / x \in \mathbb{Z}, x + 9 \leq 8\}$$

$$M = \{x^3 / x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$$

- a) $M \cup K =$ _____
- b) $J \cap M =$ _____
- c) $J \cup K =$ _____
- d) $(J \cup K) \cap M =$ _____

Otras Actividades

- [Actividad Quizizz](#)
- [Actividad Quizlet](#)

Videos para reforzar

- [Conjuntos](#)
- [Símbolos de conjuntos](#)
- [Símbolos de conjuntos](#)

Solución de los Ejercicios

1. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos corresponde a conjuntos vacíos?

- a) El conjunto de los números naturales mayores que 3 y menores que 6.
- b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -1.
- c) El conjunto de los números reales mayores que 10 y menores que 11.

Solución:

- a) Este conjunto posee dos elementos que son números naturales 4 y 5, por lo tanto, no es un conjunto vacío
- b) El -1 es el mayor de todos los números enteros negativos, por lo tanto, este es un conjunto vacío
- c) Se trata de un intervalo de números reales $]10, 11[$ el cual tiene infinitos elementos, por lo tanto, no es un conjunto vacío

2. Determine cuáles de los siguientes conjuntos corresponden a conjuntos infinitos.

- a) El conjunto de los números pares mayores que 14 y menores que 24.
- b) El conjunto de números enteros negativos mayores que -12 y menores o iguales que -6.
- c) El conjunto de los números reales mayores o iguales que $\frac{-5}{4}$ y menores que 7.

Solución:

- a) Este conjunto se puede expresar como $\{16, 18, 20, 22\}$, por lo tanto, no es un conjunto infinito
- b) Este conjunto se puede expresar como $] -12, -6]$, por lo tanto, no es un conjunto infinito
- c) Se trata de un intervalo de números reales $\left[\frac{-5}{4}, 7\right]$ el cual tiene infinitos elementos, por lo tanto, es la respuesta correcta.

3. Si $m = [a, b[$ se cumple con certeza que

- a) $m < a$
- b) $m = a$
- c) $m < b$

Solución:

Observe que $a \leq m < b \Rightarrow m < b$. La respuesta correcta es c)

4. Si $-2 < x \leq \sqrt{3}$ entonces un posible valor para x es

- a) $-\frac{\sqrt{9}}{2}$
- b) $\sqrt[5]{32}$
- c) $\frac{\sqrt[4]{256}}{2}$

Solución:

Puesto que $-\frac{\sqrt{9}}{2} = -1,5$ entonces $-1,5 \in \{x \in \mathbb{R}: -2 < x \leq \sqrt{3}\}$. Por lo tanto la respuesta correcta es a)

5. Sea $x \in \mathbb{R}$ tal que $-5 < x \leq 5$. Un posible valor para x corresponde a

- a) -5
- b) $\frac{7}{2}$
- c) $\frac{-13}{2}$

Solución:

Puesto que $\frac{\sqrt{7}}{2} = 3,5$ entonces $3,5 \in \{x \in \mathbb{R}: -5 < x \leq 5\}$. Por lo tanto la respuesta correcta es b)

6. Un número que pertenece a $\{x \in \mathbb{R}: -\sqrt{2} \leq x < \frac{1}{2}\}$

- a) $\frac{-3}{4}$
- b) -2
- c) $\frac{1}{2}$

Solución:

Puesto que $\frac{\sqrt{-3}}{4} = -0,75$ entonces $-0,75 \in \{x \in \mathbb{R}: -\sqrt{2} \leq x < \frac{1}{2}\}$. Por lo tanto la respuesta correcta es a)

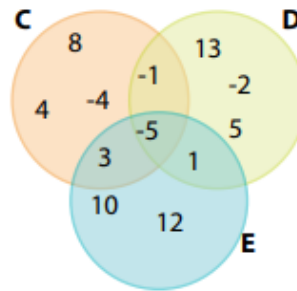
7. Si $A = \{x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4}\}$

- a) $\frac{-1}{2} \in A$
- b) $-2 \in A$
- c) $\sqrt{2} \in A$

Solución:

Puesto que $\frac{\sqrt{-1}}{2} = -0,5$ entonces $-0,5 \in \{x \in \mathbb{R}: -\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4}\}$. Por lo tanto la respuesta correcta es a)

8. Calcule el resultado de cada operación de conjuntos con base en el diagrama adjunto. Escriba su respuesta por extensión



Solución:

- a) $C \cup D = \{-5, -4, -2, -1, 1, 3, 4, 5, 8, 13\}$
- b) $C \cap E = \{-5, 3\}$
- c) $D \cup E = \{-5, -2, -1, 1, 3, 5, 10, 12, 13\}$
- d) $D \cap C = \{-5, -1\}$
- e) Complemento de E con respecto a D
 $\{-2, -1, 5, 13\}$
- f) Complemento de C con respecto a E
 $\{1, 10, 12\}$

9. Determine el resultado de cada operación, de acuerdo con los conjuntos dados.

$$J = \{x / x \in \mathbb{N}, x + 1 = 1\}$$

$$K = \{x / x \in \mathbb{Z}, x + 9 \leq 8\}$$

$$M = \{x^3 / x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$$

Solución:

- a) $M \cup K = \{\dots, -1, 0, 1, 8\}$
- b) $J \cap M = \{0\}$
- c) $J \cup K = \emptyset$
- d) $(J \cup K) \cap M = \{-8, -1, 0\}$

Referencias

- [1] Santillana. *Matemática 10. Edición para docentes* (2019). Proyecto Puentes del Saber. Santillana. -1 ed. - San José, C.R. : Editorial Santillana.
- [2] Díaz, J. (2015). *MATEMÁTICA Décimo año*. UNED