

OCAA 2021

Solución Examen Nivel

Problema 1

El radio del planeta será

$$R = 0,01R_{\oplus}$$

$$R = 6,96 \times 10^6 \text{ m}$$

La distancia a la que se encuentra es de

$$r = 4000D_{\odot}$$

$$r = 8000R_{\odot}$$

$$r = 5,57 \times 10^{12} \text{ m}$$

La luminosidad absorbida será

$$L_a = \frac{R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4 \pi R^2}{r^2} (1 - A)$$

$$L_a = \frac{(6,96 \times 10^8)^2 (5,67 \times 10^{-8}) (5800)^4 \pi (6,96 \times 10^6)^2}{(5,57 \times 10^{12})^2} (1 - 0,3)$$

$$L_a = 1,07 \times 10^{14} \text{ J/s}$$

Problema 2

El diámetro de x es

$$D_x = 2 \times (12742000)$$

$$D_x = 2,55 \times 10^7 \text{ m}$$

O su radio

$$R_x = 1,27 \times 10^7 \text{ m}$$

La densidad del planeta X será

$$\rho_x = \frac{3}{2}(5510)$$

$$\rho_x = 8265 \text{ kg/m}^3$$

La fuerza de gravedad será

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

$$F = \frac{Gm\rho_x \left(\frac{4\pi}{3}\right) R_x^3}{R_x^2}$$

$$F = \frac{4\pi}{3} (6,67 \times 10^{-11})(70)(8265)(1,27 \times 10^7)$$

$$F = 2052,8 \text{ N}$$

Problema 3

a) La masa del cuerpo es

$$m = 0,001 (1,99 \times 10^{30})$$

$$m = 1,99 \times 10^{27} \text{ kg}$$

b) El periodo terrestre

$$T_{\oplus} = 1 \text{ año} \times \frac{365 \text{ días}}{1 \text{ año}} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3,15 \times 10^7 \text{ s}$$

Para este cuerpo en específico

$$T = 11T_{\oplus}$$

$$T = 11(3,15 \times 10^7)$$

$$T = 3,47 \times 10^8 \text{ s}$$

c) Utilizando la tercera ley de Kepler podemos obtener a para este cuerpo celeste:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M + m)}{4\pi^2}$$

Sustituyendo y despejando

$$a = \left[\frac{(3,47 \times 10^8)^2 (6,67 \times 10^{-11}) (1,001 \times 1,99 \times 10^{30})}{4\pi^2} \right]^{1/3}$$

$$a = 7,39 \times 10^{11} \text{ m} = 4,93 \text{ UA}$$

d) Ahora sabemos que la excentricidad se puede escribir como

$$\varepsilon = \frac{C}{a}$$

La distancia entre el centro de la orbita del cuerpo y su foco (que es donde estaría el Sol) es C , así que el resultado es un simple despeje.

$$C = a\varepsilon$$

$$C = (7,39 \times 10^{11})(0,048)$$

$$C = 3,55 \times 10^{10} \text{ m} = 0,236 \text{ UA}$$

e) La Tierra pues a es mas que una unidad astronómica.

Problema 4

a) Partiendo de la ecuación de efecto Doppler

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

$$\frac{20}{397} = \frac{v}{c}$$

$$v = (0,0504)(3,0 \times 10^8)$$

$$v = 1,51 \times 10^7 \text{ m/s}$$

b) Esta galaxia se aleja pues v es positiva.

Problema 5

a) Las estrellas que serán visibles durante el día son aquellas cuya ascensión recta esta en el rango de -6 horas y + 6 horas respecto a la ascensión recta del Sol.

En este caso sería entre las $06^{\text{h}},04^{\text{m}},55^{\text{s}}$ y las $18^{\text{h}},04^{\text{m}},55^{\text{s}}$. Por lo que las estrellas visibles serían Arcturus y Antares.

b) Conforme la tierra se desplaza alrededor del sol, algunas estrellas quedan desde nuestra perspectiva, detrás de nuestra estrella o cerca de esta región, entonces estas estrellas no serán visibles durante un lapso de tiempo pues el brillo del Sol y el efecto que esto genera en nuestra atmósfera no permitirá su visibilidad.

c) La culminación es el momento en el cual una estrella alcanza el meridiano local, o sea su punto más alto en el cielo.