



Material de Apoyo

9^o

Colaboradores:

Jordy Alfaro Brenes

Christian Duarte Mayorga

Edgar Solano Solano

María José Gómez Ramírez.

Problemas de ecuaciones cuadráticas

1. La medida del largo de un rectángulo excede al ancho en 4 unidades. Si el área del rectángulo es 60cm^2 . ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Solución:

Medida del ancho: x

Medida del largo: $x + 4$ porque excede en 4 unidades al ancho

Área del rectángulo: $x(x + 4) = 60$

$$x(x + 4) = 60 \Rightarrow x^2 + 4x = 60$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0$$

De ahí, $a = 1, b = 4$ y $c = -60$

Ahora, por fórmula general se tiene que $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\text{Entonces, } x_1 = \frac{-4 + \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -60}}{2 \cdot 1} \text{ y } x_2 = \frac{-4 - \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -60}}{2 \cdot 1}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-4 + \sqrt{256}}{2 \cdot 1} \text{ y } x_2 = \frac{-4 - \sqrt{256}}{2 \cdot 1}$$

$$\Rightarrow x_1 = 6 \text{ y } x_2 = -10$$

$\Rightarrow x = 6$, porque $x_2 = -10$ se descarta al ser una medida negativa, así que solo se toma en cuenta x_1

\therefore El ancho es 6 y la medida del largo es 10.

Nota: La solución de este ejercicio también se puede abordar por medio del método de inspección.

2. La suma de dos números es 10 y la suma de sus cuadrados es 58. Halle ambos números.

Solución:

x : Primer número

y : Segundo número

Dado que $x + y = 10$:

Entonces: $y = 10 - x$

Así, se puede tomar el segundo número como: $10 - x$

Como la suma de los cuadrados de ambos números resulta 58, entonces:

$$x^2 + (10 - x)^2 = 58$$

$$\Rightarrow x^2 + (100 - 20x + x^2) = 58$$

$$\Rightarrow x^2 + 100 - 20x + x^2 - 58 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 20x + 42 = 0$$

Ahora, por fórmula general se tiene que $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\text{Entonces, } x_1 = \frac{20 + \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 42}}{2 \cdot 2} \text{ y } x_2 = \frac{20 - \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 42}}{2 \cdot 2}$$

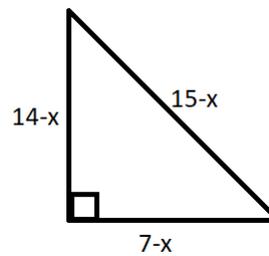
$$\Rightarrow x_1 = \frac{20 + \sqrt{64}}{2 \cdot 2} \text{ y } x_2 = \frac{20 - \sqrt{64}}{2 \cdot 2}$$

$$\Rightarrow x_1 = 7 \text{ y } x_2 = 3$$

\therefore Los números buscados son 7 y 3.

Nota: La solución de este ejercicio también se puede abordar por medio del método de inspección.

3. De acuerdo con los datos de la figura, determine las dimensiones del triángulo



Solución:

Por Teorema de Pitágoras se tiene que:

$$(14 - x)^2 + (7 - x)^2 = (15 - x)^2$$

$$\Rightarrow 196 - 28x + x^2 + 49 - 14x + x^2 = 225 - 30x + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 20 = 0$$

Ahora, por fórmula general se tiene que $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\text{Entonces, } x_1 = \frac{12 + \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2 \cdot 1} \text{ y } x_2 = \frac{12 - \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2 \cdot 1}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{12 + \sqrt{64}}{2 \cdot 1} \text{ y } x_2 = \frac{12 - \sqrt{64}}{2 \cdot 1}$$

$$\Rightarrow x_1 = 10 \text{ y } x_2 = 2$$

De ahí, $x = 2$ porque si $x = 10$, la medida del cateto menor sería negativa porque $7 - 10 = -3$ y las medidas deben ser positivas. Entonces:

$$\text{Cateto mayor: } 14 - x = 14 - 2 = 12$$

$$\text{Cateto menor: } 7 - x = 7 - 2 = 5$$

$$\text{Hipotenusa: } 15 - x = 15 - 2 = 13$$

Nota: La solución de este ejercicio también se puede abordar por medio del método de inspección.

Anexos

En esta sección se adjuntan los siguientes videos:

Solución de ecuaciones cuadráticas mediante inspección:

<https://youtu.be/ebQ0MGxR7Nw>

Solución de ecuaciones cuadráticas usando fórmula general:

<https://youtu.be/V25GDKHpDOK>



Referencias

Hurtado. L. (2019). Libro noveno 2019.