



# Material de Apoyo

# 9<sup>o</sup>

## Colaboradores:

Jordy Alfaro Brenes

Christian Duarte Mayorga

Edgar Solano Solano

María José Gómez Ramírez.

## Gráficas de funciones cuadráticas de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$

Es común encontrar el criterio de la función cuadrática de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , sin embargo, completando cuadrados, este criterio también se puede escribir de la forma  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ .

Esta forma resulta útil para visualizar la gráfica de la función cuadrática como transformaciones de la gráfica de criterio  $f(x) = x^2$ , de la siguiente manera:

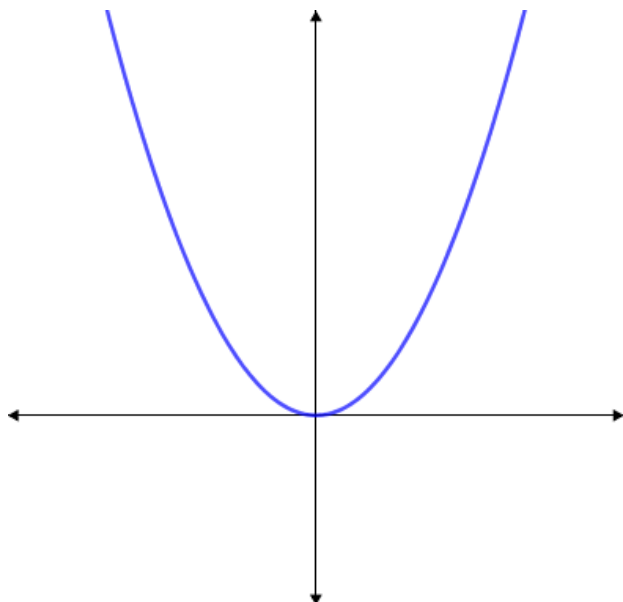


Figura 1:

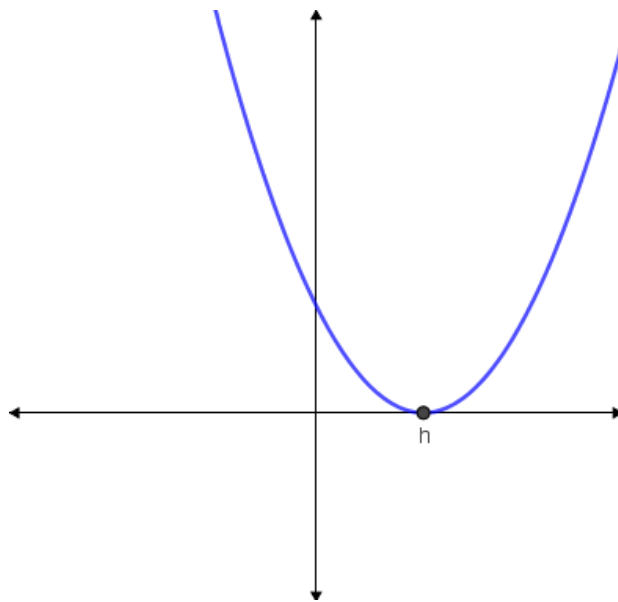


Figura 2:

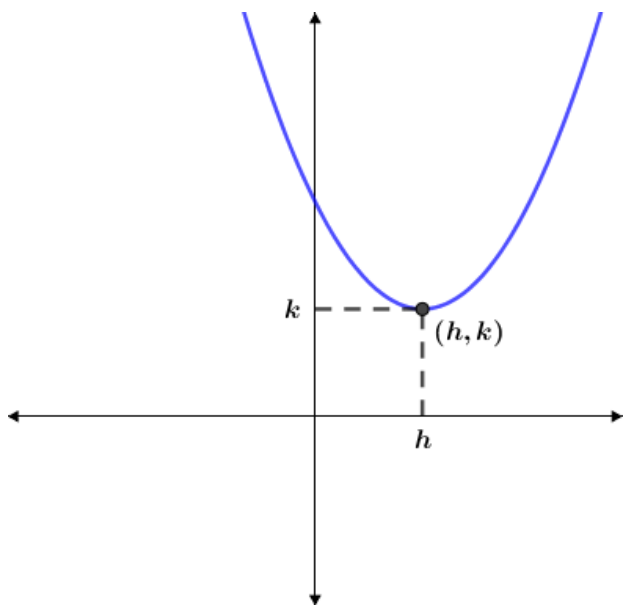


Figura 3:

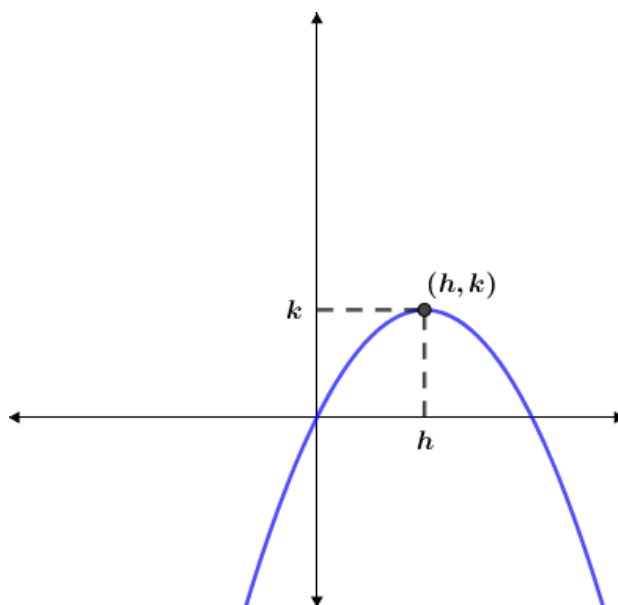


Figura 4:

De esta manera se puede observar que:

- La gráfica de la figura 1 corresponde a la función con criterio  $f(x) = x^2$
- La gráfica de la figura 2 corresponde a la función con criterio  $f(x) = (x - h)^2$  y se obtiene al trasladar  $f(x) = x^2$ ,  $h$  unidades a la derecha.
- La gráfica de la figura 3 corresponde a la función con criterio  $f(x) = (x - h)^2 + k$  y se obtiene al trasladar  $f(x) = (x - h)^2$ ,  $k$  unidades a la arriba.
- La gráfica de la figura 4 corresponde a la función con criterio  $f(x) = a(x - h)^2 + k$  y se obtiene al reflejar  $f(x) = (x - h)^2 + k$ .

En general:

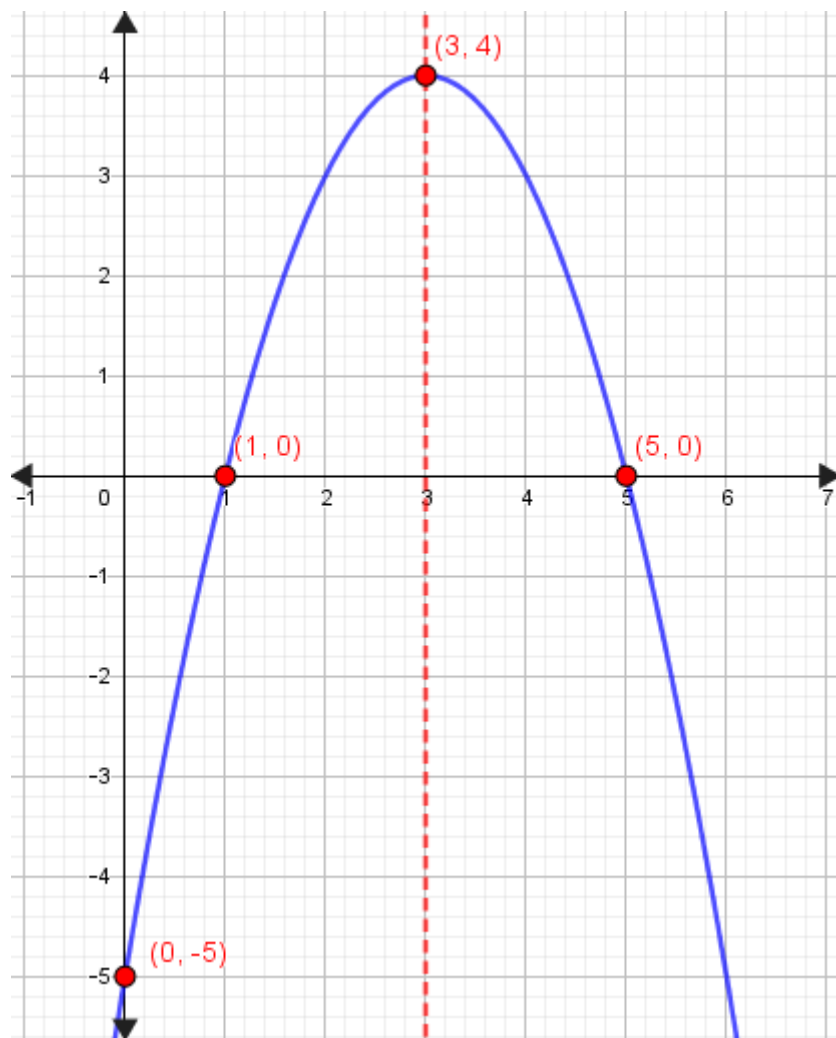
- Con  $h$  la gráfica de la función cuadrática se traslada a la izquierda o la derecha.
- Con  $k$  la gráfica de la función cuadrática se traslada a hacia arriba o hacia abajo.
- Con  $a$  se determina si la gráfica de la función cuadrática es concava hacia arriba o concava hacia abajo según el signo de  $a$ .
- El vértice de la función viene dado por  $(h, k)$ .

## Ejemplos

1.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

Este criterio se puede reescribir como  $f(x) = -(x - 3)^2 + 4$  y se puede observar que:

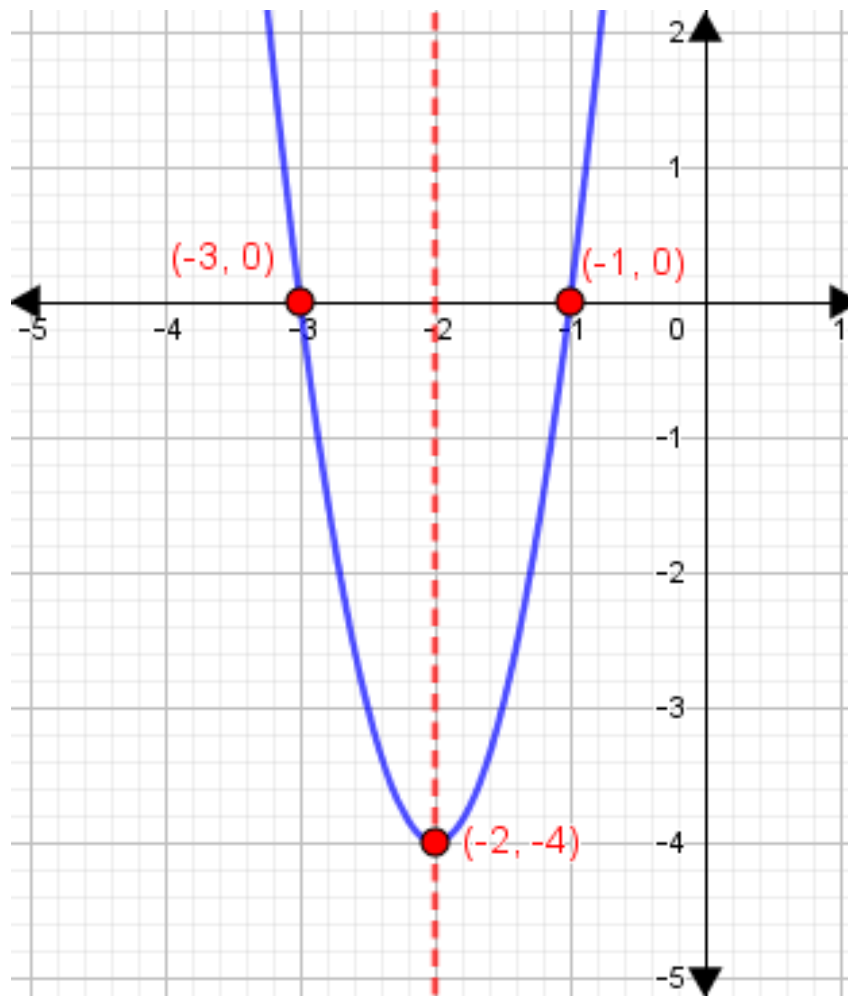
- $a = -1$ , entonces la gráfica de la función es cóncava hacia abajo.
- $h = 3$ , entonces la gráfica de la función se traslada 3 unidades a la derecha.
- $k = 4$ , entonces la gráfica de la función se traslada 4 unidades hacia arriba.
- El vértice de la función viene dado por  $(3, 4)$ .



2.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 4x^2 + 16x + 12$

Este criterio se puede reescribir como  $f(x) = 4(x + 2)^2 - 4$  y se puede observar que:

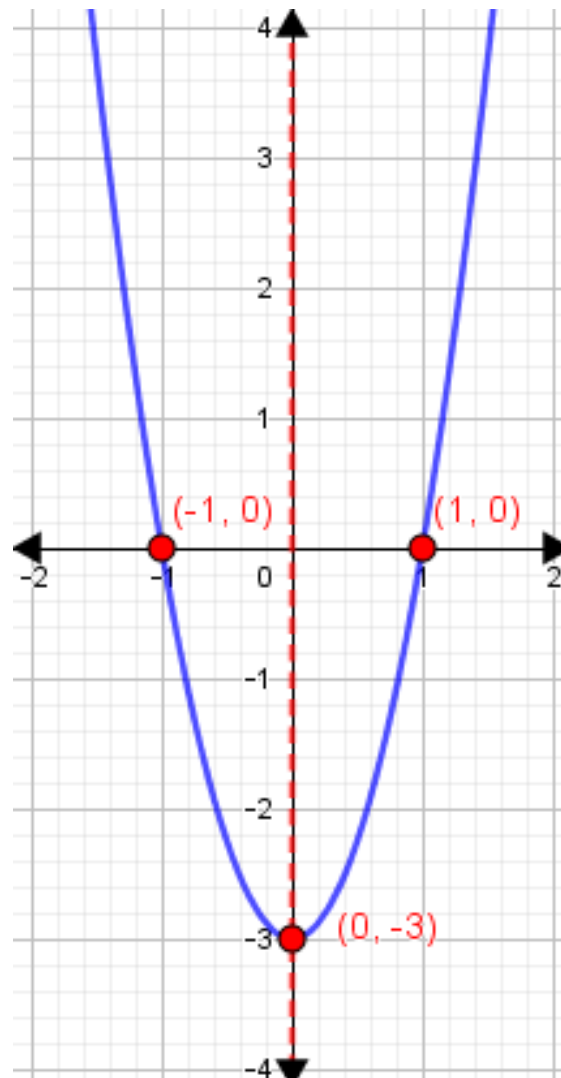
- $a = 4$ , entonces la gráfica de la función es concava hacia arriba.
- $h = -2$ , entonces la gráfica de la función se traslada 2 unidades a la izquierda.
- $k = -4$ , entonces la gráfica de la función se traslada 4 unidades hacia abajo.
- El vértice de la función viene dado por  $(-2, -4)$ .



3.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 3x^2 - 3$

Este criterio se puede reescribir como  $f(x) = 3(x - 0)^2 - 3$  y se puede observar que:

- $a = 3$ , entonces la gráfica de la función es concava hacia arriba.
- $h = 0$ , entonces la gráfica de la función no se traslada ni a la izquierda ni a la derecha
- $k = -3$ , entonces la gráfica de la función se traslada 3 unidades hacia abajo.
- El vértice de la función viene dado por  $(0, -3)$ .



## Referencias

- [1] Ministerio de Educación Pública . (2017). Reforma Curricular en ética, Estética y Ciudadanía: Programas de Estudio de Matemáticas. Recuperado el 16 de noviembre del 2017 de: [www.mep.go.cr](http://www.mep.go.cr)