PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

TEC Tecnológico de Costa Rica

Material de Apoyo

9°

Colaboladores:

Jordy Alfaro Brenes

Christian Duarte Mayorga

Edgar Solano Solano

María José Gómez Ramírez.

Práctica de gráficas de funciones cuadráticas

Trace la gráfica de cada una de las siguientes funciones:

1. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

2. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 4x^2 + 16x + 12$

3. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$

4. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por$f(x) = 3x^2 - 3$

5. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por$f(x) = \dfrac{-1}{4}x^2 - \dfrac{3}{2}x - \dfrac{5}{4}$

Solución

1. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

   a) **Concavidad**
   Como $a = -1 < 0$ la función es concava hacia abajo.

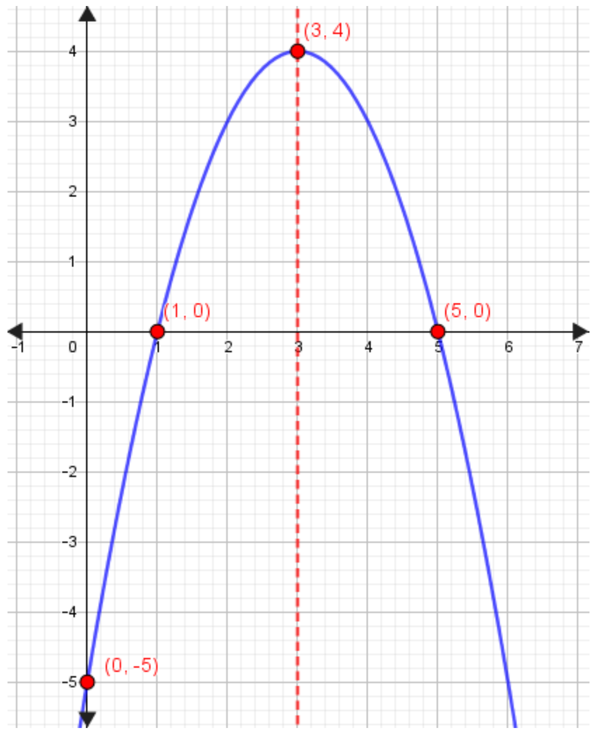
   b) **Intersección con los ejes**
   Intersección con el eje X: se resuelve $-x^2 + 6x - 5 = 0$ donde la solución es $S = \{1, 5\}$, entonces las intersecciones con el eje X son $(1, 0)$ y $(5, 0)$.

   Intersección con el eje Y: como $c = -5$, entonces la intersección con el eje Y es $(0, -5)$.

   c) **Eje de simetría**
   Como $a = -1$ y $b = 6$ el eje de simetría es $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{2 \cdot -1} = 3$

   d) **Vértice**
   $V = \left(\dfrac{-b}{2a}, \dfrac{-(b^2 - 4ac)}{4a}\right) = \left(\dfrac{-6}{2 \cdot -1}, \dfrac{-(6^2 - 4 \cdot -1 \cdot -5)}{4 \cdot -1}\right) = (3, 4)$

   e) **Gráfica**



2. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 4x^2 + 16x + 12$

   a) **Concavidad**
   Como $a = 4 > 0$ la función es concava hacia arriba.

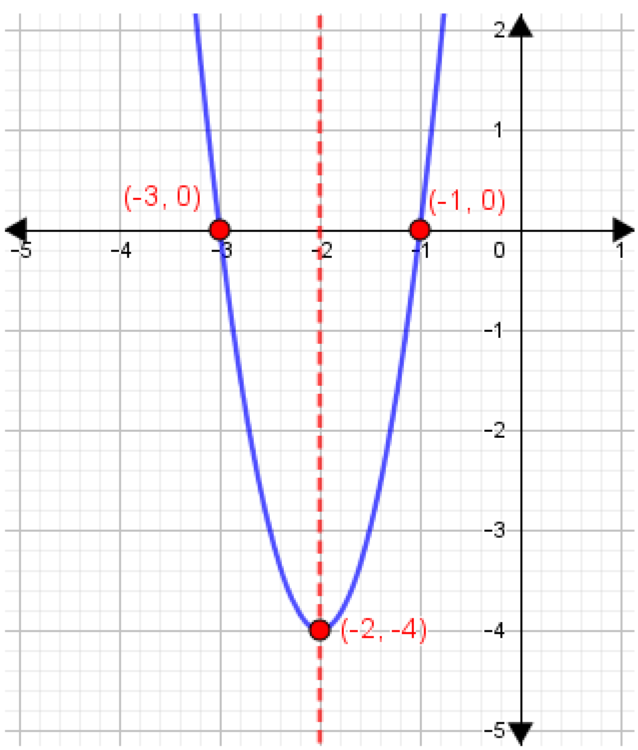
   b) **Intersección con los ejes**
   Intersección con el eje X: se resuelve $4x^2 + 16x + 12 = 0$ donde la solución es $S = \{-1, -3\}$, entonces las intersecciones con el eje X son $(-1, 0)$ y $(-3, 0)$.

   Intersección con el eje Y: como $c = 12$, entonces la intersección con el eje Y es $(0, 12)$.

   c) **Eje de simetría**
   Como $a = 4$ y $b = 16$ el eje de simetría es $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-16}{2 \cdot 4} = -2$

   d) **Vértice**
   $$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}\right) = \left(\frac{-16}{2 \cdot 4}, \frac{-(16^2 - 4 \cdot 4 \cdot 12)}{4 \cdot 4}\right) = (-2, -4)$$

   e) **Gráfica**



3. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$

a) **Concavidad**
Como $a = 2 > 0$ la función es concava hacia arriba.

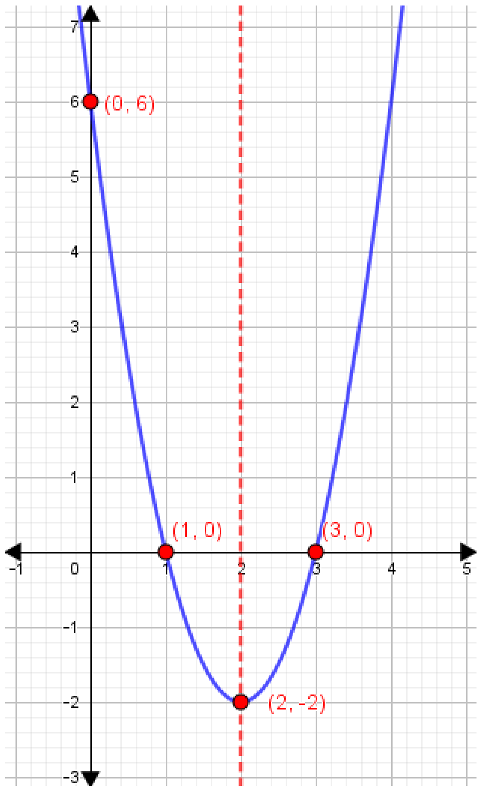
b) **Intersección con los ejes**
Intersección con el eje X: se resuelve $2x^2 - 8x + 6$ donde la solución es $S = \{1, 3\}$, entonces las intersecciones con el eje X son $(1, 0)$ y $(3, 0)$.

Intersección con el eje Y: como $c = 6$, entonces la intersección con el eje Y es $(0, 6)$.

c) **Eje de simetría**
Como $a = 2$ y $b = -8$ el eje de simetría es $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-(-8)}{2 \cdot 2} = 2$

d) **Vértice**
$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}\right) = \left(\frac{-(-8)}{2 \cdot 2}, \frac{-((-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6)}{4 \cdot 2}\right) = (2, -2)$$

e) **Gráfica**



4. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x^2 - 3$

   a) **Concavidad**
   Como $a = 3 > 0$ la función es concava hacia arriba.

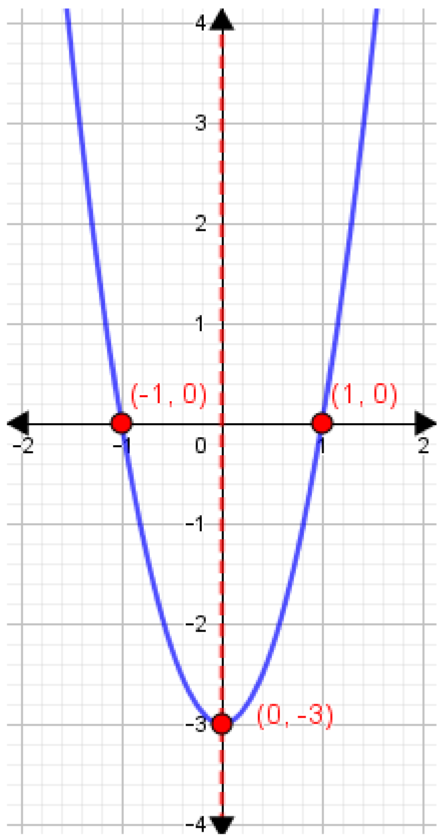
   b) **Intersección con los ejes**
   Intersección con el eje X: se resuelve $3x^2 - 3 = 0$ donde la solución es $S = \{-1, 1\}$, entonces las intersecciones con el eje X son $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.

   Intersección con el eje Y: como $c = -3$, entonces la intersección con el eje Y es $(0, -3)$.

   c) **Eje de simetría**
   Como $a = 3$ y $b = 0$ el eje de simetría es $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{0}{2 \cdot 3} = 0$

   d) **Vértice**
   $$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right) = \left(\frac{0}{2 \cdot 3}, \frac{-(0 - 4 \cdot 3 \cdot -3)}{4 \cdot 3} \right) = (0, -3)$$

   e) **Gráfica**



5. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\dfrac{-1}{4}x^2-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{5}{4}$

a) **Concavidad**
Como $a=\dfrac{-1}{4}<0$ la función es concava hacia abajo.

b) **Intersección con los ejes**
Intersección con el eje X: se resuelve $\dfrac{-1}{4}x^2-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{5}{4}=0$ donde la solución es $S=\{1,5\}$, entonces las intersecciones con el eje X son $(1,0)$ y $(5,0)$.

Intersección con el eje Y: como $c=\dfrac{-5}{4}=-1{,}25$, entonces la intersección con el eje Y es $(0,1{,}25)$.

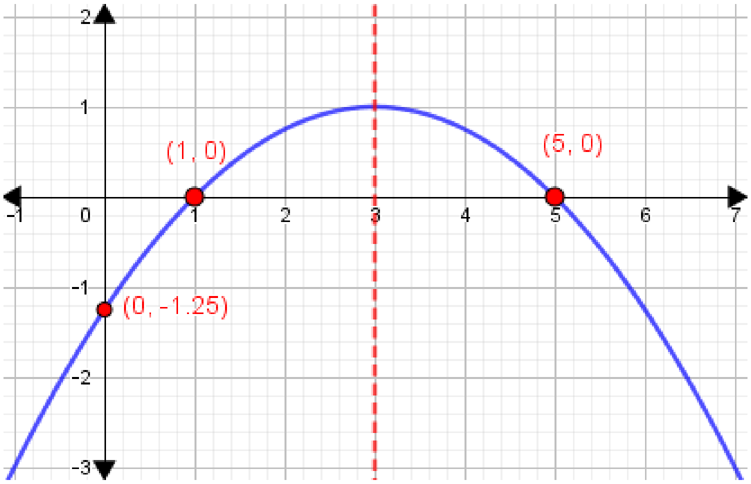
c) **Eje de simetría**

Como $a=\dfrac{-1}{4}$ y $b=\dfrac{-3}{2}$ el eje de simetría es $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{\frac{-3}{2}}{2\cdot\frac{-1}{4}}=3$

d) **Vértice**

$$V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-(b^2-4ac)}{4a}\right)=\left(\frac{\frac{-3}{2}}{2\cdot\frac{-1}{4}},\frac{-\left(\left(\frac{-3}{2}\right)^2-4\cdot\frac{-1}{4}\cdot\frac{-5}{4}\right)}{4\cdot\frac{-1}{4}}\right)=(3,1)$$

e) **Gráfica**



Referencias

[1] Ministerio de Educación Pública . (2017). Reforma Curricular en ética, Estética y Ciudadanía: Programas de Estudio de Matemáticas.Recuperado el 16 de noviembre del 2017 de: www.mep.go.cr