



Cálculo *Tercer examen parcial*

SÁBADO 09 DE SETIEMBRE DE 2023

TIEMPO MÁXIMO DISPONIBLE: 3 HORAS

VALOR: 45 PUNTOS

Instrucciones Generales:

1. Lea cuidadosamente cada instrucción y pregunta antes de contestar.
2. Esta es una prueba de desarrollo por lo que deben aparecer, de manera clara y ordenada, todos los procedimientos que justifiquen correctamente la solución y la respuesta de cada uno de los ítems.
3. Escriba con bolígrafo de tinta indeleble azul o negra. No proceden reclamos sobre pruebas escritas con lápiz o que presenten alguna alteración. Si algún procedimiento está desordenado, no se calificará.
4. El trabajo durante la prueba debe ser individual. No se permite el uso de apuntes, teléfono celular ni otros dispositivos electrónicos. Ante un intento de fraude la persona aplicadora de la prueba le llamará la atención una única vez y de persistir la conducta le retirará la prueba y se asignará 0 como calificación.
5. El examen debe ser resuelto en los documentos que se brindan para tal efecto. No se permite el uso de hojas adicionales ni el intercambio de materiales (lápiz, borrador, lapiceros, etc).
6. Puede utilizar calculadora científica no programable.

Nombre completo: _____

Código de MATEM: _____

Nombre del Colegio: _____

DESARROLLO.**Valor: 45 puntos.**

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los ítems planteados de forma clara, completa y ordenada. Debe indicar todo el procedimiento que justifique la respuesta.

1. Calcule las siguientes integrales:

a) [3 puntos] $\int \frac{2x^2 + 1}{x^4 \sqrt{(x^2 + \ln x)^3}} dx$

b) [4 puntos] $\int 4x^3 (2x^2 + 9)^9 dx$

c) [5 puntos] $\int \sec^2 \theta (1 + \operatorname{sen} \theta)^2 d\theta$

d) [3 puntos] $\int \frac{2x + 5}{x^2 + 4} dx$

2. [4 puntos] Sea f una función cuya gráfica se muestra en la Figura 2. Si se sabe que $\int_3^1 f(x)dx = -4$
Calcule el valor de $\int_1^3 xf(x^2)dx$.

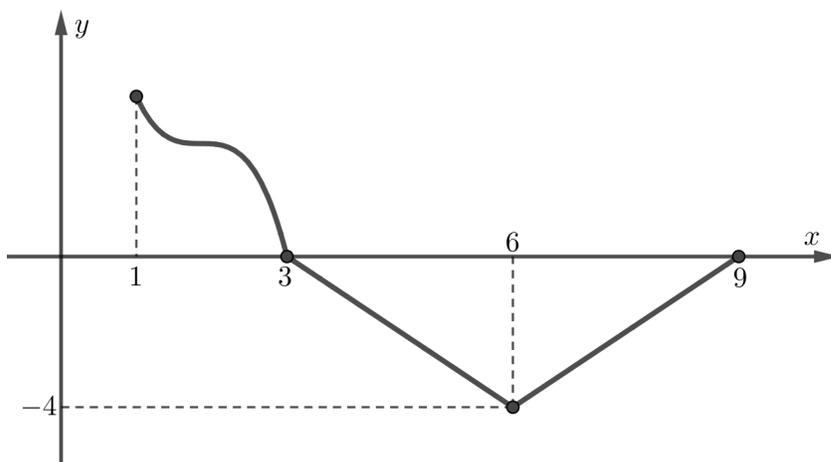


Figura 2. Gráfica de la función f

3. [5 puntos] Determine el criterio de una función h tal que $\frac{h'(x)}{\sqrt{h(x)}} = x^3$ y $h(0) = 1$.

4. [5 puntos] Mediante sumas de Riemann verifique que $\int_a^b x dx = \frac{b^2 - a^2}{2}$.

5. [4 puntos] Determine la función $g(x)$ y todos los valores de a , $a \in \mathbb{R}$, tales que

$$\int_x^a g(t)dt = -x^2 - x + 6$$

6. [5 puntos] Calcule el área de la región sombreada que se muestra en la Figura 3, limitada por las curvas

$$f(x) = x\sqrt{1-x^2} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{2}x$$

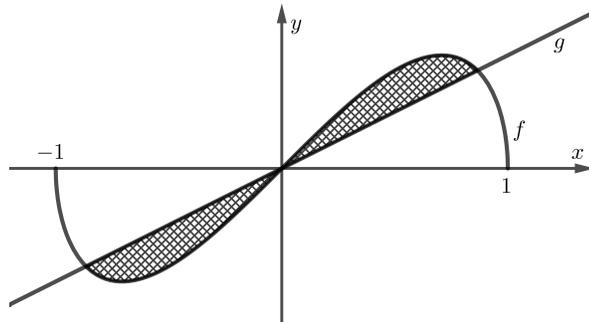


Figura 3.

7. [7 puntos] Considere la parábola de ecuación $y = 3 - x^2$. Determine el punto P del primer cuadrante tal que la recta tangente a la parábola en dicho punto forma con los ejes coordenados un triángulo de área mínima (ver Figura 1.).

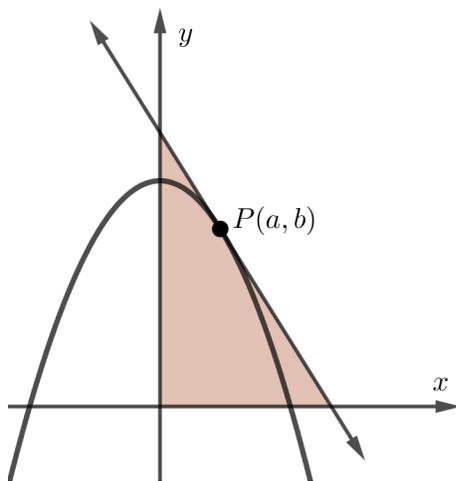


Figura 1.