

Tema: Función lineal

Habilidad

1. Identificar situaciones dadas que pueden ser expresadas algebraicamente en la forma $y = ax + b$.

Situaciones

- Mi primo Antonio, se dedica a lavar carros, por cada auto que lava cobra un monto de ₡6500. Si el mes anterior lavó 53 autos ¿cuánto dinero se ganó Antonio?, si Antonio lava x cantidad de carros ¿cuánto dinero ganará?

Note que se puede contestar la pregunta de manera sencilla, realizando la siguiente operación:

$$6500 \cdot 53 = 344\ 500$$

Respuesta: Antonio obtuvo una ganancia de ₡344 500.

La situación anterior donde nos indica que son una cantidad x de carros, se puede representar mediante una función lineal, de la siguiente manera:

$$6500 \cdot x = y(x)$$

Donde x es la cantidad de autos lavados y $y(x)$ representa la ganancia que depende de la cantidad de autos que Antonio lave.

- Ana utiliza el servicio de un jardinero para la corta de césped, que cobra una tarifa inicial de 3000 y una tarifa fija de 2000 por cada hora de trabajo. Si el jardinero trabaja 5 horas ¿Cuánto dinero deberá pagarle Ana? ¿Cuál sería la tarifa por cancelar si el jardinero trabaja x cantidad de horas?

Al igual que en la situación anterior, podemos encontrar la respuesta de manera sencilla, realizando la siguiente operación:

$$3000 + 5 \cdot 2000 = 13\ 000$$

Respuesta: Ana deberá pagar ₡13000.

Entonces, note que la situación anterior, se puede representar mediante una función lineal, de la siguiente manera:

$$3000 + 2000 \cdot x = y(x)$$

Donde $y(x)$ es el costo total por el servicio de corta de césped y x son las horas que tarda el jardinero en realizar su trabajo.

- En un salón de juegos infantiles cobran una tarifa de ₡1000 para entrar y ₡650 por cada hora que vaya a utilizar los juegos. Si Juan desean estar 3 horas en el salón de juegos ¿cuánto deberá pagar?

Al igual que las dos situaciones anteriores, el cálculo es sencillo y lo podemos realizar resolviendo la siguiente operación:

$$1000 + 650 \cdot 3 = 2950$$

Respuesta: Juan debe cancelar un monto total de ₡2950.

Nuevamente, puede notar que podemos representar la situación anterior mediante una función lineal, de la siguiente manera:

$$1000 + 650 \cdot x = y(x)$$

Donde $y(x)$ es el monto total por pagar y x representa la cantidad de horas que se está en el salón de juegos.

Conceptos importantes

Constante: Símbolo que representa un valor fijo (cantidad que no varía). Ejemplo: Costo de la entrada al salón de juegos.

Variable: Símbolo que puede representar distintos valores. Ejemplo: Monto total por pagar en el salón de juegos.

Variable independiente: es aquella cuyo valor no depende de otra variable. Ejemplo: la cantidad de horas que se va a estar en el salón de juegos.

Variable dependiente: es aquella cuyos valores dependen de los valores que tome otra variable. Ejemplo: Monto total por pagar en el salón de jugos.

Función Lineal

Una función lineal es aquella relación que existe entre variables y constantes directamente proporcionales, que se puede representar de la siguiente forma:

$$y = ax + b$$

En este caso:

- y: variable dependiente
- a y b constantes
- x: variable independiente

También, se puede utilizar la notación $f(x)$ en sustitución de y, debido a que así se indica claramente la dependencia de y con respecto a x. Así,

$$f(x) = ax + b$$

En esta representación, $f(x)$ representa la variable dependiente.

Ejercicios Resueltos

A continuación, se le presentan algunas situaciones, identifique variable dependiente, variable independiente, constante y escriba la función que representa la situación respectivamente.

1. El valor inicial de un terreno es ₡10 000 000 y su valor V aumenta cada año en ₡725 000. Según la información conteste:

Si x representa la cantidad de años que transcurren, exprese mediante una función lineal el valor del terreno. _____

R/ $V(x) = 725\,000x + 10\,000\,000$

¿Cuál es la variable dependiente? _____

R/ $V(x)$, pues representa el valor del terreno según los años transcurridos

¿Cuál es la variable independiente? _____

R/ x que representa la cantidad de años que transcurren

¿Cuál es la constante? _____

R/ Valor inicial del terreno 10 000 000

¿Si han pasado 3 años cuál es el valor del terreno? _____

R/ $V(x) = 725\,000 \cdot 3 + 10\,000\,000 \Rightarrow V(x) = 12\,175\,000$

2. El precio por una máquina es de ₡400 000 y se debe cancelar un monto de ₡150 000 por gastos de envío.

¿Cuál es la variable independiente? _____

R/ x que representa la cantidad de máquinas.

¿Cuál es la variable dependiente? _____

R/ $p(x)$ que representa el costo total a cancelar por las máquinas y el envío.

¿Cuál es la constante? _____

R/ 150 000 los gastos de envío.

Si x representa la cantidad de máquinas compradas, exprese mediante una función lineal el total a cancelar por la compra de las máquinas.

R/ $p(x) = 400\,000 \cdot x + 150\,000$

Si se cancela un monto total de ₡2 550 000, por la compra de las máquinas,

¿cuántas máquinas se compraron? _____

R/ $p(x) = 400\,000 \cdot x + 150\,000$

$$\Rightarrow 2\,550\,000 = 400\,000 \cdot x + 150\,000$$

$$\Rightarrow 2\,550\,000 - 150\,000 = 400\,000 \cdot x$$

$$\Rightarrow 2\,400\,000 = 400\,000 \cdot x$$

$$\Rightarrow \frac{2\,400\,000}{400\,000} = x$$

$$\Rightarrow 6 = x$$

Se compraron 6 máquinas.