Tecnológico de Costa Rica

Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

MATEMÁTICA 2021

Función Lineal

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

10° año

Definición de función lineal ejemplos y ejercicios de la función lineal.

Determinar el criterio de una función lineal.

Aplicaciones de la función lineal (problemas).

Ejemplos y ejercicios de la función lineal.

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Definición de una función lineal

Prof. CLAUDIA FLETES ALVARADO

Definición

FUNCIÓN LINEAL

Una función de la forma $f(x) = mx + b$ se conoce como una función lineal, donde m representa la pendiente y b representa la intersección con el eje y. La representación gráfica de una función lineal es una recta.

Definición

PENDIENTE

La pendiente nos ayuda a determinar la monotonía de la función lineal

- *Si $m>0$ la función lineal es creciente*
- *Si $m=0$ la función lineal es constante*
- *Si $m<0$ la función lineal es decreciente*

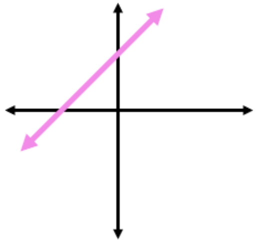
Cuando no tenemos el criterio de la función lineal, podemos encontrar la pendiente a partir de dos puntos dados $\boldsymbol{A(x_1, y_1)}$, $\boldsymbol{B(x_2, y_2)}$ con la fórmula

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

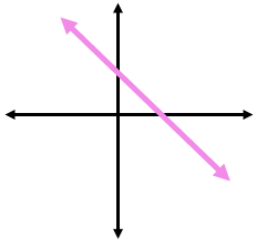
Ejemplo

Vamos analizar la monotonía de las siguientes 3 funciones

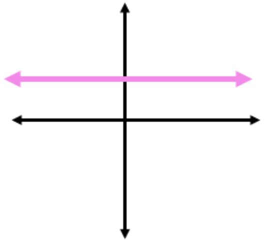
- $f(x) = 3x + 2$
- $m = 3$ por lo tanto es creciente



- $f(x) = 4 - 2x$
- $m = -2$ por lo tanto es decreciente



- $f(x) = 5$
- $m = 0$ por lo tanto es constante



Nota

Observe que la pendiente es la constante que se encuentra con la variable x

Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Definición

INTERSECCIÓN CON LOS EJES

La intersección con el eje y es $(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{b})$

En caso de que no tengas el criterio debes encontrar la pendiente y luego es $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{x}$

La intersección con el eje x es

$$\left(\frac{-\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{m}}, \boldsymbol{0}\right)$$

Nota

Puedes también encontrar la intersección con el eje x sustituyendo y=0 en el criterio y despejando x

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Ejemplo

Determinar la intersección con los ejes

- $f(x) = 3x + 2$

$m = 3, \ b = 2$

Eje y $(0, 2)$ Eje x $\left(\frac{-2}{3}, 0\right)$

- $f(x) = 4 - 2x$
- $m = -2, b = 4$
- Eje y $(0, 4)$ Eje x $\left(\frac{-4}{-2}, 0\right) = (2, 0)$
- $f(x) = 5$
- $m = 0, b = 5$
- Eje y $(0, 2)$ Eje x no hay ya que $m = 0$

Eje y $(0, b)$

Eje x $\left(\frac{-b}{m}, 0\right)$

Determinar el criterio de una función lineal

Prof. Ceirys Leiva Vives

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

CRITERIO DE UNA FUNCIÓN LINEAL

Sean (x_1, y_1) y (x_2, y_2) dos puntos que pertenecen a una función lineal f , la pendiente está definida por $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

El valor de b se obtiene al despejarlo en la ecuación $y = mx + b$, así $b = y - mx$

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Ejemplo 1

El gráfico de la función f lineal contiene a $(1,0)$ y $(3,1)$.
Determine el criterio f

Solución:

Note: $(1, 0)$ y $(3, 1)$

$$\underset{x_1}{1},\ \underset{y_1}{0} \quad \underset{x_2}{3},\ \underset{y_2}{1}$$

Cálculo de la pendiente: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-0}{3-1} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

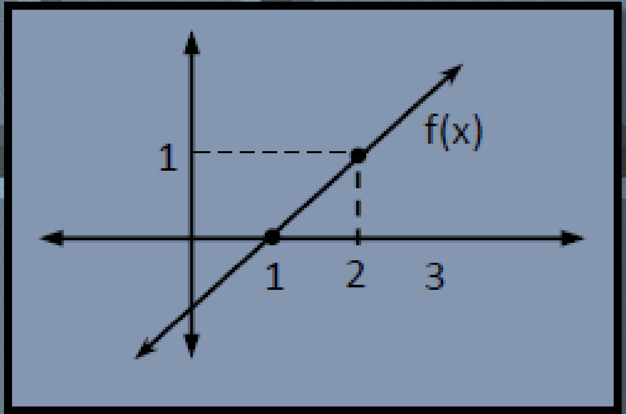
Cálculo de b:

$$b = y - mx = 1 - \frac{1}{2} \cdot 3 = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

Se concluye que el criterio de f está dado por $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Ejemplo 2

De acuerdo con la gráfica adjunta, hallar el criterio de la función f



Solución:

Del análisis de la gráfica se concluye que el gráfico de la función contiene a $(1,0)$ y $(2,1)$.
Por tanto se puede determinar primero la pendiente y luego calcular el valor de b y así obtener el criterio.

Solución:

Cálculo de la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-0}{2-1} \Rightarrow m = 1$$

Cálculo de b:

$$b = y - mx = 1 - 1 \cdot 2 = -1 \Rightarrow b = -1$$

El criterio de la función es $f(x) = x - 1$

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Ejemplo 3

Hallar la ecuación de una recta que tiene pendiente $\frac{2}{3}$ y que corta el eje Y en -1.

Solución:

Se reemplaza el valor de $\boldsymbol{m}$ y de $\boldsymbol{b}$ en la ecuación $\boldsymbol{y = mx + b}$:

$$\underbrace{\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x + -1 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 1}}$$

El valor de $\boldsymbol{b}$ es $\boldsymbol{-1}$, ya que una recta corta al eje $\boldsymbol{Y}$ en $\boldsymbol{(0, b)}$

Por lo tanto, la ecuación de la recta es $\boldsymbol{y = \frac{2}{3}x - 1}$

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Ejemplo 4

Hallar la ecuación de una recta cuya pendiente es 2 y pasa por el punto $(-1, 0)$.

Solución:

Se reemplazan el punto y la pendiente en la ecuación de la recta $\boldsymbol{y = mx + b}$ y se despeja $\boldsymbol{b}$, para obtener su valor.

En este caso, $\boldsymbol{m = 2, x = -1, y = 0}$

$$y = mx + b$$

$$0 = 2 \cdot -1 + b$$

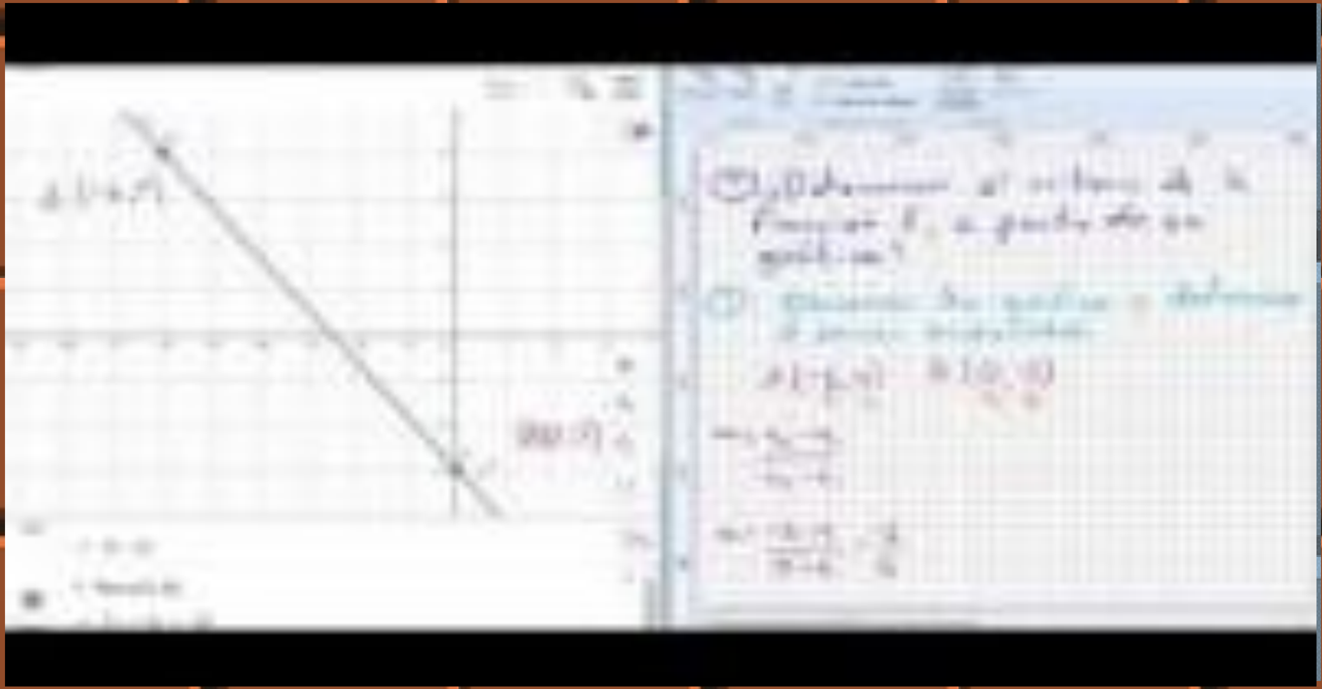
$$b = 2$$

La ecuación de la recta es $\boldsymbol{y = 2x + 2}$

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

VIDEO



Clíc sobre la imagen para ir al vídeo

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Aplicaciones de la función lineal

Prof. Marisol Solano Benavides

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Definición

FUNCIÓN REAL

Una función real de variable real es toda correspondencia " *f* " que asocia a cada elemento de un determinado subconjunto de números reales, llamado dominio, otro número real del conjunto llamado codominio.

TEC Tecnológico de Costa Rica

El modelo de una función lineal, se adapta a diversas situaciones de la vida cotidiana. Algunos ejemplos son:

FUNCIÓN REAL

Matemática

Física

Química

Economía

Atención

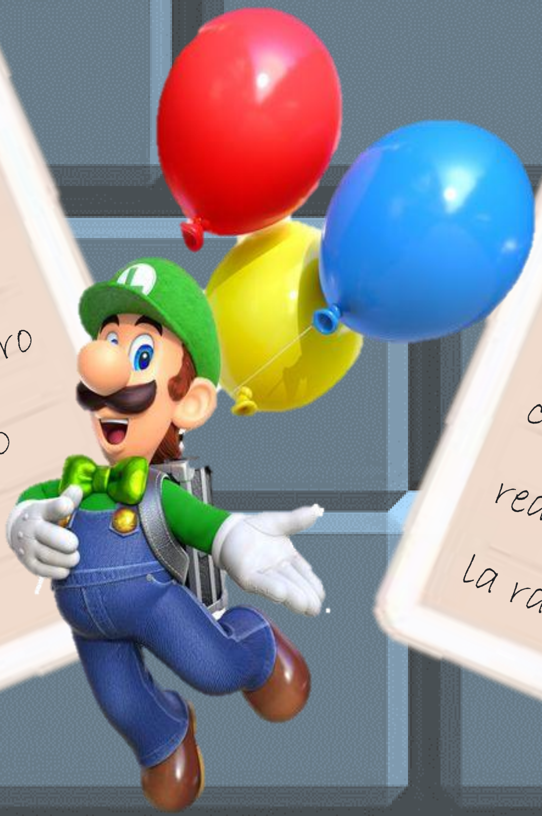
PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Economía

Se puede modelizar con la ayuda de **funciones lineales** las relaciones entre el precio y la oferta o la demanda. También se puede hablar de la relación **lineal** entre el número de artículos producidos y el costo total de producción.



Química

hay varias aplicaciones de **funciones lineales** en la química. La Ley de Rapidez es un ejemplo de aplicación lineal y le pertenece a la cinética química. La cinética química estudia cuantitativamente la rapidez de una reacción y los factores que controlan la rapidez de un químico..

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Física

el tema de **función lineal** es un precedente importante para el análisis variacional, en particular, en la interpretación geométrica y física de la derivada como una pendiente y una velocidad instantánea.

Matemática

La función lineal permite la relación de dos variables, en diversas situaciones como el perímetro y el área de algunas figuras.

La calificación de una trabajo, la construcción de un gráfico estadístico , relaciones de proporcionalidad, entre otras.

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Economía

Francisco acompañó a su padre a comprar y ha visto que 1 kg de tomates vale ¢ 500. Al preguntar cómo se calcula el precio para diferentes kilos de tomates su padre le explica que debe relacionar el número de kilos de tomates con el precio final.

¿Cuál es el costo de 8 kg de tomate?

1

Datos:

1 Kg
¢500 costo por kg

Modelo Matemático:

$C(x)=500x$, dónde x representa la cantidad de kg por pagar.

¿Cuál es el costo de 8 kg de tomate?

Evaluamos la cantidad de kg en el criterio de la función.

$C(8)=500(8) \Longrightarrow C(8)=4000$

El costo de 8kg es de 4000 colones

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Economía

En algunas ocasiones, el valor que cancelamos cuando abordamos un taxi, es la suma del costo fijo por subir al taxi de ¢ 650 más un costo de ¢ 50 por cada 1000 metros recorridos.

Si Mariana recorre 15 km ¿cuál es el monto a cancelar?

2

Datos:

Costo fijo: 650 colones
Costo por cada 1000 metros: 50 (km adicional)

Modelo Matemático:

$C(x)=50x+650$, dónde x representa la cantidad de km transitados.

¿cuál es el monto a cancelar?

Evaluamos la cantidad de km en el criterio de la función.

$C(15)=50(15)+650 \Longrightarrow C(15)=1400$

El costo de 1400 colones

Química

Un recipiente vacío comienza a llenarse con agua a ritmo constante. Al cabo de un minuto la altura del nivel del agua es de 3 cm. A los dos minutos, de 6 cm, y así, sucesivamente.

¿Cuál será el nivel del agua transcurridos 120 min?

3

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Datos:

Tiempo en minutos	1 min	2 min
Nivel del agua	3 cm	6 cm

Modelo Matemático:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-3}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$b = y - mx \Longrightarrow \mathrm{b} = 6 - 3(2) \Longrightarrow b = 0$$

$$y = 3x$$

¿Cuál será el nivel del agua transcurridos 120 min?

Evaluamos los 120 min en el criterio de la función

$y = 3x \Longrightarrow$ y= 3(120) $\Longrightarrow$ y= 360 cm

El nivel será de 360 cm.

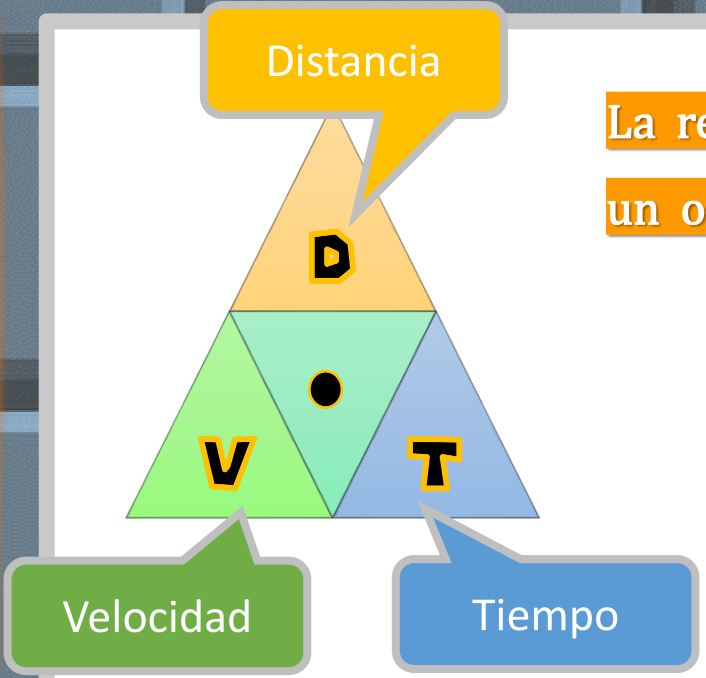
Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Física

Dos pueblos que distan 12 km están unidos por una carretera recta. Un ciclista viaja de un pueblo al otro con una velocidad constante de 10 m/s. Calcula el tiempo que emplea.

4



La relación entre la distancia y la velocidad de un objeto está dada por:

$$t = \frac{d}{v}$$

Realizamos la conversión de km a m

$$12km = \frac{12 \cdot 1000m}{1km} = 12000m$$

$$t = \frac{d}{v} \Longrightarrow t = \frac{12000}{10} \Longrightarrow t = 1200$$

Matemática

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

El oso panda de un zoológico pesó 3,5kg al nacer. Sabiendo que los ejemplares de su especie aumentan una media de 2,5kg cada mes durante los primeros 3 años de vida, calcular:

- La función que proporciona el peso del oso en función de su edad (en número de meses).

Datos:

Edad en meses	0	1
Peso	3,5 kg	6kg

Modelo Matemático:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3{,}5}{1 - 0} = \frac{2{,}5}{1} = 2{,}5$$

$$b = y - mx \Rightarrow \mathrm{b} = 3{,}5 - 2{,}5(0) \Rightarrow b = 3{,}5$$

$$y = 2{,}5x + 3{,}5$$

5

Unidades de Consulta…

Al hacer clic sobre cada frase o ícono en la caja accesará al recurso de consulta

[Introducción a la Función lineal]

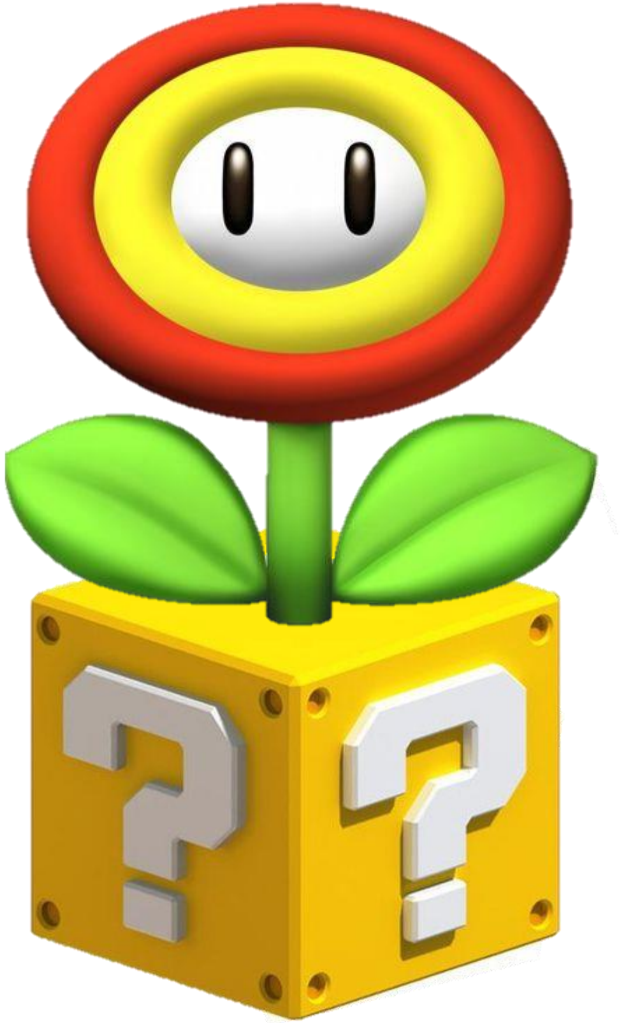
[Problema verbal de ecuaciones lineales: transferencia de archivos]

[Problemas verbales de gráficas lineales: gatos]

Khan Academy

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

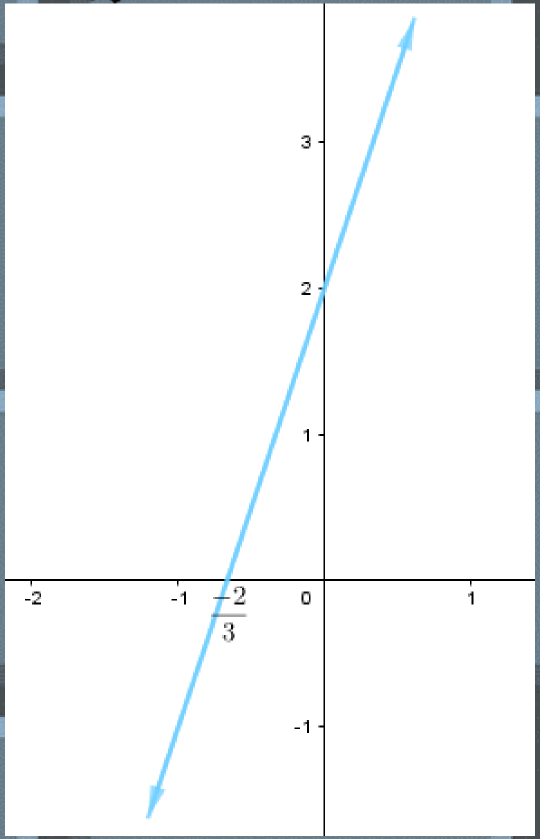


Ejemplos y ejercicios de la función lineal.

Prof. JOHANA GÓMEZ ARAYA

Ejemplo

ANÁLISIS DE LA GRÁFICA



Analizando la gráfica adjunta podemos determinar que:

- El criterio de la función es $f(x) = 3x + 2$.

  Para obtener m, usamos los puntos $(0, 2)$ y $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$, sustituyendo en la fórmula obtenemos que:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{0 - 2}{-\frac{2}{3} - 0} \Rightarrow m = 3$$

- La pendiente m es 3.
- La intersección con el eje y es (0, 2).
- La función es creciente.
- La intersección con el eje x es $\left(\frac{-2}{3}, 0\right)$.

Ejemplo

Analice la siguiente función

$f(x) = -9x - 3$, calcule la imagen de 3 y la preimagen de -5.

- La pendiente m es -9.
- La intersección con el eje y es (0, -3).
- La función es decreciente.
- La intersección con el eje x es $\left(\frac{-1}{3}, 0\right)$.
- La preimagen de -5 es $\frac{2}{9}$.

$$f(x) = -9x - 3 \Rightarrow -5 = -9x - 3$$

$$\Rightarrow -5 + 3 = -9x \Rightarrow -2 = -9x \Rightarrow -\frac{2}{-9} = x$$

- La imagen de 3 es -30.

$$f(x) = -9x - 3 \Rightarrow y = -9 \cdot 3 - 3 \Rightarrow y = -27 - 3 \Rightarrow y = -30$$

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Ejemplo

Hallar si existe el punto de corte entre las rectas $\mathbf{y = x + 6}$, y $\boldsymbol{y = 2x - 3}$
¿Son rectas paralelas o perpendiculares?

Solución

1. Para saber si las rectas se intersecan las igualamos

$$\mathbf{x + 6 = 2x - 3}$$

$$\mathbf{\Rightarrow x - 2x = -3 - 6} \quad \text{despejamos la variable x}$$

$$\mathbf{\Rightarrow -x = -9}$$

$$\mathbf{\Rightarrow x = 9}$$

2. Sustituimos el valor de x en alguna de las rectas

$$\mathbf{y = x + 6}$$

$$\mathbf{\Rightarrow y = 9 - 6}$$

$$\mathbf{\Rightarrow y = 3}$$

Las rectas se intersecan en el punto **(9,3).**

Las rectas no son perpendiculares, pues las pendientes son $m_1 = 1, m_2 = 2$, y al multiplicarlas no dan como resultado -1.

Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

Ejercicios

Conteste lo que se le solicita

Calcular la pendiente de la recta **5y = 2x + 6**

Solución

Solución

Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A=\left(1,\frac{3}{2}\right)$ y $B=\left(3,\frac{5}{2}\right)$.

Calcular los puntos de corte con los ejes y representar la función $\boldsymbol{2y=8-x}$. ¿Cuál es la pendiente de la recta?

Solución

Solución del 1

Calcular la pendiente de la recta **5y = 2x + 6**

$$5y = 2x + 6$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x+6}{5}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x}{5} + \frac{6}{5}$$

Así, la pendiente es $m = \frac{2}{5}$

Ejercicios

Solución del 2

Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A = \left(1, \frac{3}{2}\right)$ y $B = \left(3, \frac{5}{2}\right)$.

$$\boldsymbol{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}{3 - 1} \Rightarrow m = \frac{1}{2}}$$

$$y = mx + b \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot 1 + b \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + b \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = b \Rightarrow 1 = b$$

Así, la ecuación de la recta es $y = \frac{x}{2} + 1$

TEC Tecnológico de Costa Rica

PAEM Proyecto de Apoyo a la Educación Matemática

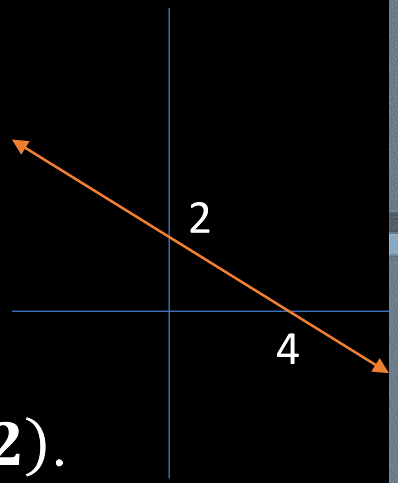
Ejercicios

Solución del 3

Calcular los puntos de corte con los ejes y representar la función $2y = 8 - x$. ¿Cuál es la pendiente de la recta?

$$2y = 8 - x \Rightarrow y = \frac{8-x}{2} \Rightarrow y = \frac{8}{2} - \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow y = 2 - \frac{x}{2}$$



La pendiente de la recta es $-\frac{1}{2}$. Intersección con el eje y $(0, 2)$.

Intersección con el eje x $(4, 0)$.