CIEMAC

Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la Matemática
Asistida por Computadora

TEC Tecnológico de Costa Rica

MEMORIAS

VIII Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora

Cartago, Costa Rica

2013

Instituto Tecnológico de Costa Rica. Escuela de Matemática. Teléfono: (506) 2550 2225
www.tec.ac.cr/congresociemac

TALLERES

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Álgebra lineal con *Mathematica* a través del uso del paquete *VilGebra*

Master Enrique Vílchez Quesada[1]

Resumen

El taller pretende mostrar la funcionalidad de un paquete elaborado por el autor de esta propuesta, titulado "*VilGebra*", con la intención de trabajar en el campo del álgebra lineal utilizando como apoyo el conocido software comercial *Mathematica*. *VilGebra* desarrolla una serie de funciones que por defecto no están integradas en *Mathematica* en las principales áreas de contenido de un curso clásico de álgebra lineal para ingeniería, es decir: ecuaciones lineales y matrices, determinantes, vectores, rectas y planos, espacios vectoriales, proyecciones ortogonales, transformaciones lineales y diagonalización de matrices. Desde un punto de vista didáctico, el paquete puede ser utilizado como una herramienta de verificación de resultados, o bien, como un medio para profundizar el ambiente de programación del software, implementando métodos de solución automatizados en un campo de conocimiento, muchas veces catalogado como abstracto.

1. Introducción

El paquete *VilGebra* ha sido desarrollado como un medio de resolución de problemas vinculados con el álgebra lineal a través del uso de software.

En la experiencia docente acumulada por el autor de este taller impartiendo cursos de álgebra lineal con una metodología asistida por computadora, surgió la necesidad de contar con una serie de funciones no incluidas por defecto en *Mathematica*, que implementaran una serie de procesos tradicionales como técnicas de resolución a problemas frecuentes en este campo.

2. Prerrequisitos

Manejo básico del software *Mathematica*.

[1] Profesor de la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica, email: enrique.vilchez.quesada@una.cr.

3. Objetivos

- Mostrar el paquete *VilGebra* como medio de resolución de problemas vinculados con el área cognitiva del álgebra lineal.
- Comprender el contenido de cada una de las funciones integradas en *VilGebra*.
- Utilizar *VilGebra* como un recurso de resolución de problemas tradicionales a través del uso de software.
- Analizar las aplicaciones del paquete *VilGebra* desde un punto de vista didáctico.

4. Contenido

Se desarrollará en el taller ejemplos de uso de distintos comandos integrados en el paquete *VilGebra* en los ejes de contenido principales de un curso de álgebra lineal para ingeniería. Dentro de las funciones más importantes implementadas en *VilGebra* se encuentran:

1. IntercambiaFila: intercambia dos filas en una matriz.
2. MultiFila: multiplica un escalar a una fila de una matriz.
3. SumaFila: suma el múltiplo escalar de una fila en una matriz a otra fila dada.
4. RowReduceComplete: función que determina paso a paso la matriz escalonada de otra, recibida como parámetro.
5. InversaSP: encuentra paso a paso la matriz inversa de otra que no contiene ningún parámetro.
6. InversaCP: encuentra paso a paso la matriz inversa de otra que contiene parámetros.
7. Determinante: función que calcula el determinante de una matriz cuadrada desarrollando por cofactores de acuerdo a los elementos de la primera fila.
8. InversaAdjunta: calcula la inversa por el método de la adjunta donde cada uno de los cofactores son hallados a pie.
9. LinearSolveCompleteSP: resuelve un sistema de ecuaciones lineales sin parámetros paso a paso.
10. LinearSolveCompleteCCP: resuelve un sistema de ecuaciones lineales cuadrado con parámetros paso a paso.
11. Cramer: resuelve un sistema de ecuaciones lineales cuadrado a partir de la regla de Cramer.

12. CombiLinealQ: determina si un vector es combinación lineal de un conjunto de vectores dados, retornando True o False en cada caso.
13. LiLd: establece si un conjunto de vectores son linealmente independientes o linealmente dependientes.
14. GraficaVectores2D: grafica vectores en el plano.
15. GraficaPuntos2D: grafica puntos en el plano, los vectores se añaden como filas de una matriz *nx2*.
16. GraficaVectores3D: grafica vectores en el espacio tridimensional.
17. GraficaPuntos3D: grafica puntos en el espacio, los vectores se añaden como filas de una matriz *nx3*.
18. VectoresParalelosQ: determina si dos vectores son paralelos retornando True o False según corresponda.
19. ProducMixto: calcula el producto mixto entre tres vectores con tres componentes.
20. AreaParalelogramo2: calcula el área de un paralelogramo formado por dos vectores.
21. AreaTriangulo2: calcula el área de un triángulo formado por dos vectores.
22. AreaParalelogramo3: calcula el área de un paralelogramo formado por tres vectores, uno de ellos funciona como anclado.
23. AreaTriangulo3: calcula el área de un triángulo formado por tres vectores, uno de ellos funciona como anclado.
24. VolumenParalelepipedo3: calcula el volumen de un paralelepípedo formado por tres vectores.
25. VolumenTetraedro3: calcula el volumen de un tetraedro formado por tres vectores.
26. VolumenParalelepipedo4: calcula el volumen de un paralelepípedo formado por cuatro vectores.
27. VolumenTetrahedro4: calcula el volumen de un tetraedro formado por cuatro vectores.
28. PerteneceRectaQ: determina si un punto Q pertenece a una recta, dado un punto P y su vector director.
29. ColinealesQ: retorna True si tres puntos recibidos como parámetros son colineales y False en caso contrario.

30. EcuacRectaPuntos: encuentra la ecuación vectorial de una recta dados dos puntos *n*-dimensionales.
31. NSecar: encuentra las coordenadas de los puntos que *n*-secan a un segmento de recta en cualquier dimensión.
32. NSecar2D: encuentra las coordenadas de los puntos que *n*-secan a un segmento de recta en el plano con extremos P y Q, y grafica el segmento y los puntos.
33. NSecar3D: encuentra las coordenadas de los puntos que n-secan a un segmento de recta en el espacio con extremos P y Q, y grafica el segmento y los puntos.
34. EcuacVecToSime: encuentra las ecuaciones simétricas o ecuación simétrica de una recta dada su ecuación vectorial.
35. EcuacSimeToVec: encuentra la ecuación vectorial de una recta dadas sus ecuaciones simétricas o ecuación simétrica.
36. DistanciaP1Recta: determina la distancia de un punto a una recta, dada la recta a través de un punto y su vector director.
37. DistanciaP2Recta: determina la distancia de un punto a una recta, dada la recta por medio de dos puntos.
38. GraficaRectas2D: grafica un conjunto de rectas en el plano dadas sus ecuaciones paramétricas.
39. InterRectas2D: encuentra el punto de intersección entre dos rectas en el plano cartesiano y grafica el punto y las rectas.
40. GraficaRectas3D: grafica un conjunto de rectas en el espacio dadas sus ecuaciones paramétricas.
41. InterRectas3D: encuentra el punto de intersección entre dos rectas en el espacio y grafica el punto y las rectas.
42. GraficaRectasPuntos2D: grafica un conjunto de rectas y puntos en el plano cartesiano, dadas sus ecuaciones paramétricas y la lista de vectores respectivamente.
43. GraficaRectasPuntos3D: grafica un conjunto de rectas y puntos en el espacio, dadas sus ecuaciones paramétricas y la lista de vectores respectivamente.
44. PuntoRectaQ: retorna True si un punto "*n*" dimensional pertenece a una recta L en dicha dimensión y False en caso contrario.
45. RectaPuntos: encuentra "*n*" puntos que pertenecen a una recta dada.

46. GraficaPlanos1: grafica un conjunto de planos dadas sus ecuaciones cartesianas.
47. GraficaPlanos2: grafica un conjunto de planos dado un sistema de ecuaciones lineales.
48. PuntoPlanoQ: retorna True si un punto "n" dimensional pertenece a un plano en dicha dimensión y False en caso contrario.
49. PlanoPuntos: encuentra "n" puntos que pertenecen a un plano dado.
50. GraficaPlanosPuntos: grafica un conjunto planos y puntos, dadas sus ecuaciones cartesianas y la lista de vectores respectivamente.
51. GraficaRectasPlanos: grafica un conjunto de rectas y planos dadas sus ecuaciones paramétricas y cartesianas respectivamente.
52. GraficaRectasPlanosPuntos: grafica un conjunto de rectas, planos y puntos, dadas sus ecuaciones paramétricas, cartesianas y la lista de vectores respectivamente.
53. EcuacCartPuntoGene: retorna la ecuación cartesiana de un plano en el espacio, conociendo un punto y sus vectores generadores.
54. EcuacCartPuntos: retorna la ecuación cartesiana de un plano en el espacio, conociendo tres puntos del plano no colineales.
55. RectaPlanos: determina la ecuación vectorial de una recta de intersección entre dos planos en la dimensión 3 y dibuja la recta y los planos.
56. DistanciaPuntoPlano: determina la distancia de un punto a un plano en la tercera dimensión.
57. DistanciaPlanos: encuentra la distancia entre dos planos paralelos.
58. CompletandoBase: completa una familia libre para formar una base de un espacio vectorial de dimensión finita.
59. VectorCoordenadas: determina el vector de coordenadas de uno dado, recibiendo la base correspondiente.
60. MGS: aplica paso a paso el método de Gram Schmidt.
61. PrOt: calcula la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio de IR^n.
62. ComplementOt: calcula el complemento de un vector ortogonal a un subespacio de IR^n.

63. TLQ: devuelve True si dada una función ella constituye una transformación lineal y False en caso contrario, si la función no es aplicación lineal brinda un contraejemplo.
64. Nucleo: determina como un conjunto generado el núcleo de una transformación lineal de IR^n a IR^m. Además, indica si la aplicación es inyectiva.
65. Imagen: determina como un conjunto generado la imagen de una transformación lineal de IR^n a IR^m. Además, indica si la aplicación es sobreyectiva.
66. TL: encuentra el criterio de una aplicación lineal dadas algunas imágenes cuyas preimágenes forman una base del dominio.
67. MatrizRepreTL: determina la matriz representativa de una transformación lineal.
68. TLMatrizRepre: encuentra el criterio de una aplicación lineal dada una matriz representativa.
69. MatrizPasaje: encuentra una matriz de pasaje o de cambio de base.
70. TLComposicion: determina el criterio de la composición entre dos transformaciones lineales en IR^n.
71. MatrizRepreTLCB: aplica el teorema de cambio de bases.
72. TLInversa: determina si una aplicación lineal es invertible y encuentra su criterio, siempre y cuando la dimensión del espacio vectorial dominio sea igual a la dimensión del espacio vectorial codominio.
73. DiagonalizacionQ: retorna True si una matriz cuadrada es diagonalizable y False en caso contrario.
74. Diagonalizacion : diagonaliza una matriz diagonalizable.
75. DiagonalizacionOrtogonal: diagonaliza ortogonalmente una matriz simétrica.
76. PotenciaNMatriz: calcula la potencia *n*-ésima de una matriz diagonalizable.
77. EigensystemOL: función Eigensystem para un operador lineal.
78. DiagonalizacionFC2D: diagonaliza una forma cuadrática en el plano.
79. DiagonalizacionFC3D: diagonaliza una forma cuadrática en el espacio.

5. Metodología

La metodología se fundamentará en una explicación magistral de las principales características del paquete *VilGebra* y la resolución por parte de los participantes de distintos ejemplos de ejecución. Se entregará un CD con los contenidos necesarios para el desarrollo de cada una de las prácticas.

6. Conclusiones

El paquete *VilGebra* representa un esfuerzo docente con miras a sistematizar una metodología asistida por computadora en cursos de álgebra lineal para ingeniería. Su aporte principal reside en dotar al software *Mathematica* de una serie de nuevos comandos en un área específica de estudio, compartida por el currículo de distintas carreras universitarias en todo Latinoamérica.

7. Referencias

- Arce, C, Castillo, W. y González, J. (2004). Álgebra lineal. San José: Editorial de la Universidad de Costa Rica.
- Kolman, B. (1997). Álgebra lineal con aplicaciones y *Matlab*. México: Editorial Pearson.
- Shiskowski, K. y Frinkle, K. (2011). Principles of Linear Algebra with *Mathematica*. USA: Editorial Wiley.
- Vílchez, E. (2012). Álgebra lineal apoyada con *Mathematica*. Costa Rica: Editorial Tecnológica.

Boletín digital informativo como recurso didáctico para la enseñanza de la historia de las matemáticas

Carlos Monge Madriz, Emanuel Arias Rodríguez[1]

Resumen

El presente taller está dirigido a docentes de primaria y secundaria que deseen aprender a elaborar un recurso didáctico para la divulgación y enseñanza de la historia de las matemáticas apoyado de los nuevos programas de estudio del MEP. Se capacitará mediante la elaboración de un boletín digital apoyado de diversas herramientas gratuitas que se encuentran en línea. Al finalizar el taller el docente tendrá la capacidad de realizar producciones digitales dinámicas, atractivas e interesantes basadas en aspectos básicos de edición y diseño de publicaciones y enfatizadas en la enseñanza de la historia de las matemáticas.

I. Introducción

En nuestro país y en muchos otros del mundo, la matemática es concebida como un área de estudio completamente rígida, aislada, intimidante, es asociada con miedos y ansiedades. En el marco por intentar llevar a los estudiantes una matemática más dinámica, atractiva, motivadora y con una gran utilidad en la sociedad moderna, es que el Ministerio de Educación Pública comenzó a implementar los nuevos programas de estudio.

Cinco ejes disciplinares conforman la columna vertebral de estos nuevos programas y la historia de las matemáticas es uno de ellos, sin embargo este tópico ha estado siempre ausente en los planes de estudio de las matemáticas de primaria y secundaria en Costa Rica.

Surge la necesidad de que el docente cuente con materiales que le permitan reforzar este eje del currículo, de ahí nace este taller que busca capacitar al docente en la utilización de herramientas gratuitas en la red para que en conjunto se elabore un recurso didáctico (boletín informativo) apoyado de la tecnología, permitiendo divulgar y enseñar la historia de las matemáticas.

---

[1] Estudiantes de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, ITCR

II. Enseñanza de la historia de las matemáticas

El MEP (2012, p.76) sugiere que dentro de las estrategias metodológicas, se pueden usar documentos o fuentes primarias, libros de historia de las matemáticas que lleven una línea del tiempo mostrando las distintas fases o áreas de las Matemáticas, personajes, momentos o libros que contienen orientaciones para la acción de aula.

También se indica que estos últimos son más difíciles de conseguir, por ende es esencial que el docente esté capacitado en la elaboración de recursos destinados a la enseñanza de la historia de las matemáticas. Otro elemento metodológico a utilizar es el internet o las tecnologías, el MEP (2013, p.) clarifica que con ellos hay una confluencia recíproca: se potencia el uso de la Historia y esto ayuda a configurar algunos pertinentes de aquellas.

Concretando todas estas ideas surge el presente taller, en el cual los asistentes tendrán la oportunidad de aprender a elaborar un boletín informativo completamente digital consolidando una herramienta que les permita facilitar los procesos en enseñanza-aprendizaje de la historia de las matemáticas. La tarea de fabricación y divulgación del mismo, se lleva aprovechando las tecnologías digitales, dando a conocer de manera más atractiva y dinámica la información que se desea dar a conocer. Al finaliza el taller, los participantes tendrán conocimientos en el uso metodológico de la historia para enseñar matemáticas, edición y diseño de publicaciones informativas digitales y sabrán manejar un paquete de distintas herramientas didácticas gratuitas que se encuentran en la red que pueden ser aplicadas a otros tipos de materiales didácticos.

III. Ventajas de producir boletines informativos digitales

Caplan (s.f) manifiesta que la elaboración de este tipo de recursos digitales, fomenta la producción de materiales no estáticos, actualizables y adaptables a las necesidades. Además permite a los centros educativos con pocos recursos, salir del aislamiento y la creencia de que la tecnología solo llega a las instituciones mejor equipadas. El enfoque del taller se orienta a motivar al docente para que produzca materiales digitales y que prácticamente los pueda poner al alcance de cualquier persona.

“La Historia de las Matemáticas es una fuente inagotable de material didáctico, de ideas y problemas interesantes y también, en un alto grado, de diversión y recreo intelectual, en suma de enriquecimiento personal, científico y profesional, que el profesor puede aprovechar para motivar su labor de transmisión del conocimiento, desdramatizando la Enseñanza de las Matemáticas." (González, 2004, p.27). De lo anterior es que los estudiantes, estos se ven beneficiados, pues el que se incluyan distintas secciones, como tiras cómicas, caricaturas, pequeños artículos, actividades recreativas e imágenes motivadoras, provoca que el alumno se sienta atraído por el proceso de construcción de las matemáticas y aprenda de una forma dinámica, atractiva en conjunto con el desarrollo de habilidades cognitivas.

IV. Principales actividades que se desarrollarán en el taller

Inicialmente se realizará una breve exposición en la cual se ahondarán temas relacionados con la inclusión de un boletín digital, resaltado las ventajas del mismo para la divulgación de la historia de las matemáticas. También se recalcarán importantes aspectos para la edición, producción y diseño de una publicación informativa, como lo son el uso de color, de fuentes de texto, imágenes, distribución y principales secciones de un boletín informativo.

Seguidamente los asistentes en grupos de dos a tres personas, procederán a confeccionar un boletín informativo mediante la guía de los expositores. En este momento es que se presentaran distintas herramientas gratuitas que se encuentran en internet y que enriquecen sustancialmente la actividad informativa del boletín.

El principal software que se utilizará para la elaboración del recurso será Microsoft Publisher, este permite una confección ágil y fácil utilizando las plantillas previamente incorporadas. Las demás herramientas en línea que los asistentes aprenderán a utilizar son:

- **Make belief comix**: página de carácter didáctico que permite la confección de tiras cómicas, su incorporación en un boletín favorece el dinamismo y permite llamar la atención.
- **Bubbl.us:** dinámica página mediante la cual se tiene la posibilidad de crear mapas conceptuales y mapas mentales.
- **Witty Comics:** web dedicada a la confección de comics muy sencillos.
- **Photoshop Express:** permite la rápida edición de fotos e imágenes.
- **Calaméo:** web que permite publicar y compartir boletines de manera ilimitada y gratuita, incorporando un efecto visual sumamente profesional.

V. Fuentes consultadas

1. Caplan, G. (s.f). *Como hacer un periódico escolar*. Consultado en: http//www.galeon.com/escuela11melo/periodi.htm
2. González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, N°45,17-28.
3. Nagy, J. (s.f). *Crear boletines*. Consultado en: http://ctb.ku.edu
4. Ruiz, A. (2012). *Programas de estudio de matemáticas.* San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Wxmaxima: un recurso para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

Dr. Luis Gerardo Meza Cascante[1]

Resumen

El taller propicia un acercamiento de los/as participantes al programa computacional ***wxmaxima***, de manera que puedan aprender el uso de algunas funciones básicas y entrar en contacto con el uso del programa como recurso didáctico.

Duración: una sesión de tres horas.

Requerimientos: un laboratorio de computadoras en el cual esté instalado el programa wxmaxima. Lo ideal es que cada participante cuente con acceso a una computadora de uso individual o al menos en grupos de dos personas. Para el desarrollo de las sesiones se necesitará fotocopiar las guías de trabajo.

Requisitos de los participantes: ninguno en particular.

Delimitación del taller: en el taller se cubrirán los temas ubicados de 1 a 6 según la lista que se muestra en la sección titulada ¿Qué podemos hacer con wxmaxima? En cuanto a las estrategias didácticas se cubrirán las primeras cuatro.

¿Qué es wxmaxima?

- Maxima es un programa que permite realizar cálculos matemáticos simbólicos (y también numéricos), capaz de manipular expresiones algebraicas, resolver ecuaciones, derivar e integrar funciones, realizar diversos tipos de gráficos, calcular transformadas de Laplace, etc. Wxmaxima es una versión para Windows.
- Se origina 1967 en el MIT AI Lab (Laboratorio de Inteligencia Artificial del Instituto Tecnológico de Massachussets) como una parte del proyecto MAC (Machine Aided Cognition).

[1] Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica. gemeza@itcr.ac.cr

- William Schelter en la Universidad de Texas mantuvo una versión del código y logró permiso para distribuirlo bajo la licencia GNU-GPL.

¿Qué podemos hacer con wxmaxima?

1. Simplificar expresiones
2. Factorizar polinomios
3. Resolver ecuaciones
4. Hallar raíces de polinomios
5. Derivar funciones
6. Integrar funciones
7. Transformadas de Laplace y transformadas inversas
8. Matrices y determinantes
9. Sistemas de ecuaciones
10. Gráficas 2D y 3D
11. …

Estrategias didácticas

1. Descubrimiento
2. Verificación
3. "Jugarle la vuelta al software"
4. Ejercitación y práctica
5. Herramienta
6. Simulación

Referencias bibliográficas

1. Alaminos, J., Aparicio del Prado, C., Extremera, J., Muñoz, P. y Villena, A. Prácticas de ordenador con wxMaxima. http://euler.us.es/~renato/clases/maxima/manualesPDF/maxima-manual-UGR.pdf
2. Meza, G. Estrategias didácticas para el desarrollo de procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática asistida por computadora. En libro de Memorias del II Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora. 2001
3. Rodríguez, J. Maxima con wxMaxima: software libre en el aula de matemáticas. Departamento de Matemáticas de la Universidad de Cádiz. Oficina de Software Libre de la Universidad de Cádiz. Febrero de 2007. *https://forja.rediris.es/docman/view.php/209/.../guia_wxmaxima.pdf*
4. Rodríguez, M. Maxima: una herramienta de cálculo. Universidad de Cádiz. Diciembre, 2006. http://softwarelibre.uca.es/cursos/maxima/cadiz.pdf
5. Vallejo, J. Manual de uso de Maxima y wxMaxima en asignaturas de cálculo diferencial. Facultad de Ciencias Universidad Autónoma de San Luis Potosí. http://galia.fc.uaslp.mx/_jvallejo

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

GeoGebra y nuevos programas de estudio

Randall Blanco Benamburg[1], Ana María Sandoval Poveda[2]

Resumen

Con el cambio en los programas de estudio los y las docentes se enfrentan a una manera diferente de trabajar. No se trata de otros contenidos sino de nuevos procesos. Para lograr las metas propuestas es preciso hacer uso de las herramientas disponibles; las tecnológicas con finalidad educativa son una opción viable.

Palabras clave: herramientas educativas, geometría, planes de estudio, recursos educativos, software didáctico, geogebra, procesos educativos.

Introducción

El presente taller tiene como intención fundamental fomentar que se ejecuten procesos que integren el uso de aplicaciones, como GeoGebra, en la implementación de los nuevos programas de estudio de matemáticas del Ministerio de Educación Pública para primaria y secundaria.

La propuesta de los nuevos programas, respecto a Geometría, se puede resumir así "…introducción de la Geometría con visualización espacial, movimiento de objetos, coordenadas y relación con el Álgebra, con una perspectiva de estímulo al razonamiento y la argumentación y a la comprensión y manipulación dinámica de los objetos geométricos" (Ministerio de Educación Pública, 2013, p. 12).

---

[1] Instituto Tecnológico de Costa Rica
[2] Universidad Estatal a Distancia

Este plan de estudios está organizado por habilidades, por lo que no es una sorpresa que la Geometría se visualice de esa manera, más aún si se considera la definición que presenta el mismo programa:

> Geometría refiere al estudio de las características de las figuras geométricas y las relaciones entre ellas, la modelización geométrica y la visualización espacial, que permiten potenciar los procesos de visualización, clasificación, construcción y argumentación. Se desea subrayar el movimiento de las formas geométricas (Ministerio de Educación Pública, 2013, p. 21).

Estos elementos hacen evidente la necesidad de herramientas para el desarrollo de procesos educativos diferentes; así, se abre un nuevo espacio de aplicación para el GeoGebra como herramienta didáctica en los contenidos de Geometría.

Geogebra es un “software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo” (Hohenwarter, 2009, p. 13). Fue elaborado por Markus Hohenwarter y la primera versión salió en 2002 (Borbón, 2010, p. 3). Un equipo internacional de desarrolladores trabaja en sus mejoras continuas.

Razonar y argumentar

Evidentemente, razonar es un paso previo para lograr una argumentación inteligente, que consiga motivar a los compañeros para que compartan, o no, las ideas que llevan a una determinada conclusión. Hay diversas maneras de lograr un razonamiento lógico, una de ellas es el estudios de regularidades y patrones; aspecto que puede tratarse a través de los contenidos matemáticos, especialmente de Geometría, ya que “la justificación y prueba son parte esencial de los quehaceres matemáticos y por lo tanto deben ocupar un lugar especial en la formación escolar” (Ministerio de Educación Pública, 2013, p. 64).

Acciones como conjeturar, descubrir y justificar permiten al estudiante cultivar las habilidades de pensamiento que se busca fomentar. En este proceso se recomienda introducir las formas de razonamiento por contradicción, inducción, uso de contraejemplos y las diferentes formas de la deducción. Las actividades grupales, con la guía docente, son una herramienta adecuada para la práctica de estas habilidades, ya que hasta los errores son fuente de aprendizaje (Ministerio de Educación Pública, 2013, p. 64).

Para el presente taller, la idea es efectuar y general actividades que fomenten el razonamiento, la argumentación y la comunicación entre pares. Esto debe suceder tanto al introducir conceptos como al trabajar en la resolución de problemas.

Sesión 1

Se trabajará con ejercicios impresos en papel y el programa Geogebra. Para esto el software debe estar instalado en las máquinas del laboratorio.

La primera parte de la sesión será una pequeña exposición respecto a las habilidades que se trabajarán en el taller, por qué se escogieron estas y cómo se abordarán durante las dos sesiones. Esto incluye una explicación de la metodología que se seguirá ambos días y lo que se espera que los docentes rescaten para sus propias clases.

El primer paso de las labores de los participantes es el trabajo individual; en esta etapa cada uno analizará los ejercicios propuestos. La indicación será que busque al menos una respuesta a cada pregunta y, de ser posible, más de una.

Posteriormente, el trabajo se hará por hileras; esto depende de la disposición del laboratorio de cómputo. La idea es que se trabaje con las personas más cercanas. Durante este período deberán proponer sus argumentos y determinar las posibles soluciones que van a ofrecer al grupo para dar respuesta al problema.

Después de exponer sus soluciones y las variaciones propuestas, se hablará sobre el abordaje en el aula de este problema u otro similar y de las acciones más convenientes para fomentar las habilidades propuestas.

Referencias

Borbón, A. (2010). Manual para GeoGebra. Guías para geometría dinámica, animaciones y deslizadores. Recuperado de http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/Secciones/Temas_de_Geometria/ABorbon_ManualGeogebraV11N1_2010/

Hohenwarter, M. y J. Hohenwarter. (2009). *Documento de Ayuda de GeoGebra. Manual Oficial de la Versión 3.2*. Recuperado de http://www.geogebra.org/help/docues.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2013). Reforma curricular en ética, estética y ciudadanía. Programas de estudio de matemáticas. I y II ciclo de la Educación Primaria, III ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. San José: Ministerio de Educación Pública. Recuperado de http://www.mep.go.cr/downloads/RecursosTecnologicos/Programa_matematicas.pdf

VIII CIEMAC
Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC Tecnológico de Costa Rica

Actividades para el estudio de la circunferencia utilizando tecnología y basadas en el modelo de Van Hiele

Héctor Osorio A.[1]

Resumen

El taller consta de un conjunto de actividades de experimentación didáctica que tienen por objeto proveer al docente participante de ideas para desarrollar clases activas en torno al concepto de circunferencia, donde el estudiante mediante observación, exploración, experimentación y formulación de conjeturas pueda llegar a conocer propiedades y relaciones entre los elementos de dicho objeto matemático, por si mismo y con guía del docente. Las actividades han sido diseñadas teniendo como fundamento el modelo de razonamiento de Van Hiele y para su desarrollo se requiere disponer de computadoras y del programa GeoGebra.

Introducción

Dienes, Bruner, Collis y otros autores, citados por Padilla, Santos, Velázquez y Fernández (1991, p.11), sostienen que "El estadio de las operaciones formales aparece más tarde de lo que inicialmente se creía. Parece existir acuerdo en que, al menos de modo generalizado, empieza a desarrollarse a partir de los quince años". Como consecuencia de esta consideración, en el período de educación obligatoria, se debe partir en lo que a la aprehensión de conceptos se refiere, de actividades de aproximación concretas y manipulativas, para ir luego avanzando gradual y sosegadamente en el camino de la formalización, concluyen los citados autores.

Este punto de vista es compartido por Martínez y cols. (1989) al señalar que "Es necesaria una amplísima base intuitiva en el conocimiento de las figuras y sus relaciones, una clara comprensión de las propiedades del espacio, antes de poder razonar sobre ellas sin otro soporte que la mera deducción lógica." (p.40). En el mismo orden de ideas Alsina, Burgués

[1] Universidad Autónoma de Chiriquí. Panamá. hosorioa@cwpanama.net

y Fortuny (1997) manifiestan que “Cualquier aprendizaje debe pasar necesariamente por una etapa previa de observaciones. En el caso de la Geometría las experiencias sensibles, visuales y táctiles han de constituir la base sobre la cual fundamentar las actividades y abstracciones posteriores.” (p.90).

Teniendo presente lo anterior y dado el hecho de que el tema de la circunferencia es tratado en el nivel educativo medio básico (13-15 años), hemos diseñado un conjunto de actividades de aprendizaje que tienen como objetivo que el estudiante a través de la observación, la exploración, la experimentación y la reflexión descubran propiedades básicas en torno al objeto matemático circunferencia.
El diseño de las actividades se fundamenta en el modelo de Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 1995). Todas las actividades están enmarcadas en el segundo nivel de razonamiento de Van Hiele caracterizado por el conocimiento de los elementos de las figuras, de sus propiedades básicas, pero esas propiedades se utilizan de manera independiente, sin establecer relaciones entre ellas, o sea, no se tiene en cuenta que unas implican otras. El descubrimiento y la comprobación de propiedades se lleva a cabo mediante experimentación. Este hecho está en correspondencia con lo señalado en los dos primeros párrafos dado que, en general, los estudiantes que cursan el nivel educativo medio básico se encuentran en el segundo nivel de razonamiento.

El desarrollo del taller se hará de acuerdo al aspecto prescriptivo del modelo de Van Hiele. Al inicio se dará información respecto al objetivo que se pretende alcanzar así como establecer un diálogo con relación a conocimientos previos. A los asistentes se les facilitarán copias de las actividades de aprendizaje programadas, las cuales constituyen guías para la realización de la fase “orientación dirigida” del modelo de Van Hiele. Así mismo, se proponen y facilitan copias de actividades que son la base de la fase de “orientación libre” del modelo aludido.

Las actividades han sido diseñadas para realizarse utilizando el programa de software libre GeoGebra. “El software libre se basa en una filosofía altruista, los programas se elaboran para compartirlos, situación que aporta a formar en valores a trabajar desde la educación” (Ferragina y cols., 2012, p.12).

El uso de la tecnología, y en este caso, el uso del programa GeoGebra permite potenciar acciones que mediante la observación, la exploración, la experimentación y la reflexión facilitan al estudiante el descubrimiento de características y propiedades de los objetos matemáticos y de sus relaciones. Ello en gran parte, en geometría, por las características dinámicas de GeoGebra que permite manipular figuras geométricas estáticas transformándolas y modificándolas lo que propicia situaciones para el reconocimiento de patrones y regularidades y de allí la formulación de conjeturas. Es oportuno recordar aquí, lo que señalaba la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) en 2006, citado por Grupo GNOMON y Grupo ELIME (2009):

> Es importante no restringir el concepto de forma al de unas entidades estáticas. La forma, como entidad, puede transformarse, del mismo modo que las formas se modifican. En ocasiones, este tipo de cambios pueden visualizarse con gran elegancia mediante tecnologías informáticas. Los alumnos deberán ser capaces de identificar pautas y regularidades en el cambio de las formas. (p. 12).

Las actividades diseñadas para la fase de “orientación dirigida” son las siguientes:

1. Actividad para descubrir la característica fundamental de la circunferencia y en la que se fundamenta su definición como lugar geométrico.
2. Actividad para descubrir la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.
3. Actividad para descubrir una propiedad de la tangente de una circunferencia.
4. Actividades para descubrir propiedades del ángulo central y el ángulo inscrito.
5. Actividades para descubrir relaciones entre ángulos, cuerdas y arcos.

Referencias bibliográficas

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1997). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid, España: Síntesis.

Ferragina, R., Ammann, S., Bifano, F., Cicala, R., González, C. y Lupinacci, L. (2012). *GeoGebra entra al aula de Matemática*. Argentina: Miño y Dávila Editores.

Grupo GNOMON y Grupo ELIME. (2009). *Geometría Interactiva*. Medellín, Colombia: Fondo Editorial ITM.

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1995). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática*. México, D.F.,México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Martínez, A., Rivaya, F. J., Aguila F., Cara, S., Arnal, J., Burgos, E. y cols. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la Geometría*. España: Síntesis.

Padilla, F., Santos, A., Velázquez, F. y Fernández, M. (1991). *Circulando por el círculo*. España: Síntesis.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Resolución y Construcción de problemas con metodología de aprendizaje cooperativo

M.Ed. Zuleyka Suárez Valdés-Ayala[1]

Resumen

En este taller se conocerán las características básicas que debe cumplir un problema para que sea cooperativo para resolver y redactar por parte de los participantes problemas para evaluar en el taller.

Objetivos

1. Resolver problemas cooperativos conociendo las características fundamentales de los mismos.
2. Construir nuevas propuestas de problemas que utilicen el aprendizaje cooperativo para aplicarlas en el aula.

Introducción

La nueva propuesta de los programas oficiales de Matemática enfatiza la resolución de problemas como estrategia pedagógica.

Un problema puede resolverse en forma individual o grupal, pero dentro de la resolución grupal debe distinguirse una metodología que promueve una serie de beneficios en los estudiantes: el aprendizaje cooperativo.

[1]Instituto Tecnológico de Costa Rica. zsuarez@itcr.ac.cr

Sabiendo esto, el docente conocerá una serie de características elementales que debe cumplir este tipo de problemas y resolverá algunos para entender la estructura de los mismos, diseñados mediante la técnica Jigsaw.

Posteriormente el docente será capaz de diseñar un problema, afín a su materia, que será revisado y resuelto por los asistentes al taller.

Marco Teórico

Pujolás (2009) y Díaz Barriga y Hernández (2010) definen que cooperar y colaborar en un trabajo grupal no son sinónimos puesto que:

1. En la cooperación se da una relación entre iguales con habilidades heterogéneas, el conocimiento circula en forma multidireccional y se requiere la división del trabajo entre los participantes.
2. En la colaboración se da una relación entre alumnos con capacidades similares, el conocimiento se construye conjuntamente en forma bidireccional y se basa en el compromiso de resolver algo juntos.

Panitz (1996), Traver (2000) y Durán, Turró y Vila (2003) plantean que existe una línea fina que separa el aprendizaje cooperativo y colaborativo pero sí existen diferencias como las que se aprecian en la tabla que se muestra a continuación

Aprendizaje Cooperativo	Aprendizaje colaborativo
Definición: El aprendizaje cooperativo es una metodología en la que un grupo de estudiantes de diferentes niveles de capacidad, trabajan juntos para mejorar su comprensión de un tema. Cada miembro es responsable no sólo para aprender, sino también de ayudar a los compañeros, creando así una atmósfera de logro.	**Definición:** El aprendizaje colaborativo se basa en la idea de que aprender es un acto social en el que los participantes hablan entre sí. Es a través de la conversación que se produce el aprendizaje.
Cada persona se responsabiliza de una parte del aprendizaje. Se requiere la división del trabajo entre los participantes.	Los participantes trabajan juntos para resolver un problema. Existe un compromiso de resolver el problema juntos, pero no necesariamente todos se responsabilizan.
El conocimiento circula en forma multidireccional, no necesariamente de un alumno predeterminado a otros.	Se da una construcción de conocimiento a partir de la bidireccionalidad.
Existe interés por el rendimiento de todos los miembros del grupo.	Existe interés por el resultado del trabajo.
Grupo heterogéneos	Grupos pueden ser homogéneos.
Liderazgo compartido	Puede existir un solo líder.
Responsabilidad de ayudar a los demás	Elección libre de ayudar a los demás.

Fuente: Elaboración propia

Para lograr un ambiente cooperativo, deben darse una serie de condiciones. Al respecto, Johnson, Johnson y Holubec (1999) y Bará y Domingo (2005) señalan que algunos componentes esenciales de la cooperación son los siguientes:

a) Interdependencia positiva. Hay *interdependencia positiva* cuando todos los miembros persiguen el mismo objetivo. Cada alumno debe comprometerse y responsabilizarse al máximo en la realización de su tarea (no puede haber interdependencia positiva de tareas si un alumno se "aprovecha" del trabajo de los demás sin aportar nada de su parte).

b) Exigibilidad personal. Debe haber un *compromiso individual y una responsabilidad personal* de cada miembro del equipo.

c) Interacción cara a cara constructiva. Se pone de manifiesto con la facilitación de los mutuos refuerzos para realizar las tareas con la finalidad de alcanzar los objetivos compartidos. (Explicar, discutir, enseñar, compartir).

d) Responsabilidad individual y grupal. El objetivo no es sólo que realicen algo entre todos, sino que todos aprendan a realizarlo, cada uno según sus propias posibilidades y capacidades.

e) Agrupamiento heterogéneo de los alumnos del grupo. La diversidad es vista como fuente de enriquecimiento.

f) La igualdad de oportunidades para el éxito. Todos tienen las mismas oportunidades para contribuir al éxito del equipo y aquellas personas que necesiten más ayuda el propio grupo debe ofrecérsela.

Conociendo estos aspectos, el docente puede construir sus propios problemas cooperativos y generar nuevas propuestas metodológicas que logren un mejor rendimiento y motivación en sus estudiantes en la clase de matemática.

En el taller se utilizará la técnica Jigsaw. Esta técnica, también llamada del *rompecabezas* parte del hecho de que cada estudiante es esencial para la realización y comprensión de las tareas a superar, provocando una mayor implicación en el alumnado y, por tanto, mejores resultados globales, constituyendo así una estrategia eficaz de aprendizaje. (Mondéjar, Vargas y Meseguer, 2007, p. 5).

Traver y García (2006), afirman que esta técnica "ha mostrado su eficacia para educar en actitudes; para promocionar actitudes positivas hacia la escuela, el estudio y los compañeros; y particularmente, para la enseñanza-aprendizaje de la actitud de solidaridad entre el alumnado" (p. 5)

Esta técnica ha sido utilizada por parte de la ponente en tres proyectos de investigación: uno con maestras de primaria de 9 Escuelas del Cantón Central de Cartago, otro con docentes de matemática de secundaria de ocho Colegios del Cantón Central de Cartago y por último con un grupo de sexto grado de una escuela pública urbana de Cartago.

Metodología

Los participantes se familiarizarán con la metodología de aprendizaje cooperativo resolviendo una serie de problemas donde identificarán las características que cumplen los mismos a lo interno de su grupo. Posteriormente, los grupos deben encontrarse en capacidad de redactar un problema cooperativo el cual presentarán para analizarlo y resolverlo.

Evaluación

Los participantes en el taller deben ser capaces de crear un problema y exponerlo al resto del grupo para analizar si es comprensible la redacción y si cumple con las condiciones esenciales para que sea cooperativo. Posteriormente se procederá a la resolución de los que cumplan ese requisito.

Referencias bibliográficas

Bará, J. & Domingo, J. (2005). *Taller de formación: Técnicas de aprendizaje cooperativo*. Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de http://www.uam.es/calidad/documentos/cursoEPS.pdf

Díaz Barriga, F. & Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. 3° Ed. México: Mc Graw Hill.

Durán, D; Turró, J & Vila, J. (2003). *Tutoría entre iguales. Un método de aprendizaje cooperativo para la diversidad. De la teoría a la práctica*. Barcelona: Universitat Autonoma de Barcelona.

Johnson, D., Johnson, R. & Holubec, E. (1999).*El aprendizaje cooperativo en el aula.* Argentina: Paidós.

Mondéjar, J., Vargas, M. & Meseguer, M. (2007). *Aprendizaje cooperativo en entornos virtuales: el método Jigsaw en asignaturas de estadística*. Universidad de Castilla-La Mancha. Recuperado de http://www.uclm.es/CU/csociales/pdf/documentosTrabajo/03_2007.pdf

Panitz, T. (1996). A Definition of Collaborative vs Cooperative Learning

Recuperado de: http://www.londonmet.ac.uk/deliberations/collaborative-learning/panitz-paper.cfm

Pujolás, P. (2009). *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Graó.

Traver, J. (2000). *Trabajo cooperativo y aprendizaje solidario. Aplicación de la técnica puzle de Aronson para la enseñanza y el aprendizaje de la actitud de solidaridad*. Tesis doctoral. Universidad Jaume I. Facultad de Ciencias Sociales. Departamento de Educación. España.

Traver, J. & García, R. (2006). La técnica puzzle de Aronson como herramienta para desarrollar la competencia "compromiso ético" y la solidaridad en la enseñanza universitaria. *Revista Iberoamericana de Educación*. n.º 40. España. Recuperado de http://www.rieoei.org/deloslectores/1519Traver.pdf

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Utilizando la tecnología para enseñar matemática en primaria según los nuevos programas, mediante actividades desarrolladas con JClic y GeoGebra

Bach. Julie Chaves Gamboa[1], Bach. Carlos Enrique Guillén Pérez[2]

Resumen

El uso de aplicaciones computacionales propicia una mejor visualización de muchos conceptos matemáticos, e incluso puede hacer que ciertos temas sean más atractivos o dinámicos, tanto para estudiantes como para docentes, esto a su vez los hace más fáciles de enseñar o presentar, el taller mostrará cómo combinar y utilizar los paquetes computacionales (gratuitos) JClic, GeoGebra para construir actividades asistidas por tecnología para enseñar matemática en primaria y elaborar actividades de reforzamiento de los temas enseñados.

1. Antecedentes

La implementación de los nuevos programas de estudio en matemática tanto para la educación primaria como secundaria plantea una serie de retos a los educadores y que deben ser abordados en cinco ejes que pretenden una formación sólida con un adecuado rigor amplitud y profundidad, estos ejes son:

1. La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
2. La contextualización activa como un componente pedagógico especial.
3. El uso inteligente de las tecnologías digitales.
4. La potenciación de actitudes y creencias positivas entorno a las matemáticas.
5. El uso de la historia de las matemáticas.

[1] Estudiante de la licenciatura en Educación General Básica para I y II ciclos de la Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica, juliechaves.18@gmail.com
[2] Instituto Tecnológico de Costa Rica y Colegio Científico Costarricense, Costa Rica, cguillenp@gmail.com

Es importante el énfasis que se hace al uso inteligente de las tecnologías, y es que como indican Lupiañez y Moreno (2001, p.293), debemos entender a las tecnologías informáticas en la enseñanza de las matemáticas, como un proceso de enriquecimiento, no como sustitución, tratando de mejorar capacidades cognitivas, no de sustituirlas, ya que de otra forma no se producirá un cambio y mucho menos un avance en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por otro lado, las investigaciones realizadas por Burril y otros (2002), y Ellington (2003), citados en The Texas Instrument (2007 p.2) han puesto en evidencia que cuando las herramientas tecnológicas se encuentran presentes en las aulas para la realización de cálculos, gráficos y otros, los profesores pueden enfocarse mejor en:

1. La realización de problemas más importantes y contextualizados.
2. La exploración y análisis de múltiples representaciones.
3. El desarrollo de estrategias más flexibles.
4. El significado y concepto de las matemáticas.

Así mismo podemos asegurar que hoy es necesario capacitar en el uso adecuado de herramientas tecnológicas a docentes, tanto en formación como a los ya formados, sobre todo por el potencial que la computadora presenta para enseñar conceptos complicados (Biehler, R. (2003) e Inzunsa, S. & Juárez, J. 2010), por lo cual se pretende utilizarla en combinación con una metodología que privilegia la resolución de problemas en el contexto, para estimular a los estudiantes para que creen sus propias estrategias en este campo y con esto favorecer la creatividad.

2. Los objetivos del taller:

- Experimentar con la interfaz gráfica, las herramientas y el entorno interactivo del JClic.
- Diseñar y construir material didáctico interactivo con JClic, según la filosofía de los nuevos programas de matemática para primaria.

3. Metodología del taller:

Primera etapa (Primer día): Duración: 2 horas aproximadamente

En esta etapa se introducirá al participante del taller en el ambiente de trabajo de JClic y se elaborarán pequeños proyectos cuyo objetivo es que los asistentes se familiaricen con todas las actividades que se pueden elaborar con JClic, además se les indicará porque es pertinente incluir las herramientas tecnológicas en las clases.

Segunda etapa (Segundo y Tercer día): Duración: 3 horas con 30 minutos en total

Se realizarán actividades con material concreto y con JClic, estas serán guiadas por los autores del taller para propiciar un avance adecuado de todos los participantes, aunque también se contará guías para que cada estudiante pueda realizar el trabajo de manera individual si así lo desea durante el taller o posterior a él. Las actividades están orientadas bajo la filosofía de los nuevos programas de matemática para primaria y abordarán algunos contenidos de ***Medidas***, ***Números***, ***Geometría***, ***Relaciones y Álgebra*** y ***Estadística y probabilidad***

Tercer Etapa (Tercer día): Duración 30 minutos aproximadamente

Se les ofrecerá a los participantes consejos y recomendaciones acerca del planeamiento de lecciones de matemática asistidas por computadora y de cómo emplear las actividades desarrolladas en el taller.

Información General	
Duración total del taller	6 horas
Población meta	Docentes en formación o en servicio de primaria con conocimientos básicos de Windows
Cupo	25 personas máximo
Software requerido	Sistema Operativo Windows XP o superior JClic 0.2.1.0 o superior (Descargable: **http://clic.xtec.cat/dist/jclic/jclic-0.2.1.0.exe**) GeoGebra 4.2.58 o superior (Descargable: **http://www.geogebra.org/download/?os=win**) Adobe Acrobat Reader o Foxit
Equipos audiovisuales, o informáticos que se requieren	Laboratorio con al menos 25 computadoras (con parlantes y conexión a Internet) y un proyector multimedia.

4. Referencias y Bibliografía

Biehler, R. (2003). *Interrelated learning and working environments for supporting the use of computer tools in introductory courses*. En L. Weldon y J. Engel (Ed.), Proceedings of IASE Conference on Teaching Statistics and the Internet. Berlin: IASE.

Inzunsa, S. & Juárez, J. (2010). *High School Teacher's Reasoning about Data Analysis in a a Dynamics Statistical Enviroment*. In C. Reading (Ed.), Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eight International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 8). Ljubljana, Slovenia.

Lupiañez, J. & Moreno L. (2001). *Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas*. España y México. Recuperado desde: http://funes.uniandes.edu.co/586/1/LupiannezJ01-2603.PDF

Ministerio de Educación Pública (2011). *Programa de Estudio de Matemática: Primer y Segundo Ciclo de la Educación Primaria*, San José, Costa Rica.

The Texas Instruments (TI) by the Center for Technology in Learning. (2007). *Why should a teacher use technology in his or her mathematics classroom?*. Recuperado desde: http://education.ti.com/sites/UK/downloads/pdf/Research%20Notes%20-%20Technology%20in%20Class.pdf

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Aplicando la geometría para multiplicar

Jeison Esquivel Samudio [1], Carlos Monge Madriz [2]

Resumen

Con la reforma educativa en los programas de estudio de matemáticas, el docente se ve obligado a realizar cambios metodológicos y didácticos en el planeamiento de sus lecciones. Mediante este taller se pretende brindar al profesor de una propuesta metodológica en el área de la geometría que involucra la multiplicación como componente activo, atractivo visualmente, influyente y motivador en el estudiantado. Además estas técnicas otorgan de elementos para la confección de problemas y apoyan el uso de las tecnologías y la historia de las matemáticas, complementando los ejes disciplinares de los nuevos programas. Los asistentes aprenderán a utilizar el Método de Rectas y el Método de Círculos para multiplicar y su debida implementación en una clase de geometría en secundaria.

I. Introducción

Los nuevos programas de matemática buscan enseñar esta materia más concentrada en su aplicabilidad a la vida cotidiana, meramente basada en cinco ejes disciplinares: la resolución de problemas, contextualización activa, actitudes y creencias, historia de las matemáticas y el uso de tecnologías. Esto produce que el estudiante asuma un rol que sea competitivo, creativo, estratégico y que requiera de una mayor actividad lógica-matemática.

Esta nueva orientación para enseñar las matemáticas conlleva al planeamiento de lecciones que busquen el desarrollo de habilidades y estén cargadas de buenas dosis de creatividad. El docente debe buscar problemas y recursos que le permitan hacer ver al estudiante que la matemática es un elemento indispensable en el mundo actual y que puede ser maravillosa, atractiva, entretenida y positiva.

[1] Estudiante Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora-ITCR- chinozamudio@gmail.com
[2] Estudiante Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora-ITCR- cmongem27@gmail.com

Utilizar la geometría para multiplicar se convierte en una herramienta fabulosa para motivar a los alumnos, haciéndoles ver una de las tantas aplicaciones de la materia en elementos típicos de nuestra realidad. Para su desarrollo en el aula se requieren materiales simples que logran un fabuloso efecto explotando la capacidad de razonamiento del estudiante.

II. Uso de la geometría para multiplicar

"…no se privilegia una aproximación a la Geometría basada en el estudio de objetos ideales y abstractos, sino más bien una que asuma la relación geométrica con los entornos espaciales. Esto busca fortalecer una mayor visualización en la Geometría: establecer contactos estrechos entre representaciones visuales y las formas geométricas. Se apela de esta forma a la construcción de los aprendizajes geométricos en fases crecientes que van desde lo intuitivo, manipulable, pictórico y visual hacia las representaciones más generales y abstractas. Se refuerza la necesidad de ascender por medio de distintos niveles en los aprendizajes geométricos." (Ruíz, 2012, p.12)

Los estudiantes durante la lección de geometría, deben convertirse en entes activos, para ello el profesor debe de recurrir a elementos visuales que atraigan la atención del aprendiz y le permitan manipular la teoría a estudiar. Es por ello que mediante este taller se pretende mostrar dos métodos de multiplicar, que al ser empleados abarcan muchos conceptos geométricos, dando una mayor presencia visual a términos como rectas, puntos, rectas paralelas, círculos, sector circular, entre otros. Con respecto al algoritmo de la multiplicación usual, estos métodos dotan al estudiante de herramientas que a su vez pueden ser aplicadas como estrategias en la resolución de problemas.

III. Esta propuesta y su relación con los nuevos programas del MEP

Basado en los nuevos programas del MEP (Ruiz, 2012), esta propuesta contribuye a la incursión de una metodología en la enseñanza de la geometría que logra:

- Motivar y atraer la atención de los estudiantes, provocando en sí aprecio, respeto y disfrute hacia las matemáticas.
- Otorgar de elementos al docente, que le permiten incurrir en la elaboración de problemas con gran aspecto visual y de alto contenido lógico-matemático.
- El uso de tecnologías mediante software geométrico en el cual se modelen los métodos de multiplicar.

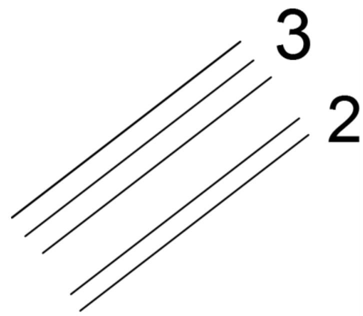
- Involucrar el uso de la historia de las matemáticas, recalcando el valor cultural que estos métodos han fomentado durante siglos.

IV. Breve descripción de los métodos para multiplicar

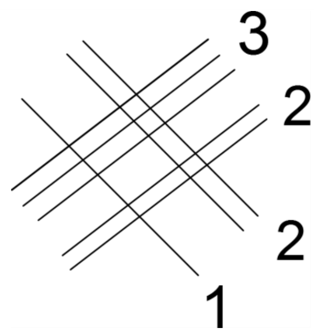
A. Multiplicación con rectas

Analizando el método detallado por Jil y Portero (2011), se resuelve la multiplicación 32×12 como ejemplo para entender más el procedimiento utilizando rectas.

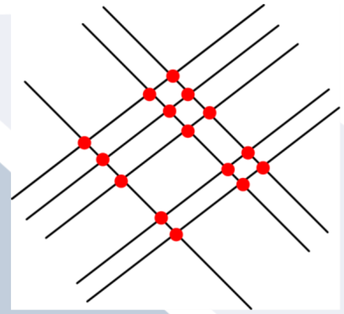
1. Se toma el primer factor y se trazan tantas líneas verticales como lo indica cada uno de los dígitos. Observe el dibujo.



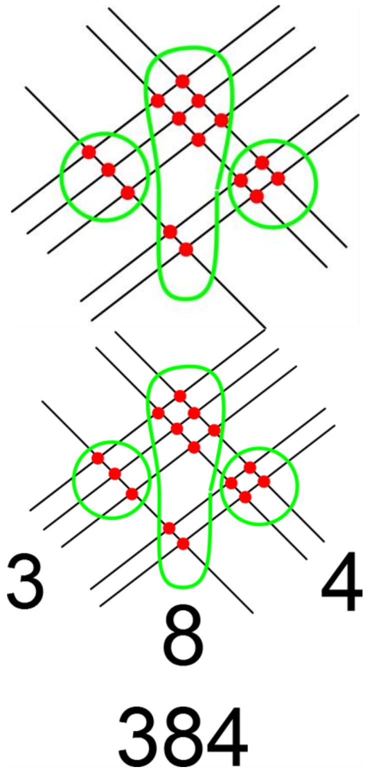
1. Se procede de igual forma con el otro factor; en este caso se trazan las líneas horizontales.



2. Posteriormente se indican los puntos de intersección de estas líneas. En este caso los puntos rojos indicarán estos puntos.



3. En seguida se agrupan la cantidad de puntos de intersección como se observa en la imagen.



4. Finalmente se cuentan los puntos de intersección de derecha a izquierda.

   Nota: si al contar las intersecciones un resultado es mayor a 10, anotamos el valor de la unidad y llevamos al grupo siguiente el valor de la decena (tal y como se hace con el método tradicional de Multiplicar).

   Se anota el resultado de izquierda a derecha.

   Así el resultado de multiplicar 32 X 12 = **384.**

Para enseñar la geometría se aplica a la introducción de conceptos como rectas, puntos, paralelismo, perpendicularidad, puntos colineales y puntos no colineales.
En el taller se enseñará esta técnica para el trabajo con números: naturales, que tienen al cero como dígito, que sean muy grandes, enteros y con números decimales exactos.

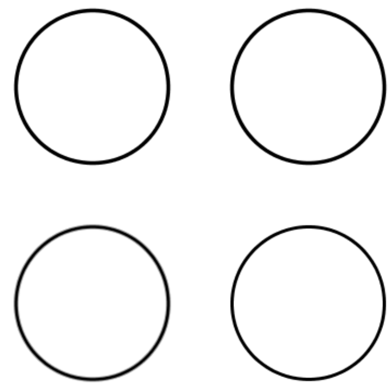
B. Multiplicación con círculos

Analizando el algoritmo expuesto por Monge y Porras (2012, p.9), se procede a exponer el método aplicado a la multiplicación de 31×42.

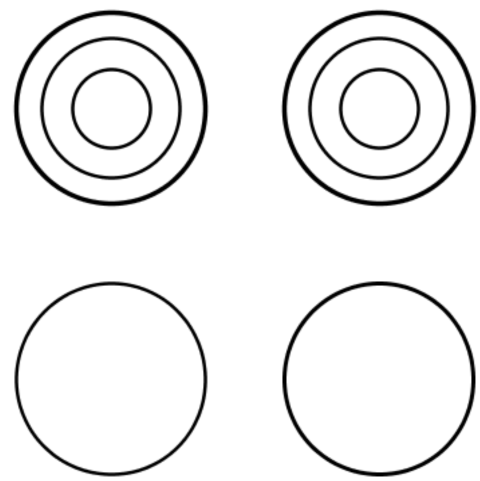
1. Se sugiere colocar los números a multiplicar en forma ascendente.

$$31 \times 42$$

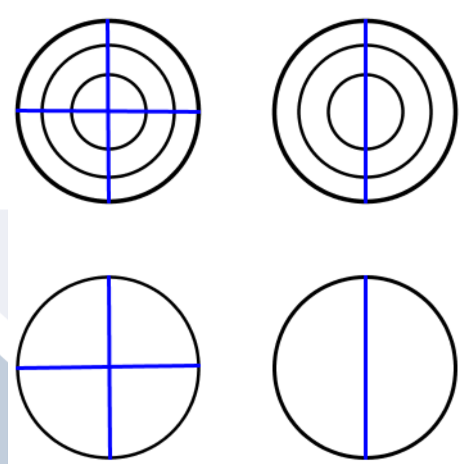
2. Luego se procede a formar un arreglo de círculos, la cantidad de dígitos del primer factor indica el número de filas y la cantidad de dígitos del segundo factor el número de columnas. (En este caso 31 tiene 2 digitos y 42 también, así se realiza un arreglo de 2×2).



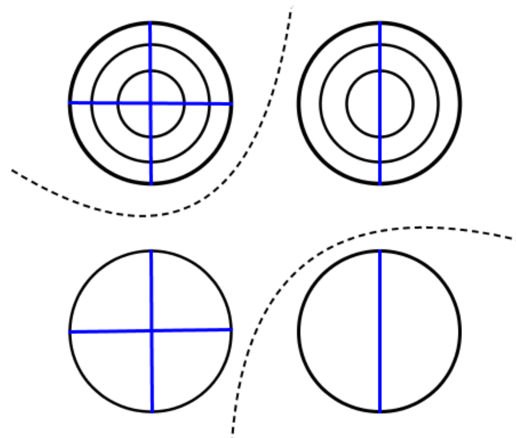
3. El siguiente paso consiste en confeccionar círculos concéntricos en cada fila. Para cada fila la cantidad de círculos concéntricos a realizar, viene dada por cada uno de los dígitos del primer factor. (En el ejemplo anterior, los dígitos del primer factor son 3 y 1, así para la primera fila se deben de obtener tres círculos concéntricos y para la segunda un círculo concéntrico).



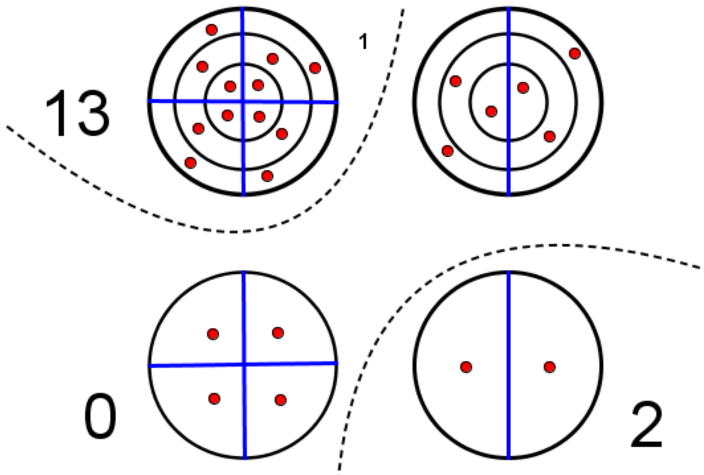
4. Se procede a fraccionar cada columna de círculos según indiquen las cifras del segundo factor. (En este caso la primer columna se fracciona en cuatro y la segunda en dos, lo anterior corresponde a las cifras de 42).



5. Se trazan líneas para separara primero los círculos que queden en los extremos superior izquierdo e inferior derecho del arreglo.



6. Finalmente se cuentan cada uno de las fracciones de círculo (se sugiere colocar un punto) empezando de derecha a izquierda, el número se coloca en la correspondiente sección que fue separada por una línea (ver paso anterior). Si el número tiene más de dos dígitos, se coloca la decena y se lleva la unidad a la siguiente sección(al igual que en la multiplicación tradicional). Finalmente el resultado viene dado por los números de izquierda a derecha. (En el ejemplo el resultado de 31×42, seria 1302).



En la enseñanza de la geometría se abarcan los elementos de la circunferencia como lo son radio, diámetro, sector circular y círculos concéntricos.

V. Principales actividades que se desarrollarán en el taller

Primeramente se brinda una breve introducción recalcando como estos métodos están vinculados con la metodología de los nuevos programas del MEP en la enseñanza de la geometría.

Antes de iniciar la explicación de cada técnica geométrica de multiplicación, se propondrá un problema que busque la reflexión del público a indagar su resolución sin recurrir al método usual de la multiplicación y que además requiera el uso de elementos geométricos para lograr darle respuesta.

Posterior a esto, procederemos a la explicación formal de cada estrategia otorgando un espacio para que el participante ponga en práctica lo aprendido hasta el momento. Luego se hablará de la incursión de estas herramientas en la enseñanza de la geometría apoyada de una visualización gráfica mediante un software libre como GeoGebra, además de consideraciones didácticas y metodológicas aplicadas a la elaboración de los problemas de esta índole.

VI. Fuentes consultadas

- Gil, I. y Portero, J. (2011). Multiplicar con rectas. *Revista Reflexiones y Experiencias Innovadoras en el aula*. *34*, 2-7.
- Monge, C. y Porras, A. (2012). *Un viaje por los diversos métodos de multiplicar*. Liberia, Costa Rica: Memorias del VIII Festival Internacional de Matemática.
- Ruiz, A. (2012). *Programas de estudio de matemáticas*. San José, Costa Rica: MEP.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Creación e inserción de gráficos en LaTeX mediante QTikZ 0.10.1

Kendall Rodríguez Bustos[1], Freddy Ulate Agüero[2]

Resumen

El diseño de gráficos en diversos tópicos de la matemática; es muy común entre profesores de secundaria y universitaria en su planeamiento didáctico, en muchos casos se utiliza las herramientas computaciones para su elaboración. El paquete TikZ de LaTeX es un recurso con gran potencial por su multifuncionalidad a la hora de crear las figuras; y además destacamos la calidad de diseños en sus gráficos.

Con este taller se presentará una nueva forma de realizar gráficos por medio del editor QTikZ 0.10.1. En él, los participantes trabajarán con actividades donde podrán apreciar las facilidades de dicho software y así generar textos con gráficos de buena calidad, con la posibilidad de implementarlos en algún documento, especialmente en los archivos hechos en LaTeX.

Palabras claves: TikZ, gráficos, LaTeX, PGF, QTikZ, polígonos, funciones, geometría, trigonometría.

Abstract

The design of graphics in various topics of mathematics is very common among high school and university teachers in their lesson planning, often used computational tools for processing. TikZ LaTeX package is a resource with great potential for its multi-functionality when creating your figures, and also highlight the quality of designs in your graphics.

This workshop will present a new way of doing graphics editor QTikZ through 0.10.1. In it, participants will work with activities where you can appreciate the ease of the software and generate text with graphics of good quality, with the ability to implement them in a document, especially made in LaTeX files.

Keywords: TikZ, graphics, LaTeX, PGF, QTikZ, polygons, functions, geometry, trigonometry.

Introducción

Como mencionan De Castro R. (2003) y Valiente G. (1997), destacan la calidad tipográficas de los libros, artículos y otros documentos científicos creados mediante el

[1] Estudiante del Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica, kendall2412@gmail.com
[2] Estudiante del Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica, freddy5594@gmail.com

sistema TeX diseñado por Donald Knuth. Debido a la gran variedad e interesantes ambientes que nos facilita dicho sistema en nuestras publicaciones, haciendo que sea este mismo sea un lenguaje de programación de suma relevancia en las ediciones de diferentes disciplinas como: matemáticas, físicas, ingenierías, entre otros, a nivel mundial.

Además como el editor LaTeX está muy ligado con la redacción de notaciones y fórmulas matemáticas, entonces dicho software es de interés para los profesionales en el área de las matemáticas, de ahí, la importancia de aprovechar las utilidades de diferentes paquetes del sistema TeX. En el caso de este taller, se presentará las herramientas básicas del paquete PGF – TikZ, en las creaciones de gráficos en diferentes tópicos de las matemáticas, especialmente en los temas de Geometría, Funciones y Trigonometría.

Según Borbón A., Mora W. (2013) TikZ es una macro del paquete PGF (Portable Graphics Format) de LaTeX para la creación de gráficos en documentos usando el ambiente 'tikzpicture' y además por medio de comandos especiales se pueden dibujar líneas, curvas, rectángulos, gráficas de funciones, entre otros. Así, los dibujos hechos en este recurso, se puede usar de complemento en los textos científicos, presentaciones Beamer, posters Leaflet u otro ambiente en LaTeX.

En relación al editor QTikZ 0.10.1, la página Apps Ubuntu (2012) destaca que es un software gratuito creado por Florian Hackenberger y Glad Deschrijver, su principal función es la creación de diagramas y dibujos utilizando las macros TikZ. Se compone de un panel de editor de texto en la cual el código de TikZ es editado y un panel de vista que muestra el dibujo compilada en LaTeX.

El panel de vista se actualiza en tiempo real. Además en la ventana principal de QTikZ tiene herramientas de dibujos comunes, opciones y estilos disponibles en su menú para facilitar el proceso de codificación.

Información General y Requerimientos del taller

- Título del Taller: Creación e Inserción de Gráficos en LaTeX mediante QTikZ 0.10.1
- Número de horas: 2 horas.

- Nivel educativo al que va dirigido: Secundaria y Universitario.
- Número máximo de personas: 20 personas.
- Dominio del participante: Nivel Medio en el uso de LaTeX.
- Equipos audiovisuales o informáticos: Laboratorio de 20 computadoras con los software: Distribución MiKteX (Versión Completa), Editor TeXStudio 2.6.2 y QTikz 0.10.1. Proyector de multimedia (Video Beam). Pizarra Acrílica.

Metodología del Taller

Primera Etapa: En la etapa inicial del taller, se expondrán generalidades acerca de TikZ: requerimientos, utilización, ventajas y ciertas habilidades necesarias para el diseño y su posible implementación en documentos hechos en LaTeX. Posteriormente se les pide a los participantes abrir el programa QTikZ, con el fin de familiarizarse con el entorno y su interfaz. Duración: 20 minutos.

Segunda Etapa: Se presenta las actividades guiadas, donde primero se comienza con la construcción de punto, segmento, recta. A medida que avance con el taller, se crearán diferentes polígonos, gráficas de funciones polinomiales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, entre otros, en relación con tópicos de geometría, funciones, trigonometría, entre otros. Duración: 80 minutos.

Referencias Bibliográficas

Apps Ubuntu. (2012). *QTikZ*. Extraído el 28 de Septiembre del 2013 de: https://apps.ubuntu.com/cat/applications/qtikz/

De Castro, R. (2003). *El Universo LaTeX* (2ª ed). Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Matemáticas

Borbón, A., Mora, W. (2013). *Edición de Textos Científicos LaTeX: Composición, Diseño Editorial, Gráficos, Inkscape, TikZ y Presentaciones Beamer* (2ª ed). Extraído el 27 Septiembre del 2013 de: http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/Libros/LATEX/LaTeX_2013.pdf

Valiente, G. (1997). *Composición de textos científicos con LaTeX*. España, Barcelona: Edicions de la Universitat Politécnica de Catalunya

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

GeoGebra como herramienta para la enseñanza matemática en primaria

Ronald Andrés Arias Madriz [1], Luis Andrés Ortiz Hernández[2]

Resumen

El uso adecuado de la tecnología es uno de los ejes trasversales en los nuevos programas de educación matemática pues permite la manipulación y el dinamismo de algunos objetos matemáticos propiciando procesos como razonar, argumentar y representar. En el taller se trabajará con el programa de matemática dinámica GeoGebra el cual es gratuito e integra diversas áreas matemáticas.

1. Objetivo general:

- Utilizar el GeoGebra en la elaboración de actividades dinámicas para la enseñanza aprendizaje de la matemática en primaria.

2. Objetivos específicos:

- Conocer las principales características del programa.
- Explorar las distintas secciones de la interfase.
- Realizar construcciones simples para iniciar el aprendizaje de las herramientas.
- Explorar las propiedades de los distintos objetos.
- Realizar construcciones dinámicas incorporando distintas herramientas y comandos.

[1] Liceo Elías Leiva Quirós, Costa Rica, ramartec@gmail.com
[2] Colegio Nacional de Educación a Distancia y Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica, andres.ortiz.9.4.85@gmail.com

3. Introducción

La incorporación de la tecnología en el aula se ha dado de una manera lenta principalmente por la falta de preparación del docente en cuanto al uso adecuado de estos elementos o por la ausencia de equipos adecuados, sin embargo con los años el acceso a estos equipamientos se amplió, mostrando que es más importante que nunca la capacitación de los maestros en el correcto uso de herramientas tecnológicas.

El software especializado para la enseñanza de la matemática puede convertirse en un gran aliado en el aula donde los programas de geometría dinámica son útiles en la modelación y manipulación de objetos geométricos, y las hojas de cálculo nos permiten explorar listas de datos y realizar cálculos elaborados. Así pues, el GeoGebra brinda esas características y otras más convirtiéndolo en una pertinente opción a tener en cuenta.

La tecnología debe ser incorporada desde los primeros años en la educación de los niños dado que permite presentar la matemática de una manera más atractiva, también debemos tener en cuenta que las presentes generaciones nacen en un mundo digital lo cual puede ser utilizado a nuestro favor.

4. Marco teórico

Las tecnologías pueden ser un poderoso aliado para potenciar el pensamiento matemático. Y es precisamente en la resolución de problemas en entornos reales donde éstas pueden aportar sus beneficios de la mejor manera en contextos de aprendizaje que fortalezcan las habilidades y capacidades matemáticas.

En los ***Programas de Estudio de Matemáticas*** se afirma que "*es en la mediación pedagógica donde la resolución de problemas encuentra un sentido esencial para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas*", en algunos casos es útil modelar el problema de la vida real a una representación matemática del mismo, en esta fase de modelado la computadora y específicamente los software de matemática nos permiten construir modelos dinámicos con los cuales probar una amplia cantidad de casos entre generales y particulares del problema para lograr generar conjeturas que nos acerquen a su solución, de igual forma nos permite comprobar en tiempo real si las ideas que se van generando son correctas o no.

Además de los problemas de la vida cotidiana podemos utilizar el GeoGebra en la modelación de situaciones históricas recreándolas de forma virtual, ya sea de rigurosamente o cambiando ciertas características, permitiendo así mediante la manipulación y exploración en la solución de la situación planteada.

Según los ***Programas de Estudio de Matemáticas*** "*con tecnología es posible simular situaciones reales y reorganizar las demandas cognitivas que plantea un problema; redefinir las estrategias que se pueden diseñar*", el uso de software especializado para la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas genera en el alumno el desarrollo de sus habilidades en cuanto al uso adecuado de la tecnología.

5. Contenidos:

- Presentación del software libre GeoGebra.
- Presentación de las principales herramientas del programa.
- Trabajo en las guías de construcción.
- Discusión o reflexión sobre las ventajas y desventajas del uso del programa en el aula.

6. Metodología

El taller es práctico, se dará una breve introducción al taller, se expondrán las principales características del programa, se explicará al participante cómo instalar el GeoGebra. Una vez iniciado se presentarán las partes y herramientas principales para dar luego instrucción sobre el trabajo a realizar con las guías. Cada participante trabajará en las construcciones siguiendo los pasos indicados en las mismas, al concluir cada construcción se discutirá acerca de la ventaja o desventaja de abordar esos contenidos con ayuda de la computadora, al final del taller se darán recomendaciones sobre la realización de clases asistidas por computadora.

7. Requerimientos

- Laboratorio de computadoras
- Proyector multimedia

8. Bibliografía:

- Sada Allo, Manuel. (2010). Educación Navarra. (2013) http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/azar.htm
- Hohenwarter, Markus, Hohenwarter Judith. (2009) GeoGebra Manual Oficial. (2013) http://www.geogebra.org/help/docues.pdf
- Ministerio de Educación Pública (2012). Programa de Estudio de Matemáticas, Costa Rica.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Módulo para la enseñanza de cálculos de áreas y volúmenes de sólidos, orientado en los nuevos programas del MEP

M. Ed. Adriana Jiménez Ortega[1], Bach. Javier Sánchez Arce[2]

Resumen

El objetivo del siguiente taller es brindar herramientas a los docentes que le permitan desarrollar estrategias de enseñanza-aprendizaje de una forma más dinámica, todo bajo la perspectiva de los nuevos programas del MEP. Se busca además que los estudiantes logren un aprendizaje significativo del tema, esto es que los estudiantes determinen áreas y volúmenes de sólidos de una forma más natural y empleando conceptos intuitivos, así como también el uso de software como el GeoGebra que permita modelar los sólidos para una mejor visualización de lo que los estudiantes a través de la observación logren conjeturar. Este módulo cuenta con tres partes que se explicarán en forma secuencial, sin embargo se quiere dejar abierto al docente la posibilidad de insertar más partes que considere necesarias para mejor la herramienta expuesta.

Introducción

El siguiente proyecto consta de un módulo completo para la enseñanza de áreas y volúmenes de sólidos en el nivel de quinto año de secundaria. La idea es que las estudiantes comprendan y analicen el proceso de cálculo de áreas y volúmenes de sólidos, y lo relacionen con propiedades de las figuras que ya conocen y no como una simple aplicación de fórmulas. Se trata de que los y las estudiantes por medio de la exploración utilizando materiales tangibles realicen la construcción de sólidos y así implementen las fórmulas de cálculo de una forma más intuitiva y menos algorítmica. Por lo tanto la construcción de este módulo consta de varios pasos, el primero es la construcción de los sólidos a estudiar según el temario, por parte de los estudiantes con materiales como

[1]Proyecto Educativo Surí. San José –Costa Rica. jimenezac14@gmail.com
[2]Universidad Latina. Limón-Costa Rica. jsashotter@hotmail.com

cartulina, papel de construcción u otro, para observar o deducir la fórmula de cálculo de área de dichas figuras, ellos deberán de “descomponer el sólido” en la cantidad de figuras planas que lo conforman (por ejemplo un cubo está compuesto por 6 cuadrados, por lo tanto la suma de las áreas de los 6 cuadrados constituyen el área total del la figura), asimismo se quiere que las estudiantes comprendan la idea intuitiva de que la cantidad total de cartulina o papel u otro empleada en la construcción del sólido corresponde también al área (asociación de área con material del cual está hecha la figura).

Como segundo paso, las mismas figuras serán rellenadas con algún material para que los estudiantes comprendan el concepto de volumen y lo asocien con contenido, primero se harán observaciones de forma experimental, guiadas con preguntas específicas hechas por el facilitador. Lo que se pretende es que los estudiantes de forma intuitiva lleguen a conclusiones tales como: ¿por qué el volumen de un cono es un tercio del área de la base por la altura? o ¿por qué en la fórmula del volumen de la esfera se debe de multiplicar por la fracción cuatro tercios?, de nuevo lo que se quiere es que, más que se aprendan una fórmula en forma de receta, piensen que las fracciones que acompañan las fórmulas mencionadas anteriormente no solamente están ahí de forma antojadiza sino que tienen una razón de ser. Como tercer punto se mostrarán los sólidos representados en el primer punto con el software GeoGebra, esto con el fin de que los estudiantes puedan tener una poyo grafico e interactivo delo que intuitivamente se supone se ha alcanzado en el primer punto.

En resumen, el enfoque prestado a este proyecto, es un enfoque de exploración y proyectos, así como también el empleo de resolución de problemas. La temática empleada, comprende un conjunto de actividades tanto introductorias, con situaciones a-didácticas, como también actividades de exploración con el software adecuado, manipulación de sólidos elaborados por las estudiantes y guías de ejercicios prácticos y de exploración.

Conceptualización del taller

En forma esquemática, se puede visualizar el taller en tres etapas o pasos, que se describen a continuación:

Primera etapa: (Construcción del sólido)

Para esta primera etapa, se sabe que los y las estudiantes desconocen la aplicación de fórmulas que les permitan determinar las áreas o volúmenes de figuras sólidas. A continuación se describe la utilización de los recursos que se utilizaran para tal fin:

Construcción del sólido:

El estudiante debe de confeccionar el sólido que se le asigna,puede además hacer uso de algún software como el pollypro para que los y las estudiantes cuenten con un molde de confección.

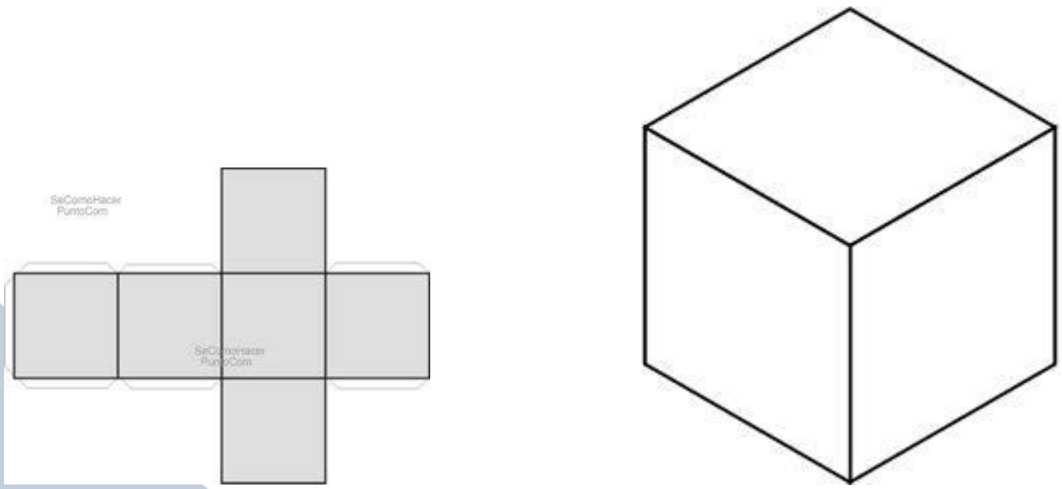


Figura 1: Muestra de un sólido (cubo)

Tal como se observa en la figura 1 al estudiante se le muestra el molde de confección del sólido y el sólido ya armadoUna variante posible a esta etapa, el docente le puede solicitar a algunos estudiantes que de forma voluntaria elijan otro sólido (adicional a los que el MEP sugiere) y lo confeccionen, para que puedan conjeturar propiedades del mismo, por el deseo de hacerlo y no porque sea una asignación obligatoria de la materia.

Propiamente en la clase se seguirá el siguiente protocolo:

Se solicita a alguno de los estudiantes que confeccionó el cubo, que pase al frente de la clase y de sus compañeros y compañeras, para que muestre aún sin armar su figura. El docente dirigirá preguntas, tanto al estudiante que expone como al resto de estudiantes, para alcanzar conjeturas necesarias que permitan determinar una fórmula que determine el área de la figura. Por ejemplo se inicia con la pregunta:¿Qué es el área de una figura? ¿A qué nos referimos? ¿Podríamos entonces determinar el área a cualquier figura geométrica? ¿Cómo? Con respecto a la figura que muestra el expositor, ¿de qué figuras geométricas está compuesta? Así se trabajará hasta alcanzar conjeturar que el área total del cubo es igual a la suma de los 6 cuadrados que componen la figura (Y se sigue en forma relativa con los siguientes sólidos) Se puede también solicitar al estudiante que en forma experimental, mida y dé las dimensiones reales del sólido mostrado, para que dé una medida a su sólido en forma real y además lo pueda relacionar con la cantidad de material utilizado en su construcción. Es claro que en esta sección el docente debe de emplear las preguntas convenientes que orienten el conocimiento que se desea mostrar, por lo tanto también debe saber responder a las conjeturas que muestren los alumnos, para evitar que se creen confusiones o malos entendidos.

Segunda etapa: (conceptualización del volumen de un sólido)

Luego de haber obtenido las fórmulas de cálculo de área de un sólido en forma experimental, se procede a construir de manera análoga, las fórmulas que permiten obtener el cálculo del volumen de un sólido. Se les solicita a los estudiantes que "rellenen" su sólido con algún material tangible: arena, frijoles, arroz (crudo), no agua, para ello se pide que traigan arena (preferiblemente) o cualquier otro material al aula y viertan dicho material en el interior del sólido confeccionado, después se orientaran de nuevo preguntas que permitan conjeturar en forma correcta algunas propiedades del sólido, en específico que el estudiante llegue primero a la asociación de "contenido del sólido" con "volumen del sólido".

Tercera etapa: (Uso del softwareGeoGebra)

La etapa final del proceso será llevada a cabo por parte del docente, para ser empleada por los y las alumnas, según lo que se desarrolla en la vista del taller.

Bibliografía

Lastra, Luisa, **Cuerpos geométricos.** http://es.scribd.com/doc/2081095/CUERPOS-GEOMETRICOS (consultado el 21 de abril del 2013)

Recursos matemáticos, **Sólidos geométricos.** http://www.mineduc.edu.gt/recursos/images/1/16/Matematica_6to_-_Unidad_8_-_Solidos_geometricos.pdf (consultado el 21 de abril del 2013)

Recursos matemáticos, **Sólidos geométricos y área de polígonos** http://www.mineduc.edu.gt/recursos/images/4/47/Matematica_5to_-_Unidad_8_-_Solidos_geometricos_y_area_de_poligonos.pdf (consultado el 19 de mayo del 2013)

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Construcción de páginas web utilizando la plataforma JIMDO

Jaime Durán Montero[1]

Resumen

Con este taller se pretende enseñar la construcción de un sitio web, utilizando la plataforma online JIMDO, esta plataforma se puede catalogar como software en línea libre y para todo público. Entre las ventajas que esta plataforma presenta con respecto a otros softwares, como Microsoft Front Page, Dreamweaver o el mismo Flash, se reflejan su simplicidad de uso, su versatilidad en cuanto al reconocimiento de diferentes formatos de archivos, su propio dominio gratis sin publicidad, visualización vía ordenador o móvil y por sobre todo su amigabilidad con un usuario sin conocimiento en el desarrollo de sitios web o en programación HTML.

1. Introducción

Hoy en día con la incorporación de TIC´s en el aula, los materiales didácticos multimedia han ido adquiriendo importancia en la educación actual, la cual debe desarrollarse paralelamente con crecimiento de la cultura tecnológica de nuestros estudiantes.

Una página web elaborada mediante la plataforma en línea JIMDO, representa una puerta a un centro de recursos didácticos multimedia, donde el profesor tendrá la posibilidad de ofrecer al estudiante, desde un solo lugar, materiales textuales para descarga,

[1] Sistema Educativo Saint Clare, Costa Rica. Email: jduranmontero@gmail.com

videos en streaming, imágenes y hasta archivos creados con los últimos softwares en educación, como Geogebra, Prezi, Exlearnig, Hot Potatoes, entre otros.

Por otra parte la plataforma permite guardar el sitio en su propio dominio, lo que implica accesibilidad inmediata desde cualquier computadora conectada a internet o celular. Esto último gracias a que JIMDO permite crear una máscara personalizable para visualizar la página vía móvil.

2. Actividades a desarrollar

Primer Día

2.1 Parte 1. Diseño gráfico de la página. Duración 1 hora

En esta parte del taller se pretende que los profesores se familiaricen con la plataforma JIMDO. Además de establecer la dirección de su página y realizar el diseño gráfico de la misma. Para esto se enseña a los educadores a manipular la barra vertical de diseño, la cual tiene entre sus opciones principales la escogencia de una plantilla, de una tipo de letra, de un fondo, entre otros elementos gráficos que contiene una página web. Posteriormente se realiza la máscara para la visualización móvil, se realiza la descripción de la página y la construcción de palabras claves, para que el sitio pueda ser reconocido mediante el buscador Google.

2.2 Parte 2. Ajustes sobre la información del autor. Duración 20 minutos.

En esta fase se trabaja en los ajustes sobre la información del creador del sitio, tal que se pueda ligar la página a una red social, si el usuario dispone de una.

2.3 Parte 3. Inserción de archivos simples. Duración 30 minutos.

En esta etapa, se enseña como editar el menú de navegación, además de aprender a insertar elementos simples como texto, espacios en blanco, títulos, imágenes, audio, video, entre otros. Posteriormente se enseña cómo utilizar programas de almacenamiento de archivos como por ejemplo Dropbox, con el fin de maximizar el rendimiento de la memoria que el dominio ofrece.

Segundo día

Parte 1. Inserción de archivos complejos. Duración 1 hora.

En esta fase, se enseña como insertar elementos más complejos como archivos diseñados. Se realizan un ejemplo más elaborado utilizando Geogebra.

Parte2. Construcción de una página utilizando lo aprendido

En esta fase se pide a los educadores escoger un tema y desarrollar una página con los procedimientos enseñados en el taller.

3. Materiales

Para facilidad de los participantes, entre los materiales que el taller necesita se encuentran un folleto con algunas explicaciones e imágenes ilustrativas creado por el expositor, además de una computadora con internet para cada participante, así como un proyector para el expositor del taller. De ser posible tener instalado Geogebra en las computadoras.

4. Referencias

Detzner, F, Matthias, H, Christian, S (2005). *Jimdo*. Recuperado de http://es.jimdo.com/

Kalah: un juego para todos.

Katherine Abarca Mena[1], Harvey Guerrero Urbina[2]

Resumen

El propósito de este taller es dar a conocer el juego de Kalah, sus orígenes y el papel que ha jugado en algunas de las culturas y pueblos alrededor del mundo. Además de comentar las habilidades y destrezas que se fortalecen en las personas que lo practican. Se explican además algunas maneras de jugarlo, los materiales que se requieren, y lo más importante su aplicación en la matemática, además de utilizarlo como un método para agilizar la mente de los estudiantes. Por último, se pretende crear un espacio para que las personas asistentes puedan practicarlo en parejas.

1. Introducción

Se pretende enseñar el juego de Kalah, el cual desarrolla habilidades mentales, destrezas, el razonamiento, la lógica y el cálculo mental, se busca que el jugador encuentre estrategias para ganar la partida. Otra de las razones por las que es importante mostrar este juego es que las personas deben jugar en parejas, así se da el intercambio social, aunque las jugadas sean individuales.

2. ¿Dónde surgió el Kalah?

El juego de Kalah es parte de los juegos llamados de Siembra, Conteo o Captura. Este tipo de juegos se practica generalmente entre dos jugadores. Se juegan en un tablero con 12 divisiones pequeñas (6 para cada jugador) y 2 divisiones grandes a los extremos

[1] Estudiante de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, ITCR. katheabarca@gmail.com
[2] Estudiante de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, ITCR. harveyjos24@gmail.com

(llamadas casas). Se toman con la mano las semillas de una de las divisiones, y se van distribuyendo (una a una) en los agujeros vecinos.

Este tipo de juegos reciben originalmente el nombre de Mancala (Mangala, Magala, Nagal, Kalah, del árabe: mover). No se conoce con exactitud dónde surgió este juego, ni su creador. Se cree que se originó en Etiopía alrededor de los siglos VI y VII, aunque también son muy populares en África. Se sabe que se jugaban en el antiguo Egipto, pues se han descubierto tableros en la pirámide de Keops, y de allí se extendió a otros países, entre ellos Asia.

Actualmente África es uno de los países en donde más se practica el juego de Kalah, ya que desde sus inicios forma parte de la cultura y tradición de algunos pueblos y tribus nativas. En algunos de estos pueblos, el juego se relaciona con ritos, ceremonias y adivinación (en actividades como la caza y batallas). Hoy en día, es uno de los juegos nacionales más importantes en varios países africanos. Es jugado sobre todo por diversión y entretenimiento.

3. ¿Cómo se juega?

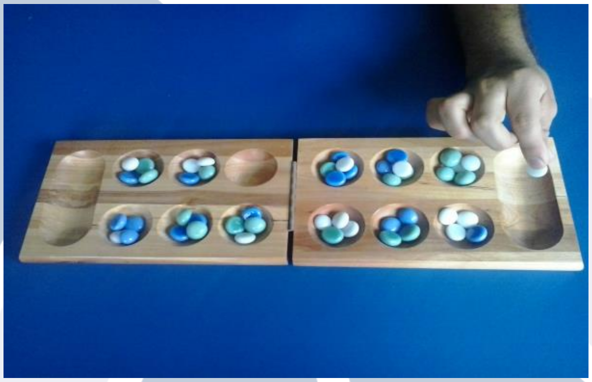
Aunque hay varias formas de jugar Kalah: general, egipcia, etíope y nigeriana, en este taller se verá la forma general.

a) Primero se colocan cuatro fichas en cada casilla (cada jugador tiene a su lado seis casillas pequeñas y una grande a su derecha, que será su casa).

b) La persona que inicia el juego escoge uno de los agujeros de su lado (si lo toca lo mueve).

c) Distribuye (hacia su derecha), una a una las cuatro fichas. Si al pasar por su casa, aún posee fichas en la mano, las debe seguir distribuyendo en las casillas del contrincante. (Pero no debe dejar fichas en la casa del rival).

d) Si la última ficha cae dentro de su casa, repite el turno.



e) Si al mover las fichas, la última cae en un hoyo vacío de su lado, puede tomar esa ficha y las del hoyo de enfrente de su oponente y las pone en su casa. (esta jugada se le llama "comer").

f) El juego termina cuando uno de los jugadores deja todas sus casillas vacías. A final se cuentan las fichas de cada casa y gana el que haya acumulado más.

4. **¿Cuáles destrezas se fomentan con el Kalah?**

El juego de Kalah es muy enriquecedor, ya que fortalece destrezas numéricas, lógicas y el cálculo mental (suma y resta sencilla). Al ser una actividad desarrollada en parejas se da la interacción con el otro jugador, por lo que se fomentan las relaciones sociales. Se basa en la estrategia de defensa y la anticipación del resultado de una movida del contrincante para planear la jugada de avance, lo que permite al jugador mantener activa su mente a lo largo del juego.

5. **¿Cómo se utiliza en la enseñanza de la matemática este juego?**

Una estrategia interesante en donde se puede utilizar el Kalah es a través del trabajo cooperativo en el ámbito educativo. Esta propuesta, en un corto tiempo, pretende que los alumnos intenten un juego nuevo, se conviertan en expertos, negocien y se comuniquen con sus compañeros de grupo y contrincantes (quien va a empezar, quien define la siguiente jugada, obtener un resultado para pensar en la siguiente jugada y qué estrategia usarán para ganar el juego). Esto mantiene al mismo tiempo a más estudiantes ocupados activamente. Les enseña a desempeñar diferentes funciones en el grupo y a ser corresponsables del gane o la pérdida de la partida.

Si se habla a nivel de primaria, este juego puede ayudar a la enseñanza de procesos básicos como la suma de cantidades pequeñas, en cambio, a nivel secundario su uso se puede enfocar en el fortalecimiento, agilidad y creación de estrategias mentales.

En la enseñanza de la matemática, si se analizan estos dos beneficios que se obtienen al poner en práctica el trabajo cooperativo: fortalecimiento del trabajo en grupo y desarrollo de destrezas lógico – matemáticas individuales, se puede ver que es un juego sencillo, que requiere materiales de fácil acceso (por ejemplo con cartones de huevo y frijoles o con cinta tape y granos de maíz) y puede ayudar al desarrollo mental del alumno.

Imagen tomada de:
http://www.cientec.or.cr/productos/juegos/construya-su-kalah

6. **Torneo**

Realizar un mini torneo donde en parejas pondrán en práctica el aprendizaje de las reglas del juego en la forma general. Para aprender las otras formas de jugar pueden ingresar a http://www.cientec.or.cr/matematica/kalah-reglas.html.

7. **Bibliografía**

León, A. (2002). Kalah: enseñanza cooperativa del juego africano. Tomado el 22 de julio del 2013 de: http://www.cientec.or.cr/matematica/kalah-reglas.html

Rupérez, J.A & García, M. (2011). Juegos de siembra: juegos africanos con aplicación didáctica. Revista de Didáctica de las Matemáticas, vol 77. Tomada de: http://www.sinewton.org/numeros

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC Tecnológico de Costa Rica

Programación con R y Enseñanza de la Matemática en Educación Secundaria

Jesús Humberto Cuevas Acosta[1]
Giovanni Sanabria Brenes[2]
Félix Núñez Vanegas[3]

Resumen
Se describen las ventajas de usar el entorno de programación R como herramienta para efectuar actividades encaminadas a la enseñanza de la matemática en educación secundaria. Posteriormente se pondrán en práctica dos clases modelo en la que se mostrará una alternativa para examinar tópicos representativos de las áreas temáticas *Números*, *Estadística* y *Probabilidad*, a la luz de las exigencias de los nuevos programas de estudio aprobados recientemente por el Ministerio de Educación Pública Costarricense. Al final, se espera que los participantes bosquejen la planeación de una clase. En este trabajo se parte de la hipótesis que propone la necesidad de aprender los principios de la programación moderna como coadyuvante en el desarrollo de habilidades intelectuales y logro de aprendizajes efectivos en los estudiantes.

Antecedentes

En educación secundaria, a los programas de cómputo regularmente se les asigna el papel de coadyuvantes en el tratamiento de tópicos matemáticos, especialmente los que implican cálculos extensos y representaciones tabulares y gráficas. Generalmente se promueve el uso de hojas de cálculo como *Excel, Calc, Gnumeric, Numbers, Quattro Pro o Kspread*; así como herramientas de procesado geométrico o algebraico para manejar y presentar datos tales como Winplot, Geogebra y Geometer´s Sketchpad, este último recomendado ampliamente por el *National Council of Teachers of Mathematics*. No obstante la popularidad de este tipo de programas entre el profesorado de matemática y estadística, cabe preguntarse ¿Hasta qué punto su uso coadyuva en el desarrollo de habilidades intelectuales en matemática y estadística como clasificar, comparar y analizar información?

[1] Instituto Tecnológico de Chihuahua II, México. jesus.humberto.cuevas@outlook.com
[2] Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Matemática. gsanabriab@yahoo.com
[3] Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Matemática. fnunez@itcr.ac.cr

¿En qué medida coadyuvan al desarrollo de un pensamiento algorítmico y científico en los estudiantes?

En este trabajo se reconoce que la utilización de este tipo de aplicaciones ha permitido al profesor y sus estudiantes simplificar tareas de cálculo, crear representaciones visuales atractivas y más precisas que si se hicieran en la pizarra o cuaderno. Pero también se considera que son herramientas orientadas al *uso* y no a la *creación*, es decir, convierte a los estudiantes en simples usuarios de “paquetes” informáticos. Hoy en día, aprender a programar es una necesidad.

Propósito general

Mostrar las ventajas de utilizar el entorno de programación R en el desarrollo de habilidades de pensamiento algorítmico y científico, así como el logro de aprendizajes en matemática.

Contenido temático

1. Números naturales
   a. Operaciones
      i. Suma
      ii. Resta
      iii. Multiplicación
      iv. División
      v. Potencia
   b. Combinación de operaciones
2. Estadística
   a. Representaciones tabulares y gráficas
   b. Medidas de posición
      i. Moda
      ii. Media aritmética
      iii. Mediana
      iv. Cuartiles
      v. Valores extremos
   c. Medidas de variabilidad

i. Recorrido
ii. Recorrido intercuartílico
iii. Varianza
iv. Desviación estándar

3. Probabilidades
   a. Reglas básicas de las probabilidades
   b. Otras propiedades
4. Distribuciones de probabilidad discretas (opcional)
   a. Binomial
   b. Poisson
   c. Hipergeométrica
5. Distribuciones de probabilidad continuas (opcional)
   a. Normal
   b. Exponencial

Actividades a desarrollar

- Examinarán las ventajas y retos que implica la incorporación de la programación moderna en la educación, especialmente en la educación matemática.
- Describirán las características más representativas del Entorno de Programación R.
- Instructores y participantes desarrollarán y ejecutarán un guion (script) usando funciones de R.
- Manipulación del Entorno de Desarrollo Integrado RStudio
- Mostrará a los participantes dos ejemplos de clase modelo en las áreas temáticas *Números, Estadística y Probabilidad*, y se someterá a la crítica una propuesta de planeación.
- Programarán al menos dos funciones en el Entorno de Programación R, haciendo énfasis en el *cómo se hace*, *se dice* y *se usan* las instrucciones.
- Los participantes elaborarán una planeación de clase

Referencias

Andrews, S. (2010). Statistical software for teaching: relevant, appropriate and affordable. *8th International Conference on Teaching Statistics*. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_2D1_ANDREWS.pdf Consultado el 30 de octubre de 2012

Ben-Zvi, D and Gil, E. (2010). The role of context in the development of students´informal inferential reasoning. *8th International Conference on Teaching Statistics* (p. 5). Ljubljana, Slovenia. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_3D1_BENZVI.pdf Consultado el 11 de febrero de 2012

Burrill, G. (2010). Using data to make sense of statistics: the role of technology in scaffolding understanding. *8th International Conference on Teaching Statistics*. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_2D4_BURRILL.pdf Consultado en 16 de enero de 2012

Cao, R. & Naya, S. (2010). The use of statistical software to teach nonparametric curve estimation: from Excel to R. *8th International Conference on Teaching Statistics*. http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_4B1_CAO.pdf Consultado el 1 de octubre de 2012.

Carnero, R., Toscano, J. y Díaz, T. (Coord). (2009). *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*. España: OEI

Contreras, J., Molina, E. y Arteaga, P. (2008). *Introducción a la programación estadística con R para profesores*. España Forster, M. & MacGillivray, H. (2010). Student discovery projects in data analysis. *8th International Conference on Teaching Statistics* http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_4G2_FORSTER.pdf

Cuevas, J.H. & Hernández, S. (2013). Propuesta didáctica para caracterizar variables y datos. *Revista Investigación Operacional*. 34, 3, 266-273.

Garfield, J., del Mas, B., & Chance, B. (2007). *Using students' informal notions of variability to develop an understanding of formal measures of variability. Thinking With Data* (pp. 117–148). EUA: Psychology Press.

Hernández, S. y Cuevas, J.H. (2013). Programas informáticos de uso libre y su aplicación en la enseñanza de la estadística. *Revista Investigación Operacional*. 34, 2, 173-181.

INEGI. (2012). *Estadísticas sobre disponibilidad y uso de tecnología de información y comunicaciones en los Hogares, 2011*. México: Instituto Nacional de Estadística y Geografía.

Ordóñez, O. (2005). Las nuevas tecnologías de la información y la educación científica temprana. Una revisión. *Pensamiento Psicológico*, 5, 7-19. Watson, J. M. (2012). Resampling with TinkerPlots Keywords : *Teaching Statistics*, 32–36.

Sanabria, G. (2012). *Comprendiendo las probabilidades*. Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Ziegler, L., & Garfield, J. (2013). Exploring students' intuitive ideas of randomness using an iPod shuffle activity. *Teaching Statistics*, 2–7.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

El estudio de las fracciones a nivel de octavo año.

¿Las fracciones un concepto complejo o fácil de abordar?

Rebeca Arce Núñez[1], Mario Marín Sánchez[2]

Resumen

Se presenta un material para abordar los conceptos asociados a la fracción: parte todo continuo, parte-todo discreto, parte de una cantidad, reparto equitativo, razón, constante de proporcionalidad. Se analiza y discute el material con los docentes.

Palabras clave: software didáctico, multimedio, diversidad semántica de la fracción

Planteamiento del problema

Existen limitaciones importantes en el dominio de la diversidad semántica del concepto de fracción [Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación, 2009 y el National Council of Teacher of Mathematics, 2008]. Estas dificultades se reflejan en bajos rendimientos de estudiantes [Escolano y Gairín, 2005; LLECE,2009; Flores, 2010] y en el dominio inadecuado por parte de los docentes [Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio de México, 2006; Tsai, Shiang y Cheng, 2009 y Ríos, 2011].

Objetivo general

Contribuir con una opción didáctica, apoyada por tecnologías de información y comunicación (TIC), que permita atender las deficiencias detectadas en el manejo de la diversidad semántica del concepto de fracción por parte de los docentes y los discentes.

[1] Colegio Nocturno de Cartago, Costa Rica. rebear9034@gmail.com
[2] Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica. malbmarin@gmail.com

Multimedio a utilizar “Pedro y las fracciones”

Descripción. Le metáfora Pedro y las fracciones. La propuesta contextualiza la diversidad semántica de la fracción introduciendo su estudio por medio de las vivencias camino a la escuela de un niño llamado Pedro, se presenta la narración de éstas en el guión literario, los audios y en algunas animaciones. Las anécdotas de Pedro se titulan: El reloj despertador, las cantidades de una receta, La ventana de Don Juan, El árbol de limones dulces, Pulpería la Minita,La granja de Gense, Repartir naranjas, La salsa de tomate, Dudas de Pedro.

El desarrollo metodológico en los módulos, éstos constan de: el desarrollo de la pregunta principal de Pedro, ejemplos de reforzamiento y ejercicios. Además la pregunta principal de Pedro se desarrolla con el estudio de casos particulares (pantallas verdes) y posteriormente generales(pantallas moradas).

Principales actividades

1. Diagnóstico sobre el tema.
2. Análisis del abordaje del concepto de fracción en los programas de matemática.
3. Presentación del multimedio “Pedro y las fracciones”.
4. Utilización y navegación en el material “Pedro y las fracciones”.
5. Análisis y discusión de la propuesta “Pedro y las fracciones”.
6. Resumen y cierra de las discusiones realizadas.

Bibliografía

Clarke, D; Roche, A y Mitchell, A (2008). Practical Tips for Making Fractions Come Alive and Make Sense. Mathematics Council of Teacher of Mathematics (NCTM). 13(7) Consultado: 8 de febrero del 2011.
Desde: edbsdited.fwg.hk/eng/download/template/NCTM-3-2008-fraction.pdf

La Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio de México (2006).Consultado: 10 de agosto del 2010. Desde:
abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/matematica4numerosracionalesygeometria.pdf

Escolano, R y Gaírin, J (2005). Modelos de medida para la enseñanza del númeroracional en Educación Primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matematica*. Marzo 2005, 1,17-35.Consultado: agosto, 10, 2010. Desde:http://www.fisem.org/

Flores, G (2010). Significados Asociados la noción de fracción en la Escuela Secundaria.(Tesis de maestría). México: Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. Consultado: 13 de marzo del 2011. Desde: www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/flores_2010.pdf

Gairín, J y Muñoz, J(2005). *El número racional positivo en la práctica educativa: Estudio de una propuesta editorial. IX Simposio SEIEM*. Consultado: diciembre, 1, 2010.Desde:http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/cd/grupos/grupopna/gairinmunoz.pdf

Gallardo, J; González, J y Quispe, W (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interpretaciones en el uso de los significados de la fracción. *Revista latinoamericana* en matemática Educativa, 11(3), 355-382. Consultado: diciembre, 20, 2010. Desde: http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33511303.pdf

Laboratorio de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE, 2009). Aportes para la enseñanza de la matemática. Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERGE). Consultado: 10 de enero del 2010. Desde: unesdoc.unesco.org/images/0018/001802/180273s.pdf

Practical Tips for Making Fractions Come Alive and Make Sense. Mathematics Council of Teacher of Mathematics (NCTM). 13 (7), 373-379. Consultado: diciembre, 5, 2010. http://edbsdited.fwg.hk/eng/download/template/NCTM-3-2008-fraction.pdf

Ríos, Y (2007). Ingeniería didáctica referida al concepto de fracción. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Volumen 20. Consultado: 10 de diciembre del 2010. Desde www.matedu.cicata.ipn.mx/documentos/alme/alme20.pdf

Tsai, W; Shiang, T y Cheng, Y (2009).Preserviceteachers' mathematicalknowledge of fractions. Consultado: 29 junio del 2009. Desde: www.aabri.com/manuscripts/09253.pdf

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Simulación en Geogebra y Excel para el cálculo de probabilidades condicionales

Greivin Ramírez Arce,* Kendall Rodríguez Bustos**

Resumen

En este taller los participantes trabajarán con actividades guiadas donde prodrán apreciar la riqueza didáctica de la simulación en Geogebra y Excel para el cálculo de probabilidades totales en problemas contextualizados, y a partir de estas simulaciones, determinar probabilidades condicionales.

Palabras Claves: Simulación, Probabilidad total y condicional, Excel, Geogebra.

Abstract

In this workshop participants will work with guided activities; they will acquire an appreciation of the richness of the simulation of Geogebra and Excel to calculate total probabilities in contextualized problems; and them to determinate conditionals probabilities.

Keywords: Simulation, Total and Conditional Probability, Excel, Geogebra.

1. Introducción

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, con los nuevos programas de Matemática presentados en el 2012, incorpora en cada año de la primaria y la secundaria una importante cantidad de espacio en la resolución de problemas sobre tópicos referentes a Probabilidad y Estadística:

"La adicción de más tópicos de probabilidad ... busca formar en el pensamiento

*Instituto Tecnológico de Costa Rica. gramirez@itcr.ac.cr
**Estudiante de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora. kendall2412@gmail.com

> aleatorio y en el desarrollo de capacidades para abordar el azar, lo impredecible, la incertidumbre, características que participan en el conocimiento y en la vida de múltiples maneras ... El lugar relevante que se da a esta área obedece al papel que juega la información y el manejo del azar en la sociedad moderna. En el siglo XXI se requiere de personas capaces de comprender, interpretar y usar la información para entender la realidad, resolver distintos problemas y tomar decisiones inteligentes. Los temas de la Estadística y la Probabilidad son cada día un requisito para poder comprender lo que pasa en el mundo y poder actuar ... Un egresado de la educación secundaria costarricense debe ser capaz de comparar y juzgar en la vida cotidiana la validez de argumentos basados en datos, identificar los errores y distorsiones comunes en los medios de información, descubrir la racionalidad de afirmaciones sobre la probabilidad de eventos, así como manejar las ideas básicas de muestreo y realizar estadísticas aplicadas simples. Al igual que la lectura y escritura, el manejo de la Aritmética, la Geometría, el Álgebra y otras formas de matemáticas han sido parte de la alfabetización de la ciudadanía durante épocas: la Estadística y la Probabilidad deben concebirse como parte de la alfabetización ciudadana en el actual escenario histórico.” (MEP, 2012:55)

Estos cambios provocan revisión inmediata en las propuestas universitarias de cursos tendientes a las áreas de Probabilidad y Estadística, por lo que se busca incorporar la simulación tanto física como computacional para resolver problemas de probabilidad total y condicional que presentan los primeros cursos universitarios en Costa Rica; manteniendo el hilo conductor matemático, pedagógico y tecnológico propuesta por el MEP.

2. Justificación de pertinencia e interés del taller

Muchos investigadores sugieren la simulación computacional como herramienta para la resolución de problemas que permiten comprender situaciones estocásticas (Shaughnessy, 1992; Burrill, 2002; Sánchez, 2002; Lipson, 2002; Inzunsa, 2006); sin embargo, según Ramírez (2013) manifiesta que previo a la simulación computacional, la simulación física es muy importante para introducir al estudiante a la situación planteada:

> “La simulación, primero física, permite que el estudiante se enfrente a la situación real del problemas, con el fin de que empiece a observar el comportamiento de algunos experimentos, más tarde, la simulación computacional, permitirá inferir patrones, debido a la gran cantidad de

experimentos que se puedan crear, manipulando parámetros y variando las condiciones del problema inicial.”

Además, el MEP(2012) aporta “Usar la computadora para visualizar y experimentar las matemáticas ... Son instrumentos para facilitar cómputos, para apoyar la visualización de entidades y relaciones matemáticas, para favorecer la experimentación matemática, orquestar comunicaciones, formar redes y matematizar lo real externo.”

Se propone en este taller, como estrategia metodológica, incorporar la simulación física y computacional, en la solución de problemas sobre probabilidad total y condicional, que aparecen en los programas de cursos introductorios universitarios de Costa Rica; sin embargo, se pueden abarcar como situaciones problema desde la secundaria.

Se promueven los paquetes de Excel y Geogebra debido a que, el primero es de fácil acceso y es dinámico: la variación de un dato hace que otros que depende de él también varíen en tiempo real, permite el arrastrar, soltar y hacer distintas representaciones de datos. El segundo es un paquete libre y que también es dinámico.

3. Plan y metodología del taller

Primera etapa: el uso de simulación en la inferencia estadística

Etapa introductoria donde se les habla a los participantes de la importancia de incluir en el aula herramientas físicas y tecnológicas, esto con el fin de poder utilizar la simulación para mejorar la toma de decisiones. Duración: 10 minutos.

Segunda etapa: problemas guiados con procesos de simulación

Se resolverá una actividad guiada con distintas estrategias y paquetes (Excel y Geogebra), con el fin de que se familiaricen con el problema y con los paquetes; y puedan construir simulaciones que lo lleven a la solución del problema. A la vez se irá recordando los conceptos teóricos y la interpretación de los resultados obtenidos. Duración: 80 minutos.

Información general y requerimientos
Título del taller: Simulación en Geogebra y Excel para el cálculo de probabilidades condicionales
Número de horas solicitadas: 2 horas
Nivel educativo al que va dirigido: Secundario y Universitario
Número máximo de personas: 20
Equipo audiovisuales o informáticos que se requieren: Laboratorio de 20 computadoras con Geogebra y Excel instalados. Proyector de multimedia. Una pizarra acrílica.

4. Referencias Bibliográficas

- Burrill, G. (2002). Simulation as a tool to develop statistical understanding. En B. Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town South Africa.

- Inzunsa, S. (2006). Significados que estudiantes universitarios atribuyen a las distribuciones muestrales en un ambiente de simulación computacional y estadística dinámica. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV-IPN. México.

- Lipson, K. (2002). The role of computer based techonology in developing understanding of the concept of sampling distribution. En B. Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town South Africa.

- MEP. (2012b). Reforma Curricular en Ética, Estética y Ciudadanía. Programas de Estudio de Matemática. I y II Ciclo de Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Diversificada. *Informe Técnico*. Ministerio de Educación Pública, San José, Costa Rica. http://www.mep.go.cr/downloads/RecursosTecnologicos/Programas_matematica.pdf

- Ramírez, G. (2011). Popurrí de simulaciones: Fathom, Geogebra y Excel para resolver problemas controversiales de probabilidad. En E. Ballestero (Ed.). *Memorias del* II *Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos*. ITCR, Cartago, Costa Rica.

- Ramírez, G. (2013). Simulación física y computacional: estrategia metodológica para resolver problemas estocásticos. Memorias del VII CIBEM. Montevideo, Uruguay.

- Ramírez, G.; Rodríguez, K. (2013). Ejercicios Resueltos de Probabilidades. Publicaciones ITCR, Cartago, Costa Rica.

- Sánchez, E. (2002). Teacher's beliefs about usefulness of simulation with the educational software Fathom for developing probability concepts statistics classroom. En B. Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town South Africa

- Shaughnessy, M. (1992). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. En Grouws, D. A.(Ed.). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York. Macmillan Publishing Company, 465-494.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Reafirmando conceptos de geometría euclidiana mediante comparación con las no euclidianas y uso de TICS

Lorena Salazar Solórzano*

Resumen

Este documento presenta algunas ideas de como usar software dinámico con el fin de reforzar y reafirmar los contenidos del currículo de secundaria en geometría euclidiana, mediante comparación con las no euclidianas, utilizando el software libre NonEuclid y el software Cindirella para hacer conjeturas y construcciones en la geometría hiperbólica y la geometría elíptica.

Palabras clave: Geometría Euclidiana, geometría no euclidiana, TICS, educación matemática.

Abstract

This paper presents some ideas on how to use dynamic software in order to reinforce and reaffirm the contents of the secondary curriculum in euclidean geometry, by comparison with the non-Euclidean, using the Free software NonEuclid and the Cindirella software for conjectures and constructions in hyperbolic geometry and elliptic geometry.

Keywords: Euclidean geometry, non-Euclidean geometry,TICS, mathematics education.

1. Introducción

Una forma de reafirmar conceptos de cualquier tipo, es enseñando la contraparte, lo opuesto y lo contrario. Es la base de la vida, el yin y el yang, lo bueno y lo malo, lo blanco y lo negro. No es extraño notar que los primeros libros ilustrados para niños muy pequeños, muestren este tipo de opuestos:

*Universidad Nacional de Costa Rica. lsalaz@una.ac.cr

arriba-abajo, dentro-fuera, alto-bajo, etc. En matemática hacemos también uso de este principio de contrastes, de hecho esta es la base de los contraejemplos matemáticos. Con ellos se logra llamar la atención del estudiante a los detalles, a las hipótesis de algún resultado, a las premisas, a lo que es válido y no lo es, a aquellas sutilezas que, de otra manera, podrían pasar desapercibidos. Pero esto no se logra de manera instantánea en la mayoría de estudiantes, el docente debe inducirlos a que hagan estas reflexiones y le saquen provecho a los contraejemplos. Bajo esta tesis, este artículo propone reafirmar los conceptos de geometría euclidiana, mediante el uso de comparación con las geometrías no euclidianas y uso de software dinámico, que permita visualizar estos opuestos. En este caso, no es que haya una geometría buena y otra mala, aquí no hay blanco y negro, ambos tipos de geometrías son lógicamente consistentes axiomáticamente, ambas son válidas y aplicables a la vida real, a la vez que describen una dualidad que son opuestas y complementarias a la vez. La geometría euclidiana podría verse como un caso particular de una geometría generalizada, de la geometría espacial, pero en una dimensión más pequeña. Además, cualquier idea puede ser vista como su contraria, si se la mira desde otro punto de vista.

2. Programas de estudio de matemáticas 2012

Si bien es cierto, los programas de estudio de matemáticas 2012, no incluyen explícitamente contenidos de geometría no euclidiana, sí se prestan para hacer incursiones en ellas, siempre y cuando refuercen los conocimientos de la geometría euclidiana en los estudiantes. Estos señalan que para el III ciclo, "se profundizará en la abstracción, y aunque no se pretende un estudio axiomático de la geometría, si se dará énfasis en la argumentación deductiva". (p.301) Incluir algunas elementos de las geometrías no euclidianas, pretende desarrollar la abstracción y deducción matemática, de una manera amena y al alcance de los estudiantes de nivel medio. Estas ideas no son nuevas, de hecho la National Council of Teachers of Mathematics, (NCTM), incluyen geometrías no euclidianas con el objetivo de "desarrollar la comprensión de un sistema axiomático mediante la investigación y la comparación de geometrías no euclidianas con la euclidiana.[NCTM-89]". El carácter extraño, diferente y no intuitivo de las geometrías no euclidianos pueden ayudar a los estudiantes a percibir la diferencia entre definiciones y teoremas usados en geometría, y a poner mucha atención a las sutilezas de las demostraciones.

3. Uso de la Historia como herramienta pedagógica

La incursión histórica sobre la aparición de las geometrías no euclidianas, es una fuente muy rica de reflexiones que pueden hacerse entorno a la matemática y la infabilidad de sus bases. La aparición de geometrías no euclidianas, el cuestionamiento de 2000 años de una geometría que se pensaba única, y que representaba perfectamente el mundo que nos rodea, da un rico ejemplo de que la matemática no es algo acabado e irrefutable. Una geometría que tenía más de 2000 años, es falseada y cuestionada en sus fundamentos, ¡eso da para mucho! y debe aprovecharse para hacer discusiones con los estudiantes. En este punto, es imposible, no hablar del protagonista de la historia, Euclides.

Euclides vivió alrededor del siglo III AC, escribió Los Elementos, el libro de matemáticas más publicado en toda la historia. Su gran éxito, se debe no solo a que es una recopilación de la mayor parte del conocimiento matemático de la época, sino que su presentación, por primera vez, muestra la deducción axiomática, elegante y rigurosa que caracteriza a las matemáticas de hoy en día. Inicia con un conjunto de definiciones, unas nociones comunes o evidencias sin cuestionamientos, y cinco postulados, a partir de los cuales se monta el edificio axiomático de la geometría euclidiana. Ya solo estos primeros elementos básicos, dan un rico material para trabajar con los estudiantes. Por ejemplo, la definición de punto y recta, llaman la atención:

- Un punto es lo que no tiene partes
- Una recta es una longitud sin anchura

Podría iniciarse una discusión con los estudiantes, sobre lo que entienden por estas deficiones, ubicando la época y contextos en que se dieron, e incluso podría ponerlos a definir estos conceptos. En este mismo sentido, las llamadas, "nociones primitivas", resultan un material de discusión.

NOCIONES PRIMITIVAS
A1. Dos cosas iguales a una tercera son iguales entre si.
A2. Si se suman cosas iguales a cosas iguales el todo sigue siendo igual.
A3. Si se resta de cosas iguales, cosas iguales, lo que queda sigue siendo igual.
A4. Cosas que coinciden en cada una de sus partes, son iguales entre si.
A5. El todo es mayor que cada una de sus partes.

Se puede aprovechar en este punto, para hacer ver a los estudiantes, como el uso del lenguaje algebraico no nació por arte de magia, como puede verse, este aún no estaba definido, por lo que se habla de "cosas", para referirse a un objeto matemático. Fueron muchos los matemáticos que hicieron propuestas para lograr un lenguaje universal en la matemática, muchos los que fueron mejorando las notaciones, hasta obtener el lenguaje algebraico como la conocemos hoy día. Esto puede ser un tema para asignar a los estudiantes para que investiguen al respecto. Ahora veamos los famosos postulados de Euclides, que por 2000 años, fueron asumidos como verdades incuestionables.

POSTULADOS

P1. Es posible trazar un segmento entre dos puntos dados.

P2. Es posible prolongar un segmento, tanto como se quiera.

P3. Es posible construir una circunferencia si se dan, el centro y el radio de la misma.

P4. Todos los ángulos rectos son iguales entre si.

P5. Si una recta intercepta a dos rectas de modo que los ángulos interiores a un lado de ella suman menos que dos ángulos rectos, estas dos rectas se interceptarán, si se prolongan lo suficiente, hacia el lado en que la suma de sus ángulos interiores es menor que dos rectos.

El segundo postulado, trae implícito el concepto de infinitud, el hecho de que una recta se puede extender indefinidamente, no es autoevidente. Sin embargo, el V postulado es el más controversial, dado que no solo involucra esta infinitud, sino que señala que al extenderse indefinidamente, las rectas se van a intersecar. Parece que el mismo Euclides notó esto, dado que evita, cuando es posible, el usar este V postulado en sus demostraciones. Los diferentes intentos fallidos de probar el V postulado a partir del resto de ellos, muestra el "rostro humano" de los matemáticos, quienes como seres humanos, también cometen errores en sus argumentos. Ruiz (1999), señala que "la construcción científica es un hecho histórico, social y colectivo" (p.104). Pero además, las sutilezas de sus errores, puede ser muy interesante e instructivo a los estudiantes, pues conlleva a entender muy bien los conceptos y bases de la geometría axiomática de Euclides. Un intento de una de estas pruebas, que por su fácil comprensión podría presentarseles a los estudiantes de secundaria, es la siguiente:

Uno de los intentos de demostración del V postulado (Proclus)
Dadas dos rectas paralelas m y l. Suponer que n es distinta de m y que corta a m en P. Sea Q el pie de la perpendicular desde P a l. Veamos que n corta a l. Si n coincide con la recta PQ, n corta a l. Si n no coincide con la recta PQ una de las semirectas de n la PY está entre la semirecta PQ y una semirecta de m. Sea X el pie de la perpendicular de Y hasta m. Ahora si Y se desliza hasta el final de n, el segmento XY crece indefinidamente y como la distancia entre m y l es constante, en algún momento deberá cruzar l.

Puede aprovecharse este ejemplo, para reflexionar sobre los errores de esta prueba. En primer lugar, no se puede suponer que la distancia entre las recta m y l es constante. La definición de rectas paralelas simplemente dice que

Rectas [líneas] paralelas son las que, estando en el mismo plano y prolongadas al infinito, no se encuentran. (Euclides)

Debe señarsele al estudiante, que en matemáticas la definición de un objeto matemático debe leerse e interpretarse al pie de la letra y no agregar ideas preconcebidas. No debe estar ligado a una figura, o a una imagen que se tenga de dicho objeto. Esto, en general, cuesta entenderlo y este es un ejemplo en el que se facilita dicha comprensión. Otro error que está inmerso en la prueba anterior es el hecho de que un objeto matemático puede avanzar indefinidamente sin llegar a un límite. Por otro lado, el hecho que dos rectas se acerquen cada vez más conforme se prolonguen, no significa que se llegan a intersecar. El caso de las asíntotas de una función, muestra un contraejemplo. Existen muchas otras pruebas, que en muchas ocasiones, llegan a mostrar una proposición equivalente al V postulado de Euclides. Dos de los más conocidos son los siguientes:

• Por un punto fuera de una recta, existe una única paralela.

• Los ángulos internos de un triángulo, suman 180 grados.

4. Modelos de geometrías no euclidianas

La negación del V postulado da cabida a dos interpretaciones o geometrías no euclidianas, negando la existencia por un lado, y la unicidad, por otro.

• Geometría hiperbólica: Por un punto exterior a una recta pasa más de una paralela a la recta. Esta se debe a Gauss, Lobachevsky y Bolyai.

• Geometría Esférica: Por un punto exterior a una recta no pasa ninguna paralela a dicha recta. Se le atribuye a Riemann.

Es claro que cualquier resultado que use el V postulado en su demostración, varía en este tipo de geometrías. Para la geometría hiperbólica, existen varios modelos que visualizan que por un punto fuera de una recta pasan más de una recta paralela a una dada. En cada uno de ellos se define el espacio, los puntos y como son las rectas. Entre ellos se encuentra el modelo de la silla de montar, el modelo de Beltrami, modelo del semiplano superior y el modelo de Poincaré. Para la geometría esférica, se ha probado que solo existe el modelo donde el espacio es una esfera, y las rectas son círculos grandes o geodésicas.

5. Aplicaciones de las geometrías no euclídeas

Este tema da para mucho más, como por ejemplo el de aplicaciones. Pueden asignarse pequeños proyectos a los estudiantes, de búsqueda de información en aplicaciones de la geometría hiperbólica a la teoría de la relatividad de Einstein, a la física. La geometría esférica tiene también múltiples aplicaciones como en cartografía, ubicación espacial, creación y estudio de los mapas de superficie de otros planetas y los servicios de posicionamiento global (GPS). Sin embargo, nos centraremos en las tecnologías digitales, por ser el objetivo de este documento.

6. Uso de las tecnologías digitales como herramienta pedagógica

Los programa de matemática MEP 2012, proponen como una habilidad específica a desarrollar, "Utilizar software de geometría dinámica para la visualización y la verificación de propiedades geométricas."(p. 306)

Es difícil la visualización intuitiva de las geometrías no euclidianas, por lo que se han desarrollado varios tipos de software interactivos para explorar las propiedades geométricas que se dan en estas geometrías. Entre ellos, se hayan el NonEuclid y Cindirella, los cuales han sido preferido ante otros, primero por ser software libre, muy fácil de usar, agradable, amigable y sobre todo, accesible a cualquier persona con la geometría de nivel secundaria. El programa NonEuclid utiliza el modelo bidimensional de Poincaré de la geometría hiperbólica. El software Cindirella, aunque no es libre del todo, se puede conseguir una versión gratuita, que es suficiente para lo que se puede hacer en secundaria. Este último tiene una gran similitud con geogebra, y su gran interés radica en que trae diferentes ventanas o interfases de trabajo para visualizar tanto en la geometría euclidiana, como la hiperbólica y la esférica, de modo que una misma construcción puede visualizarse en los tres diferentes tipos de geometrías.

Actividad 1: Construcción de rectas paralelas

El problema del paralelismo ha sido el centro de las controversias, por lo que es un buen punto para iniciar. Se puede aprovechar para hacer hincapié a como la definición de rectas paralelas de Euclides, dada anteriormente, da origen a otras interpretaciones de rectas paralelas, que no coinciden con la intuición euclidiana, dependiendo del plano que se tome. Así que si estamos en el modelo de Poincaré, el plano es un círculo fijo sin la frontera, en donde las rectas son diámetros o un segmento de circunferencia ortogonales al disco. ¿Cómo se visualizan rectas paralelas en esta geometría?. A continuación se presentan algunas actividades

Dibuje 4 rectas paralelas entre sí en la geometría hiperbólica, usando el software NonEuclid. Comente las diferencias que observa con la geometría euclideana. ¿Se mantiene el resultado de equidistancia entre rectas paralelas?. Dibuje varias rectas paralelas a la vez a una tercera recta y detemine si ellas son paralelas entre sí.

Actividad 2: Ángulos internos de un triángulo

Una de las diferencias más importantes de la geometría hiperbólica con la euclidiana, es que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo suman menos de 180 grados, mientras que en la geometría esférica, la suma de los ángulos internos suman más de 180 grados. En ambos casos, a medida que los triángulos se hacen más pequeños, la suma de sus ángulos se aproximan a 180 grados. ¿Es entonces la geometría euclidiana, un caso particular de estas geometrías, pero a un nivel más pequeño? Se recomienda que guíe a los estudiantes a que haga estos descubrimientos con el uso del software dinámico recomendado en este documento.

Usando NonEuclid, dibuje varios triángulos y mida sus ángulos. ¿Suman 180 grados? ¿Qué sucede a medida que los triángulos son más pequeños? ¿y si son más grandes? Repita el ejercicio anterior, usando el software Cindirella, cambiando a la interfaz de geometría esférica.

Actividad 3: Ángulos opuestos por el vértice

Otro importante resultado de la geometría no euclideana, es que los ángulos opuestos por el vértice, son congruentes. Con el uso de NonEuclid, se recomienda a poner a los estudiantes a medir varios ángulos, moviendo los lados de los ángulos. Podrá observarse que la mayoría de los ángulos opuestos por el vértice, son iguales. Pero la búsqueda de un contraejemplo, puede enseñar al estudiante, que aunque en miles de casos ocurra, uno solo que no lo cumpla, hace que el resultado no sea cierto en la geometría hiperbólica. Esto es algo que en general, tiene dificultad de comprensión. Motive al estudiante a buscar un contraejemplo. Puede hacerse una discusión grupal, al respecto de lo que significan los contraejemplos en matemática.

Dibuje dos segmentos de rectas no paralelas en la geometría hiperbólica. Maque el punto de intersección entre ellas. Mueva uno de los extremos de una de las rectas hasta hallar dos angulos opuestos por el vértice con medidas diferentes. ¿Qué concluye?

Actividad 4: Área de un triángulo

Otro resultado sorprendente, y que ayuda a reafirmar la fórmula del área de un triángulo como $A = bh/2$, donde b es cualquiera de los lados del triángulo, y h es la altura sobre ese lado. Este resultado no es válido en las geometrías no euclidianas. Es importante, dejar que el estudiante haga este descubrimiento por si mismo.

Dibuje un triángulo y halle su área usando cada uno de los lados como su base. ¿Qué concluye? ¿Qué pasa si el triángulo es equilátero? Haga conjeturas de acuerdo al tamaño del triángulo, y a si este se haya más al centro que a los bordes del círculo, en el modelos de Poincaré.

Actividad 5: Ángulos de un cuadrilátero

Los ángulos internos de un cuadrilátero en la geometría euclideana suman 360 grados. Ponga a sus estudiantes a conjeturar sobre si esto sucede en la geometría hiperbólica y la esférica. Se recomienda hacerlo en el software cindirella, con el cual se puede pasar de visualizar entre las diferentes geometrías.

Actividad 7: Dibuje un cuadrilátero en la geometría euclidiana y mida sus ángulos, usando Cindirella. Cambie al interfaz de geometría hiperbólica para visualizar el mismo cuadrilátero. ¿Qué diferencias nota? Vuelva a medir los ángulos, pero ahora en esta geometría. Repita el ejercicio con la geometría esférica. ¿Qué concluye?

Actividad 6: Teorema de Pitágoras

Es interesante poner a sus estudiantes a conjeturar sobre la validez o no del teorema de pitágoras en estas otras geometrías. Que haga varios triángulos y deduzca algo. Por supuesto que a nivel de secundaria, no puede argumentar con una demostración, pero en niveles más altos, podría solicitarse una reflexión, si este teorema tiene relación con el V postulado de Euclides.

Actividad 7: Semejanza y congruencia de triángulos

Ponga a sus estudiantes a construir triángulos semejantes y luego dos que sean congruentes. Observará que los semejantes son congruentes y viseversa.

Actividad 8: Construcciones con regla y compás

Finalmente, se propone usar estos software para seguir los pasos típicos para algunas construcciones con regla y compás, para así conjeturar sobre varias propiedades, como la bisección de un segmento, la bisección de un ángulo, para construir la altura, mediana o mediatriz de un segmento.

7. Conclusiones y recomendaciones

Aquí se han presentado algunas ideas para desarrollar los ejes de historia y uso de tecnologías digitales, con el fin de reforzar conceptos de geometría euclidiana. Es claro que cualquiera otras de las propiedades geométricas euclidianas, pueden dualizarse en estas otras geometrías. Se deja abierta al docente, la posibilidad de usar estas herramientas. El eje de aplicaciones, que también estan planteados en los programas de estudio del MEP 2012, no se contemplaron aqui, pero se recomienda al docente, leer la respecto, y motivar a sus estudiante a incursionar en ellas.

8. Referencias bibliográficas

[1] Casaravilla, A. y Gilsanz, M. (s.f.). Geometría esférica. Recuperado de: http://ocw.upm.es/geometria-y-topologia/ geometria-de-ayer-y-hoy/contenidos/ unidad4/unidad42.htmVF

[2] Castellanos, J. Universidad de Rice *Software NonEuclid* Recuperado de: http://www.cs.unm.edu/ joel/ NonEuclid/NonEuclid.html. 2009

[3] De Faria, E. *Geometrías no euclidianas con tecnología digital.* XVIII Simposio Costarricesnce sobre Matematicas, Ciencias y Sociedad. Octubre, 2004.

[4] INTERGEO, P. *The Interactive Geometry Software Cinderella.* Recuperado de http://www.cinderella.de/tiki-index.php. 2011.

[5] Ministerio de Educación Pública. *Programa de estudio matemática.* San José, Costa Rica. 2012.

[6] Ruiz, A. *Geometrías no euclidianas. Breve historia de una gran revolución intelectual.* Editorial de la Universidad de Costa Rica. (1999)

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Ecuaciones diofánticas en secundaria

Jorge Luis Chinchilla Valverde*

Resumen

El presente taller tiene como objetivo exponer algunos algorítmos básicos para la resolución de ecuaciones diofánticas dentro de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas a nivel de secundaria. Particularmente, se trabajará con ecuaciones diofánticas lineales con dos y tres incógnitas. Se pretende motivar a los participantes del taller mostrando algunas aplicaciones de las ecuaciones diofánticas en la resolución de problemas algebraicos y aritméticos. Para ello se dará un breve repaso de conceptos como divisibilidad, sus propiedades, así como ciertos teoremas y algorítmos para la resolución de este tipo de ecuaciones. Se espera abordar procesos de resolución que rescatan valiosos recursos tanto pedagógicos como conceptuales para estudiantes y docentes de secundaria.

Palabras claves: Ecuaciones Diofánticas, Resolución de Problemas, Pensamiento Algebraico, Pensamiento Aritmético.

1. Introducción

La resolución de ecuaciones es un tema que se desarrolla en secundaria desde los primeros niveles y, que a su vez, permite el estudio de los diversos conjuntos numéricos (naturales, enteros, racionales, irracionales y reales). Empero, una clase especial de ecuaciones, por lo general relegada de los programas de estudio de matemáticas a nivel de secundaria (en Costa Rica) son las llamadas ecuaciones diofánticas, que por su naturaleza, son catalogadas como difíciles y laboriosas.

Gracián (2013) señala que el interés que encierra la resolución de una ecuación diofántica está en relación directa con la naturaleza de las incógnitas. Por ejemplo, si lo que se plantea en una ecuación hace referencia al volumen de un líquido no importará, en principio, que la solución incluya cantidades fraccionarias; pero si se

*Instituto Tecnológico de Costa Rica. jochinchilla@itcr.ac.cr

trata, por ejemplo, del número de personas que pueden asistir a una reunión, está claro que únicamente tendrán sentido las soluciones enteras, ya que carecería de sentido dividir a una persona en trozos.

Al respecto, Pérez (2011) expone la siguiente situación: Supongamos que se te pide que des las soluciones de la ecuación $3x + 14y = 20$; seguramente dirás que es un problema muy sencillo, que la solución es $y = (20 - 3x)/14$, donde x puede tomar cualquier valor. Otra cuestión mucho menos obvia es que halles las soluciones con x e y enteros.

Este tipo de ecuaciones, cuyas soluciones se exigen que tomen valores enteros, o más en general valores racionales, es lo que se conocen como ecuaciones diofánticas, en honor a Diofanto, matemático griego del año 275 a.C. que las estudió extensivamente y dio soluciones a algunas de ellas.

2. Previos

2.1. Conceptos básicos de Divisibilidad

Definición 1.

(Divisibilidad) Sean a, $d \in \mathbb{Z}$ con $d \neq 0$. Se dice que d divide a a (o que a es divisible por d , o que a es múltiplo de d) si existe un elemento $k \in \mathbb{Z}$ tal que $a = k \cdot d$ (o sea si el cociente $\frac{a}{d}$ es un número entero).

Se denota $d \mid a$ (con una barrra vertical, no confundir con la barra del cociente $/$).

Ejemplos:

• $7 \mid 56$ pues $56 = 8 \cdot 7$

• $7 \nmid 54$

Propiedades

Sean a, b, $d \in \mathbb{Z}$, $d \neq 0$.

• $d \mid a$ y $d \mid b \Rightarrow d \mid a + b$

• $d \mid a$ y $d \mid b \Rightarrow d \mid a - b$

- $d \mid a+b$ no implica que $d \mid a$ y $d \mid b$
  Ejemplo: $6 \mid 4+8$ pero $6 \nmid 4$ y $6 \nmid 8$.

- Sin embargo si $d \mid a+b$ y se sabe que $d \mid a$, entonces $d \mid b$.
  (Pues $d \mid (a+b)-a$)

- $d \mid a \Rightarrow d \mid a \cdot b,\ \forall b \in \mathbb{Z}$.

- $d \mid a \Rightarrow d^2 \mid a^2$ y $d^n \mid a^n; \forall n \in \mathbb{N}$.

- $d \mid a \cdot b$ no implica $d \mid a$ o $d \mid b$: Por ejemplo, $6 \mid 3 \cdot 4$ pero $6 \nmid 3$ y $6 \nmid 4$

3. Ecuaciones Diofánticas

Se llama ecuación diofántica o ecuación diofantina a cualquier ecuación polinomial con coeficientes enteros cuya solución se restringe únicamente a aquellos valores enteros que satisfacen la ecuación. Por ejemplo:

$$2x + 3y = 7$$

Para efectos del taller se tratará las ecuaciones diofánticas lineales o de primer orden (en dos y tres variables)

3.1. Técnicas para resolver ecuaciones diofánticas

Las técnicas para resolver cada una de las ecuaciones diofánticas anteriores involucran una serie de teoremas de suma importancia. Es por ello que se formularan los teoremas respectivos y un ejemplo particular.

3.1.1. La ecuación $ax + by = c$

Teorema 1.

Sean a, b y n $\in \mathbb{N}$. La ecuación lineal $ax + by = c$ tiene solución entera $x_0; y_0$ sí y sólo sí $d = mcd(a;b)$ divide a c

3.1.2. Algoritmos para encontrar una solución

Algorítmo de Euclides

Nos permite encontrar el máximo común divisor de dos números enteros cualesquiera a y b, mediante la sucesión de divisiones hasta obtener un resto nulo:

Se expondrá el algorítmo en todo su detalle

Si dividimos a entre b, obtenemos un cociente q_1 y un resto r_2. Si $r_2 \neq 0$, dividimos b entre r_2, obteniendo un cociente q_2 y un resto r_3.

Si $r_3 \neq 0$, dividimos r_2 entre r_3, obteniendo un cociente q_3 y un resto r_4, y así sucesivamente.

Este proceso tendrá fin y llegaremos a una división de resto $r_{n+1} = 0$.

Solución General:

Sean a, b y c tres números enteros no nulos tales que el máximo común divisor de a y b divide a c. Entonces la solución general de la ecuación $ax + by = c$ es:

$$x = x_0 + k \cdot \frac{b}{d}$$
$$y = y_0 - k \cdot \frac{a}{d}$$

donde x_0 y y_0 es la única solución particular de la misma y *k* es cualquier número entero.

Supongamos que nos encontramos el siguiente problema:

Ejemplo 1.

Un hombre va a una tienda de ropa y compra 12 trajes, unos negros y otros grises, por 1200 €. Si los trajes negros valen 30 € más que los grises y ha comprado el mínimo posible de estos últimos, ¿cuántos trajes ha comprado de cada color?

3.1.3. Método de Euler

Este método involucra un método simple que se repite varias veces. El proceso es fácil de aplicar, requiere un poco de división y las propiedades de los enteros bajo la suma y la resta. Este proceso es más corto que el algoritmo de Euclides, en particular con ecuaciones de más de dos variables.

Ejemplo

Resolver la siguiente ecuación diofántica

$$738x + 621y = 45$$

3.1.4. Ecuaciones Diofánticas lineales con n incógnitas

El método básico para tratar ecuaciones con n incógnitas es bastante parecido al método utilizado cuando es una ecuación de dos incógnitas. Para varias incógnitas se formula el siguiente teorema.

Teorema 2.

La ecuación $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = c$ tiene solución si y solo si $m.c.d.(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ divide a c.

Ejemplo 2.

Resolver la siguiente ecuación diofántica

$$100x + 72y + 90z = 6$$

Referencias

[1] Albendea, P. (2011). La historia del álgebra en las aulas de secundaria. http://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1883/Albendea

[2] Baldor, A. (2011). Aritmética. México D.F.: Compañía Editorial Ultra S.A. de C.V. Barrantes, H.; Díaz P.; Murillo, M.; y Soto, A. (2007). Introducción a la Teoría de Números. San José: Editorial de la Universidad Estatal a Distancia.

[3] Burton, W. (1969) Teoría de los números. México D.F.: Editorial Trillas González, F. (2004). Ecuaciones Diofánticas.http://www2.uca.es/matematicas/Docencia/ESI/1710003/Apuntes/Leccion12.pdf Consultado 28/07/2013

[4] Gracián, E. (2013). Ecuaciones diofánticas y el teorema de Fermat. http://www.enriquegracian.com/articulos/ecuaciones-diofanticas-y-el-teorema-de-fermat Consultado 28/07/2013

[5] Guelfond, A. (1984) Resolución de Ecuaciones en Números Enteros. Moscú: Editorial MIR.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC Tecnológico de Costa Rica

Uso de la Geometría y la Trigonometría en la solución de problemas físicos

Dr. Ernesto Montero Zeledón[1]

Resumen

El desarrollo histórico de la geometría y la trigonometría está íntimamente relacionado con sus aplicaciones a problemas de Física e Ingeniería. Antiguamente, la necesidad de resolver problemas prácticos fue el motor que llevó a desarrollar y sofisticar estas áreas de la matemática, es por ello que estudiar su uso en la resolución de diversos problemas aplicados puede ayudar a estimular su aprendizaje y a comprender su importancia. En este taller se estudiarán varias aplicaciones de la Geometría y la Trigonometría en algunos campos de la física que pueden fomentar el interés de los estudiantes de colegio por la matemática. Además, como parte de la cultura que debe tener el estudiante, también se comentará brevemente el desarrollo histórico de estas áreas en su relación con las aplicaciones en física.

Introducción

La curiosidad humana ha sido, desde siempre, un estímulo fundamental para avanzar en el desarrollo del conocimiento. Pero esta curiosidad, que aparentemente es innata, tiene ciertas características que nos resultan difíciles de identificar para luego utilizarlas a nuestro provecho, captando la atención de los estudiantes con mayor facilidad en nuestros cursos. Sin embargo, aunque domináramos las claves de la curiosidad de los estudiantes, éstas no serían suficientes para mantener la atención por un período prolongado (en el caso de los adolescentes, el término prolongado puede representar un lapso de uno o dos minutos). Es por ello que se vuelve necesario despertar el interés, haciendo a los estudiantes partícipes y protagonistas, relacionando los temas, en la medida de lo posible y de lo conveniente, con sus propias vidas, con sus experiencias y con sus intereses, sean estos en la música, el baile,

[1] Escuela de Física, Instituto Tecnológico de Costa Rica, emontero@itcr.ac.cr

la moda, los viajes, su uso del lenguaje, sus dilemas y sus conflictos. Dicha tarea no es sencilla, se requieren muchas ganas, esfuerzo y creatividad por parte del docente, pero también es necesario gran dominio de la materia, así como conocimiento de su historia y de algunas aplicaciones. En este taller se intentan aportar ideas para despertar en los estudiantes, la curiosidad y el interés por el estudio de la Geometría y la Trigonometría.

Comienzos de la Geometría y la Trigonometría

La historia señala que la agrimensura que desarrollaron los egipcios desde el Tercer milenio A.C., debido a la crecida anual del río Nilo, fue una de las primeras aplicaciones de la geometría a la solución de los problemas cotidianos. La determinación de las áreas y de los linderos de los terrenos, el comercio, la cartografía, la posición de los astros en el firmamento y la duración del año (que ayudaban a establecer la posición en viajes largos, a predecir los cambios en el clima y la recogida de las cosechas), fueron otros elementos que estimularon el desarrollo de la Geometría y la Trigonometría (Ruiz, 2003).

En el comienzo de estas disciplinas, la resolución de problemas cotidianos era el mayor interés. No interesaba su estudio en abstracto, ni eran parte de un plan de estudios obligatorio, era necesario conocerlas porque su incomprensión tenía serias repercusiones en la vida de muchas personas. Transmitir la importancia histórica de estas disciplinas es relevante, pero es aún más importante hallar y enfatizar la importancia actual del estudio y la comprensión de la Geometría y la Trigonometría. Identificar algunas de las razones que justifican su enseñanza y adicionalmente relacionarlas con las necesidades, gustos y expectativas de los estudiantes, puede ser un elemento emotivo que dé relevancia el tema. Razones para estudiar matemáticas hay muchas: desarrollo cognitivo, capacidad de abstracción, desarrollo de pensamiento complejo, capacidad para razonar y argumentar, fomento de una actitud crítica y parte primordial en el estudio de cualquier ciencia o ingeniería. Queda en el profesor establecer la relación entre estas y otras razones, con los gustos e intereses de sus estudiantes.

Importancia actual de la Geometría y la Trigonometría en Ciencias e Ingeniería

El nivel matemático que haya alcanzado una disciplina cualquiera es una medida de su estado de desarrollo y de su confiabilidad. La física es probablemente la disciplina científica con mayor necesidad de conocimientos matemáticos. No es casualidad que a lo largo de la historia, algunos de los más grandes físicos también hayan sido grandes matemáticos: Arquímedes, Galileo, Kepler, Newton, Leibniz, Gauss, Bernoulli, entre muchos otros (Ruiz, 2003). Y es que la separación clara de la física y la matemática en dos profesiones diferentes, tiene a lo sumo doscientos años.

A pesar de esta separación, la necesidad de los físicos por conocer y dominar la matemática sigue siendo grande. Esta necesidad se refleja en todos los planes de estudio de los físicos, quienes habitualmente tienen que cursar dos o tres cursos propios de métodos matemáticos. No obstante, en los planes de estudio de los matemáticos no ocurre lo mismo con la física. Es probable que al ser la matemática la disciplina con mayor variedad de aplicaciones, no se pretenda abarcar más que una pequeña cantidad de éstas en sus programas de estudio.

En cuanto a la solución de problemas y la asimilación de conocimientos propios en física e ingeniería, la geometría y la trigonometría son dos piedras angulares del edificio de nociones matemáticas básicas de cada formación. En la física, resulta indispensable su dominio en casi todas las áreas, pero en este taller, solo se verán algunas de las aplicaciones que pueden resultar de interés para los estudiantes de colegio.

Metodología del taller

El taller se divide en dos grupos de aplicaciones, para un total de cinco aplicaciones. El desarrollo de los temas se hará de forma práctica. Además, se facilitará un documento adicional a cada participante en donde se muestran los materiales que se requieren y los procedimientos que se deben seguir.

- Mecánica y materia:

(20 min) Densidad macroscópica y densidad microscópica: Forma macroscópica, forma microscópica (cristales), volumen y masa (Askeland & Phulé, 2004).

(20 min) Centro de masa: Relación entre la simetría, la forma, la densidad, la masa y la fuerza (Young & Freedmn, 2013).

(20 min) Estática: Suma de fuerzas sobre un cuerpo (Edge, 2002).

- Luz y Óptica:

(20 min) Triangulación: Determinación de la posición de un objeto distante.

(20 min) Óptica: Ley de refracción de la luz (De Campos, 2002).

Referencias

Askeland, D., & Phulé, P. (2004). *Ciencia e ingeniería de los materiales* (Cuarta ed.). México: THOMSON.

De Campos, E. (2002). *Física mais que divertida.* Belo Horizonte: UFMG.

Edge, R. (2002). *Experimentos con hilos y cinta adhesiva.* Maryland: APS.

Ruiz, Á. (2003). *Historia y filosofía de las matemáticas.* San José: UNED.

Young, H., & Freedmn, R. (2013). *Física universitaria* (Dédima tercera ed.). México: PEARSON.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC Tecnológico de Costa Rica

Uso de Jclic en la enseñanza de fracciones a nivel de primaria

Angie Cristina Solís Palma[1]

Resumen

Mediante este taller se busca capacitar al docente de primaria en la elaboración de aplicaciones computacionales mediante el uso del programa gratuito Jclic.

1. El uso de la computadora como recurso didáctico

Durante los últimos años dentro del ambiente educativo se insiste mucho sobre el uso de la computadora como un medio para mejorar los diferentes procesos de enseñanza - aprendizaje y en particular, el de Matemática.

Sin embargo, a pesar de las buenas intenciones de los diferentes educadores y autoridades la incorporación de la computadora como una herramienta pedagógica no es una realidad en nuestro sistema educativo.

Muchos son los factores que se pueden mencionar, para que se dé la situación actual, dentro de los cuales podemos citar: escaso equipo computacional en los centros educativos, altos precios de los programas educativos, falta de capacitación de los docentes en el uso de la computadora. Pero, sin embargo, uno de los elementos que más influye en esta problemática lo constituye, la poca capacitación que tiene el docente en el desarrollo de procesos didácticos asistidos por computadora.

[1] Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, ansolis@itcr.ac.cr; m.c.angies.08@gmail.com

Se debe tener conciencia, que aunque un educador cuente con una potente máquina, variado software educativo y una excepcional motivación para trabajar lecciones asistidas por computadora, la verdad es que esto no es suficiente.

Al igual que, cuando se desea desarrollar una lección expositiva o cualquier otro tipo de lección, es necesario un planeamiento, una lección asistida por computadora requiere por parte del educador un planteamiento exhaustivo y tener claro cómo se va a utilizar el recurso computacional.

Aparte de los elementos tradicionales que involucra el planeamiento de una lección, adicionalmente es recomendable la elaboración de un material escrito (guía) en el cual se indican los principales pasos que debe seguir un docente o estudiante para obtener el mejor provecho del recurso computacional. Este tipo de material es a veces obviado, por cuanto la mayoría de usuarios cree, que con sólo sentarse frente a una computadora y comenzar a usar un programa (muchas veces por ensayo y error) ya el proceso didáctico viene automáticamente, gran error el cual a la postre produce frustración y el consabido estribillo "la computadora y yo no nos entendemos" y por tanto vuelvo a lo tradicional.

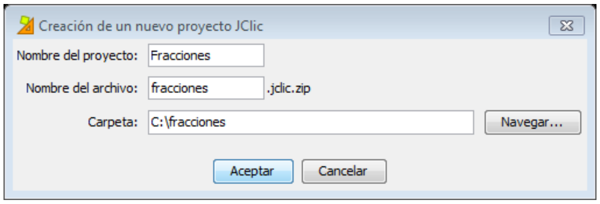
2. Sobre este taller

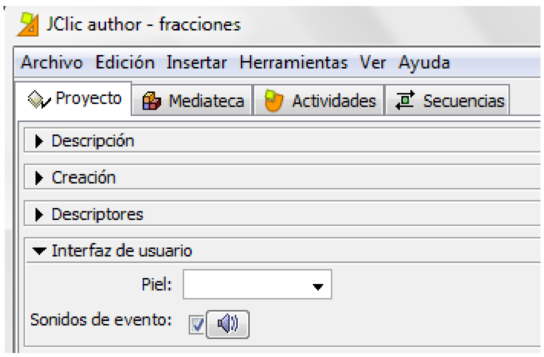
Este taller tiene como objetivo capacitar al docente de primaria en el uso del programa gratuito Jclic, de forma tal que pueda elaborar sus propias aplicaciones didácticas para el tema de fracciones según los lineamientos establecidos por el MEP.

Para el logro del objetivo propuesto, el taller está organizado en dos sesiones distribuidas de la siguiente forma:

Primera sesión:

Aspectos generales del programa

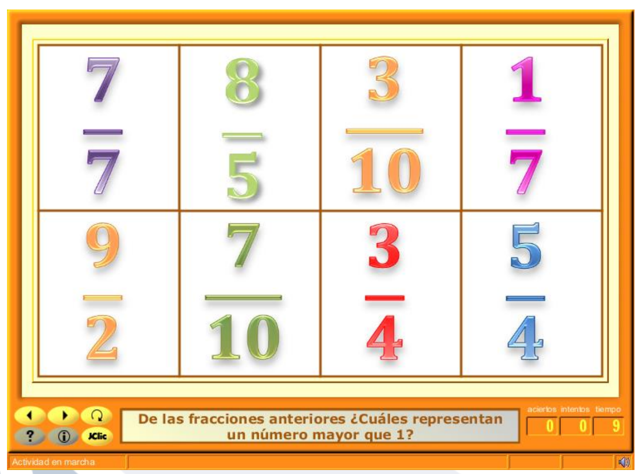




Construcción de una pantalla de información

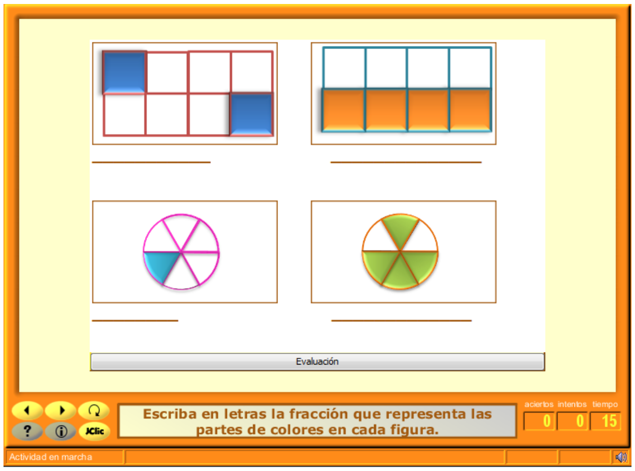
Construcción de una asociación simple

Construcción de una actividad de identificación



Segunda sesión:

Construcción de una actividad de "completar"   Construcción de una sopa de letras



Construcción de un crucigrama

3. Bibliografía

Atencia Barrero , P. (2009). *Software libre para su aplicación a la educación.* Recuperado el 10 de octubre de 2013, de Revista Digital innovación y experiencias educativas. No 20. Andalucía España.: http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_20/PEDRO_ATENCIA_1.pdf

Barboza Norbis, L. (s.f.). *Software Educativo: su potencialidad e impacto en los procesos de enseñanza y aprendizaje, ¿aliado o adversario del profesor?* Recuperado el 10 de octubre de 2013, de http://www.lidia.fhuce.edu.uy/Publicaciones/Software%20Educativo.pdf

Bartrolí , J. (2004). *Cursos y tutoriales sobre JClic.* Recuperado el 20 de agosto de 2013, de Zona Clic: http://clic.xtec.cat/es/jclic/curs.htm

Gros, B. (s.f.). *Del software educativo a educar con software*. Recuperado el 10 de octubre de 2013, de Univesidad de Barcelona: http://upvv.clavijero.edu.mx/cursos/EstrategiasAprendizajeCienciasSociales/programa/documentos/Delsoftwareeducativoaeducarconsoftware.pdf

Vaquero, A. (Enero-Junio de 2010). *Los comienzos de la Enseñanza Asistida por Computadora. Papel de España.* Recuperado el 1 de noviembre de 2013, de Revista Iberoamericana de Informática Educativa, Número 11, pp 3-10: http://161.67.140.29/iecom/index.php/IECom/article/view/186/176

Yaber-Oltra, G. (2000). *Instrucción Asistida por Computadora: el rol del análisis conductual.* Recuperado el 01 de noviembre de 2013, de Revista Informática Educativa, UNIANDES - LIDIE, Volumen 13, número 1: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-105610_archivo.pdf

VIII CIEMAC
Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Simulaciones para probabilidad utilizando GeoGebra

Alexander Borbón Alpízar[1]

Resumen

En este taller se utilizará el software gratuito GeoGebra para modelar algunas situaciones clásicas que aparecen en los problemas de probabilidad, entre ellas, el lanzamiento de dos dados (usualmente sumando los resultados), el lanzamiento de una o dos monedas, tomar bolas de urnas, dejar caer una bola por un laberinto.

Como una segunda etapa se utilizarán estos modelos para resolver algunos problemas, por ejemplo: la probabilidad que la suma de los dados sea 7, obtener un número par o un múltiplo de 3; la probabilidad de que en 5 lanzamientos de una moneda se obtengan exactamente 2 caras; la probabilidad de obtener dos bolas de color de una urna con 3 bolas azules y 4 rojas.

Introducción

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (en adelante MEP) decidió poner en práctica los nuevos programas de estudio para la Enseñanza de la Matemática (MEP, 2012), los cuales serán llevados a las aulas de acuerdo a un plan de transición iniciando el año actual hasta el 2015, esto está provocando toda una nueva reforma en la educación en Costa Rica.

Dentro de los principales cambios en dichos programas se propone la resolución de

1 Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Correo electrónico: aborbon@itcr.ac.cr

problemas como metodología principal, muchas de sus bases teóricas fueron tomadas de los trabajos de Polya (1965) y Schoenfeld (1985).

La idea principal es que los estudiantes vayan adquiriendo habilidades o herramientas para resolver los problemas, muy similar a los “insights” de los que habla Schoenfeld (1985).

En este contexto una de las actividades más importantes de los docentes es preparar los problemas que se propondrán a sus estudiantes para iniciar la lección, este problema inicial se necesita que sea contextualizado (siempre que sea posible), pertinente y adecuado, es decir, que con él se logre la habilidad deseada en el estudiante y que su nivel de dificultad sea adecuado para él, sin ser demasiado complejo ni sencillo.

Otro de los cambios más importantes de estos nuevos programas de estudio es que ahora se debe enseñar el tema de Estadística y Probabilidad en todos los años escolares (con mucha estadística en primaria y los primeros años de secundaria y enfocando más la probabilidad en los años finales de secundaria).

En este taller se proponen algunas simulaciones que se pueden realizar en Geogebra (uno de los programas sugeridos por el MEP, 2012, p. 61), para modelar algunos de los problemas “clásicos” en probabilidad y que pueden ser utilizados por el docente para ser trabajados en el aula con esta metodología de resolución de problemas.

Problemas

La idea principal es realizar la simulación de algunas situaciones “clásicas” de probabilidad por medio del programa gratuito GeoGebra, entre ellas, el lanzamiento de uno o dos dados (usualmente sumando los resultados), el lanzamiento de una o dos monedas, tomar bolas de urnas, dejar caer una bola por un laberinto. Algunas de estas situaciones son sugeridas por el mismo programa del MEP (2012, p. 86, 102, 167, 251, 256, 268, 360, 375, 436)

Como una segunda etapa, se utilizarán estos modelos para resolver algunos problemas “clásicos” de probabilidad tales como: la probabilidad que la suma de los dados sea 7, obtener un número par o un múltiplo de 3 al lanzar los dados; la probabilidad de que en 5 lanzamientos de una moneda se obtengan exactamente 2 caras; la probabilidad de obtener dos bolas de color de una urna con 3 bolas azules y 4 rojas.

Se tomará como ejemplo el problema: ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados la suma de ellos sea 7? (suponiendo por supuesto que el dado no está cargada, es decir, que todas las caras del dado tiene la misma probabilidad de salir: 1/6). Para este ejemplo se realizará una distribución teórica de probabilidad para la suma de los dados.

Como cada dado tiene seis caras existen 6x6=36 posibles resultados.

Lo menos que pueden sumar los dados es 2 y lo más es 12, en estos dos casos sólo hay una única manera de obtenerlos: 1+1 y 6+6, por lo que la probabilidad de obtener alguno de ellos es 1/36.

Hay dos maneras de obtener 3 (1+2, 2+1), de igual forma sólo hay 2 maneras de obtener 11 (6+5, 5+6) por lo que su probabilidad es 2/36.

Para 4 y 10 existen 3 opciones, se enlistarán las del 4: 1+3, 2+2, 3+1. La probabilidad en estos casos es de 3/36.

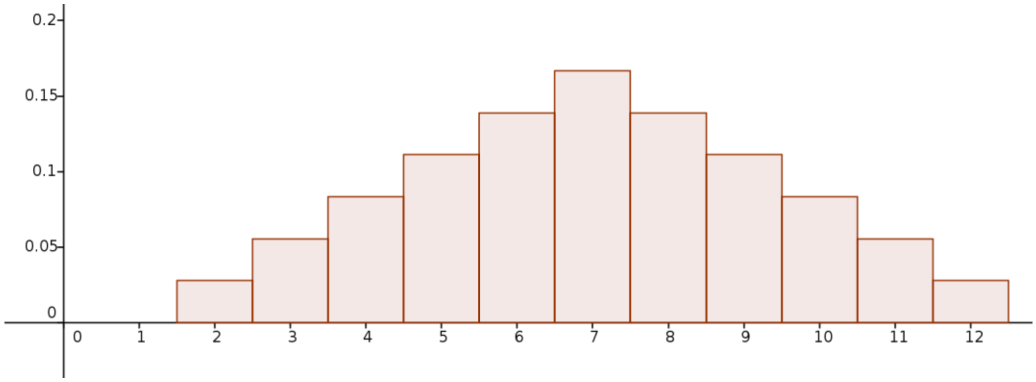
Para el 5 y el 9 existe 4 opciones, por ejemplo, los del 5 son: 1+4, 2+3, 3+2, 4+1. Su probabilidad es de 4/36.

En los casos de 6 y el 8 se tienen 5 posibles casos, se enumerarán sólo las de 6: 1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1 por lo que su probabilidad es de 6/36.

Por último, el 7 tiene 6 formas para obtenerse: 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1.

Así, se obtiene la distribución:

P(X)	X=2	X=3	X=4	X=5	X=6	X=7	X=8	X=9	X=10	X=11	X=12
	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36



Donde, por ejemplo, si se repite el lanzamiento 1000 veces se esperaría la distribución teórica absoluta:

X=2	X=3	X=4	X=5	X=6	X=7	X=8	X=9	X=10	X=11	X=12
27,7	55,5	83,3	111,1	138,8	166,6	138,8	111,1	83,3	55,5	27,7

Sin embargo al realizar la simulación en GeoGebra se obtienen distribuciones absolutas y relativas muy variadas, por ejemplo:

X=2	X=3	X=4	X=5	X=6	X=7	X=8	X=9	X=10	X=11	X=12
28	42	90	103	142	153	156	106	91	50	39

Esto permite comentar sobre la variabilidad de los datos en probabilidad y sobre la ley de los grandes números, sobre todo si se hace el experimento comparando con pocas y muchas repeticiones. Incluso se puede comentar sobre la imposibilidad de obtener en algún momento la distribución absoluta teórica ya que contiene valores decimales para el número de lanzamientos, el cual es discreto.

Conclusiones

Se proponen varias guías de trabajo para realizar actividades en GeoGebra que permitan abarcar algunos temas de probabilidad en secundaria, con ellas, se propone abarcar algunos de los problemas clásicos en probabilidad.

Aunque se muestra la forma de modelar situaciones de probabilidad con el programa gratuito Geogebra, siempre se recomienda realizar las actividades primero con material concreto (utilizar dados, monedas, etc.), para luego generalizar con la simulación con la computadora.

Se muestra la capacidad del programa GeoGebra (inicialmente pensado para situaciones geométricas) para realizar modelos en otras situaciones variadas.

Referencias bibliográfícas

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programas de estudios de Matemáticas. Costa Rica.

Polya, G (1965). Cómo plantear y resolver problemas. Primera Edición en español. México: Trillas.

PONENCIAS

VIII CIEMAC
Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Modelación matemática: Recurso de mediación pedagógica en el aprendizaje geométrico del tema de semejanza, en octavo año de secundaria

Karen Porras Lizano[1]

Resumen

Este artículo describe la experiencia obtenida al desarrollar un trabajo final de graduación de la carrera Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional. Se analizó el aprendizaje del estudiante al implementar la Modelación matemática como estrategia metodológica al enseñar los conceptos matemáticos a nivel de secundaria en el tema de semejanza.

Palabras Claves: Modelación matemática, resolución de problemas, estrategia metodológica.

1. Introducción

Actualmente, en el contexto de la Educación Formal Costarricense, surgen cuestionamientos sobre cómo muchos docentes enseñan matemática. Por lo general, en el aula se evidencia la poca aplicabilidad de los conceptos estudiados en la resolución de casos o situaciones cotidianas. Por ejemplo, “¿Y esto en qué se aplica?”, “¿Y esto para qué me sirve?”, son preguntas que revelan un sentimiento donde se considera el conocimiento matemático como algo alejado de la realidad del estudiante. Aunado a esto, muchos educandos tienen una actitud negativa y muestran poco interés hacia el estudio de esta asignatura. Esto, ciertamente, podría derivarse de la poca participación de estos, en su propio proceso de aprendizaje.

[1] Escuela de Matemática. Universidad Nacional. Costa Rica. Correo: krenporraslizano@yahoo.es

Al respecto, Gamboa y Ballestero (2009) expresan que habitualmente los conceptos matemáticos en geometría son propuestos a los estudiantes como "el producto acabado de la actividad matemática" (p. 114). Estos autores añaden que entre las metodologías tradicionales utilizadas para enseñar geometría, predomina mayormente la memorización de propiedades, definiciones y teoremas, apoyadas en construcciones mecánicas y sin contexto; dejándose de lado los procesos implícitos de la construcción y del razonamiento geométrico.

Con el interés de contrastar la realidad anterior, en las lecciones de matemática y en general, en el campo de la formación matemática, surgió la idea de proponer una metodología innovadora, la modelación matemática, que promueva estudiantes críticos, desenvueltos y con espíritu de investigación, entre otros. Además, la modelación permite mostrar la utilidad y el porqué de muchos conceptos que se enseñan en el aula de matemática, específicamente en geometría.

El foco de esta indagación consistió en el propósito general de analizar el impacto en el aprendizaje geométrico de los estudiantes participantes, al implementar la modelación matemática en la unidad de semejanza, como alternativa metodológica.

2. Modelación matemática

La modelización matemática como método facilita la "búsqueda de modelos matemáticos que permitan una comprensión profunda de situaciones reales, teniendo presente sobre todo, una posible toma de posición en relación con los objetos estudiados" (Bassanezzi y Biembergut, 1997, p. 13). Actualmente, se ha venido desarrollando la modelización matemática como metodología de enseñanza siendo adaptada por Biembergut y Hein (2006) por diversos factores como "el currículo, horario de las clases, número de alumnos por curso, disponibilidad de tiempo para que el profesor efectúe un acompañamiento simultáneo de los trabajos de los alumnos" (p. 3), estableciendo este proceso como **modelación matemática**.

Asimismo, según Lesh y Doerr (2003) este proceso involucra al estudiante en una serie de etapas, las cuales son: descripción, manipulación, predicción y validación. La primera etapa inicia con una situación de la realidad contextualizada, la cual debe ser comprendida para construir un modelo mental de la situación. En esta etapa es donde se identifica la información relevante para la resolución del problema. Esto permite crear una representación matemática.

En la segunda etapa, se traduce la información relevante a lenguaje matemático, obteniéndose un modelo matemático de la situación problema. En esta etapa es donde se hace uso de los conceptos matemáticos, con el fin de obtener una solución del modelo matemático anterior. También, en esta parte del proceso, el conocimiento previo del estudiante juega un papel fundamental para el logro de esta etapa y las siguientes. Es decir, para culminar exitosamente la experiencia.

La tercera etapa corresponde a la interpretación. Aquí se analizan los resultados en virtud de los conocimientos iniciales de la situación problema. Por último, en la cuarta etapa se evalúan los resultados obtenidos del modelo matemático. Se debe valorar o revisar las predicciones, pues generalmente, estas son poco refinadas para aceptarlas o rechazarlas, propiciando un proceso de retroalimentación por medio pruebas de ensayo. Este proceso es de suma importancia, pues permite al estudiante juzgar la utilidad de la solución del problema matemático.

Además, cada una de las actividades implementadas siguieron los siguientes tres momentos:

Momento 1: Actividad de calentamiento

Fueron experiencias cuyo fin principal fue el introducir las actividades como por ejemplo: una noticia de un periódico, una canción, imágenes, artículos, entre otros, lo que ayudó a familiarizar a los estudiantes con el contexto de las actividades posteriores. Además, se realizaron una serie de preguntas guías que ayudó a los estudiantes a centrar su atención en objetivo de la actividad.

Momento 2: Resolución del problema propuesto

En esta etapa se les propuso a los grupos de estudiantes, la situación problema para que la resolvieran. Además, se les incentivó a que generaran ejemplos de otras situaciones similares, donde se podría aplicar el mismo razonamiento para resolverlas.

Momento 3: Creación del Informe y presentación del mismo

A los grupos se les pidió que elaboraran un informe con sus razonamientos lógicos y que fueran expuestos. Esto con el fin de propiciar espacios de reflexión y discusión con el grupo en general, lo que permitió contemplar diferentes soluciones propuestas de la situación planteada en la actividad.

3. Modelación Matemática: Un proceso más allá de la resolución de problemas

Esta investigación sigue la idea de utilizar la resolución de problemas como estrategia didáctica. Por ello, Grouws (1992), refiriéndose a la teoría de Schoenfeld, considera que el proceso de resolución de problemas contribuye a la búsqueda de soluciones, a la exploración de los patrones, a la formulación de conjeturas; es decir, se deja de lado la memorización de los procedimientos o fórmulas y la realización de ejercicios rutinarios.

Asimismo, las actividades propuestas en este proceso investigativo, presentan problemas que permitieron al estudiante "definir, refinar, transformar y extender los sistemas conceptuales con el propósito de crear interpretaciones adecuadas de la situación planteada" (Fonseca y Alfaro, 2010, p.178). Esto en función de que es más problemático para el estudiante generar una manera útil de describir la situación presentada, que la simple elección de una estrategia para resolverla (Zawojewski y Lesh, 2003).

4. Enfoque sociohistórico de Vigotsky: El aporte social a los procesos de aprendizaje

A continuación se describirán algunos principios de la teoría sociohistórica cuyo principal exponente fue el psicólogo ruso Lev Vigotsky (1978), el cual considera que el estudiante construye su conocimiento como un "reflejo activo de lo real, originando una actividad de transformación de la realidad exterior, pero con una influencia tan acusada del pensamiento y de la actividad del grupo humano, cultural, al que pertenece" (Martínez y Rivaya, 1989, p. 28). Es decir, adquiere aprendizaje mediante la interacción de este y el medio sociocultural, generando así, conocimiento como resultado de un proceso histórico y social.

El utilizar la modelación matemática como metodología permite construir su conocimiento de forma activa, por medio de un proceso social colaborativo. Los estudiantes aprenden unos con otros, logrando un avance significativo en su aprendizaje. Tomando en cuenta lo anterior, podemos agregar que el profesor debe crear espacios educativos que puedan estimular el desarrollo mental del estudiante. La forma de hacerlo consiste en llevarlo a una zona de desarrollo próximo, la cual Vigotsky define como "la distancia entre el nivel real de desarrollo (alcanzado por el niño), determinado por la capacidad de resolver de manera independiente un problema, y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz" (Briones, 2001, p. 5).

5. Marco Metodológico

Los participantes de esta investigación pertenecen a un colegio académico diurno oficial, situado en la provincia en San José. Se realizaron observaciones participantes de las sesiones donde se implementaron las actividades de aprendizaje, con el fin de obtener evidencias sobre procesos de enseñanza y aprendizaje producto de la utilización de la modelación matemática. Además, se realizaron entrevistas clínicas a cuatro estudiantes foco, con el fin de recoger información importante acerca de las imágenes de comprensión matemática del estudiante, después de la implementación de la modelación matemática. Y por último, pretendió obtener la percepción de los estudiantes participantes acerca de las actividades implementadas.

6. Resultados

Cuando se comenzó el proceso de aplicación de las actividades de modelación matemática, los estudiantes se mostraron anuentes a colaborar, a descubrir, a generar ideas de resolución, a trabajar en equipo, como si estuvieran ante un reto por resolver (resultados obtenidos través de la observación participante). Para profundizar, se describe a continuación una de las actividades de modelación matemática aplicadas durante el trabajo de campo y los resultados obtenidos en los tres momentos de ellas.

Actividad : Cocinando con mi mamá

En esta actividad se utilizó una situación cotidiana, cuyo tema principal era realizar una receta de cocina. En ella los personajes principales eran Carlos y su mamá. La herramienta conceptual matemática que se desarrolló fue el concepto de proporción (ver anexo, pág. 9).

Momento 1: Actividad de calentamiento

Para introducir esta actividad (provocadora de un modelo) la docente mostró al grupo una serie de materiales de cocina como harina, leche, huevos y utensilios como un rodillo para amasar, entre otros; que no son comunes en una clase de matemática. Entre los resultados se destacan sentimientos de los estudiantes como la incertidumbre, evidenciándose en preguntas como "¿Profe hoy nos va ha dar clases de cocina?", "¿Profe para qué son esos instrumentos de cocina?, ¿Qué vamos hacer hoy?". Después de mostrar los materiales de cocina, la docente realizó preguntas (que ayudaran a centrar la atención de los estudiantes en el objetivo de la actividad) como: "¿Para que utilizan todos los materiales que se les presentan?", "¿Quiénes los utilizan?, ¿Cuál podría ser su utilidad?, ¿Qué otros materiales se necesitan?. Entre las respuestas generadas, se destacan las siguientes de una estudiante: "Para hacer un queque", "Se necesita otros instrumentos como un vaso con medidas para medir mejor los ingredientes del queque como el jugo de naranja".

Momento 2: Resolución de la actividad propuesta y creación del informe

Se observó que los estudiantes en resolución de la situación problema "Cocinando con mi mamá" aplicaron las etapas propuestas por Lesh y Doerr (2003) en el proceso de modelación matemática: descripción, manipulación, predicción y validación. Cabe destacar que se percibió que el pensamiento matemático del grupo de estudiantes, se desenvolvió en ciclos de las etapas anteriores. Ejemplo de esto es, la solución propuesta por el grupo de Juan ante el problema de encontrar cuántas tazas de leche se deberían utilizar y cuántos panecillos se podrían obtener, si la mamá de Carlos utilizaba 16,5 tazas de harina, tomando como base que se obtienen 20 panecillos de la cantidad 3 tazas de harina y una taza de leche. El grupo encontró correctamente la cantidad de leche que se deberían utilizar (5,5 tazas en este caso), pero asumió incorrectamente que en vez de trabajar con 20 panecillos era un panecillo, producto de una mala lectura de las condiciones del problema.

Al observar los resultados que obtenían a partir del error, se dieron cuenta de que la cantidad de panecillos no aumentaba como pasó con la cantidad de la leche, por lo que realizaron de nuevo una lectura del problema, con el fin de encontrar la causa del equívoco. Uno de los estudiantes exclamó: "Es que no es un panecillo sino 20". De manera que corrigieron el error, logrando que la solución propuesta fuera perfeccionada y adecuada, al ser verificada en virtud de las condiciones del problema.

Figura 1. Solución propuesta por el grupo de Juan

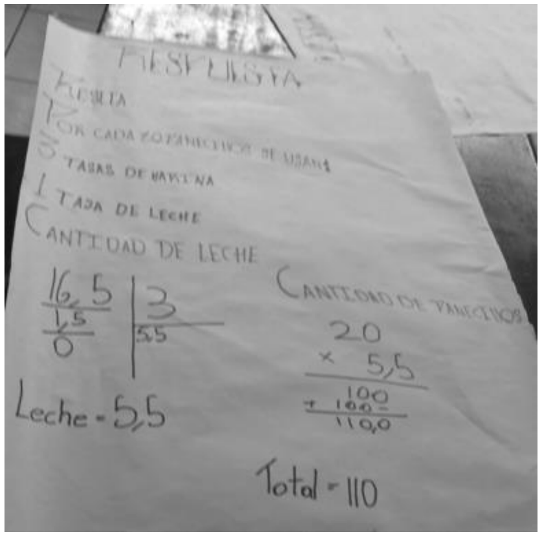


Figura 1. Fotografía que muestra la solución final del grupo de Juan, que pasó por procesos de retroalimentación de tal manera que cumpliera con todas las condiciones del problema.

Por otro lado, en las actividades de modelación matemática se observó que los grupos de estudiantes utilizaron diferentes caminos para dar solución al problema propuesto, es decir, hicieron uso de exploración de patrones y formulación de conjeturas, dejando de lado la memorización de procedimientos o fórmulas. Entre las diferentes estrategias utilizadas para solucionar la actividad se encontraron: Uso de operaciones básicas, esquemas como arreglos de filas y columnas, diagramas visuales. Cabe destacar que esta forma de trabajar no se les enseñó a los estudiantes en las clases anteriores. Otro ejemplo de solución, es la propuesta por el grupo de Ana:

Figura 2. Solución propuesta por el grupo de Ana

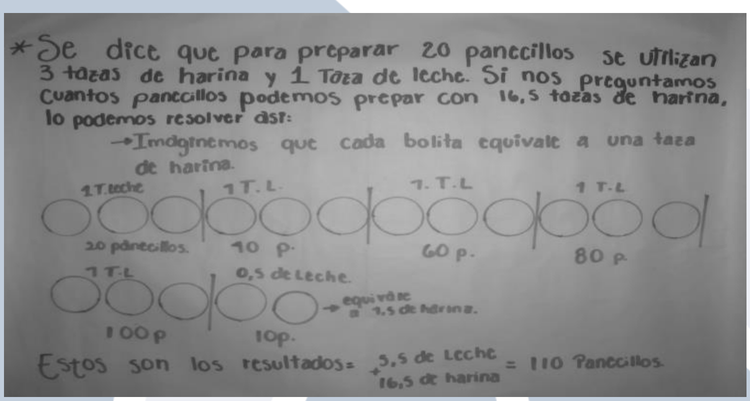


Figura 2. Fotografía que muestra el diagrama de la solución propuesta por el grupo de Ana. Este grupo fue elegido como ganador elegido por el grupo de alumnos que fueron jueces en esta actividad, por la forma de explicación de la solución.

En la resolución de la actividad “Cocinando con mi mamá” se pudo apreciar conductas muy variadas que iban desde la frustración (pues los estudiantes entendían el objetivo del problema, pero no lograban plantear una solución razonadamente) hasta la satisfacción (después de argumentar una posible solución al problema, por ejemplo, cuando un estudiante expresó: “ya entendí, es fácil es como lo que se hace con los ingredientes de una construcción”).

Momento 3: Presentaciones.

En este espacio se realizaron las exposiciones de grupos, en las cuales los estudiantes describían en qué consistía el problema, cómo lo resolvieron (justificando con argumentos lógicos el proceso de solución) y las dificultades que encontraron mientras trabajaron el problema. Un ejemplo de esto es la exposición del grupo de Ana, cuya solución se muestra en la figura 2 y en el diálogo que se presenta a continuación:

> *Ana: Si con tres tazas de harina y una leche podemos preparar 20 panecillos. Necesitamos saber cuántos panecillos podemos hacer con 16,5 tazas de harina, lo cual podemos resolver así.*
>
> *Ana: Imaginemos que cada bolita equivale a una taza de harina entonces hay 16 de ellas (bolitas). Aquí esta (señalando el cartel las últimas bolitas, en especial la más pequeña) equivale por 1,5 tazas de harina, pues dividimos tres tazas de harina entre 2.*
>
> *Ana: De tres tazas de harina se puede predecir que se hacen 20 panecillos y los fuimos sumando. Con otras tres se hacen 40 panecillos, con 3 más se hacen 60 panecillos, 80 panecillos con 3 más, 100 panecillos con 3 más.*
>
> *Ana: Muchos dicen que son 120 panecillos, pero las cosas no son así. Pues tendría que haber otra bolita aquí igual a estas (señalando las otras bolitas anteriores).*
>
> *Ana: Pero no es así, estas equivale a la mitad de tres tazas de harina, entonces la mitad de 20 panecillos son 10 panecillos.*
>
> *Ana: Entonces en total son 110 panecillos y no 120 como otros grupos dicen.*
>
> *Kevin: Además, otras situaciones que se pueden resolver de esta forma son otras recetas como un queque.*
>
> *Alex: o en bebidas.*

El grupo de Ana no solo presentó una posible solución al problema, sino que también permitió a otros grupos que reflexionarán acerca de si la solución que propusieron cumplía adecuadamente con las condiciones del problema, desligando de esta tarea a la docente que actuó en este proceso como guía. Además, a cada uno de los grupos se les pidió que generaran situaciones similares en donde se podría aplicar el razonamiento de la actividad que resolvían particularmente. Por ejemplo, en la actividad “Cocinando con mi mamá” el grupo de Juan utilizó la situación para saber la cantidad de cemento, piedra, arena, agua, entre otros; para construir una pared. También mostraron su utilidad en el empleo de fórmulas químicas.

7. Conclusiones

1. Se coincide con la teoría propuesta por los autores Lesh y Doerr (2003), debido a que las actividades de modelación matemática permitieron a los estudiantes “definir, refinar, transformar y extender los sistemas conceptuales con el propósito de crear interpretaciones adecuadas de la situación planteada” (Fonseca y Alfaro, 2010, p.178).

2. Los estudiantes sin experiencia previa en actividades como las propuestas, mostraron un desempeño efectivo en la aplicación de su conocimiento matemático informal a la hora de resolver un problema autentico y social.

4. Al resolver cada una de las actividades de modelación matemática, se destaca la importancia de la comunicación y el intercambio de ideas en la educación matemática, que estimularon lo que define Briones (2001) haciendo alusión a la teoría de Vigotsky, como la zona de desarrollo próximo de los estudiantes participantes.

5. La implementación de las actividades de modelación matemática en el tema de semejanza, permitió a los estudiantes establecer relaciones entre conceptos matemáticos, conocimientos previos y estrategias de resolución de problemas propuestos en las actividades, así como conexiones con el entorno y aplicaciones de la vida cotidiana, como la construcción de situaciones ideadas por ellos mismos como parte de su realidad, de acuerdo con los principios del constructivismo (Clements y Battista, 1997). Todo esto contribuyó, a que los estudiantes participantes en esta experiencia tuvieran la oportunidad de aprender de una forma diferente y significativa.

8. Referencias Bibliográficas

Bassanezzi, R., y Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. *Revista de didáctica de las matemáticas, 32*. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/32/Articulo02.pdf

Biembengut, M., y Hein, N. (2006). M*odelaje Matemático como método de investigación en las clases matemáticas*. Memoria del Cuarto Festival Internacional de Matemática. CIENTEC, San José. Recuperado de http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf

Briones, G. (2001). *La teoría sociohistórica de la educación de Lev Vigostky***.** Recuperado de http://fisica.usach.cl/~cecilia/educacion2/lectura1.pdf

Clements, D. H., y Battista, M. T. (1997). *Constructivist Learning and Teaching [Aprendizaje y enseñanza constructivista]*. Estados Unidos: Arithmetic Teacher. Recuperado de http://investigations.terc.edu/library/bookpapers/constructivist_learning.cfm

Fonseca, J. L., y Alfaro, C. (2010). Resolución de problemas como estrategia metodológica en la formación de docentes de matemáticas: Una propuesta. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Competencias en la educación matemática*, *6*. San José, Costa Rica

Gamboa, R., y Ballestero, E. (2009). Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Currículo en la Educación Matemática*, *5*. San José, Costa Rica.

Grouws, D. (Ed.). (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning. A Project of the national council of teachers of mathematics*. New York: Macmillian Publishing Company.

Lesh, R., y Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. En R. Lesh y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. Mahwash, New Jersey: Lawrence Erlbaum Association.

Martinez, A., y Rivaya, F. J. (1989). Bases psicopedagógicas. *Una metodología activa y lúdica de enseñanza de la geometría elemental* (pp. 17-36). Madrid: Sintesis, S. A.

9. Anexos

Actividad 1: Cocinando con mi mamá
Descripción de la actividad[2]

La mamá de Carlos le encanta cocinar para su familia. Un día decidió hacer un pan casero, la receta especifica que necesita 3 tazas de harina y una taza de leche, además de otros ingredientes, para preparar 20 panecillos. Como su familia se deleita mucho del pan casero, ella decide usar toda la harina con que cuenta y cuando la mide, descubre que tiene 16,5 tazas de harina. Ahora, el problema para ella es determinar la cantidad de leche y del resto de los ingredientes, de manera exacta, para cumplir con la receta. Como sabe que de Carlos le gusta realizar cálculos matemáticos, le pide ayuda para determinar las cantidades exactas que necesita.

Así ¿Cuántas tazas de leche le dije que debería usar?. Además ¿Cuántos panecillos pudo preparar mi madre con la cantidad de ingredientes que usó?

Redacte un informe donde se describa el método de solución utilizado y sus conclusiones para cada una de las preguntas anteriores. Y conteste la siguiente pregunta ¿En cuáles otras situaciones similares se podría aplicar el razonamiento de este problema?

[2] Actividad adaptada de Valverde, E., y Arias, A. (2011). Proporciones. En G. Bolaños, H. Cordero y P, León (Eds.), Libros para todos: Matemática 9 año (pp. 41). San José, Costa Rica: Grupo Nación

Actividad 2: Construyendo nuestro nuevo colegio
Descripción de la actividad[3]

Gonzalo es maestro de obras y tiene a su cargo la construcción del nuevo Colegio de San Juan. Dispone de los planos originales que le ha dado el arquitecto de la obra. Un día, por problemas de salud él se incapacitó por 2 meses, ausentándose de la construcción. Antes de irse dejó la fotocopia de parte del plano que correspondía a las aulas 5 y 6 del colegio para entregárselo a Pedro, uno de los albañiles que están a cargo de la obra en ausencia de Gonzalo. Él le aclaró a Pedro que la fotocopia fue reducida al 50% y que el plano original, por su parte, había sido construido en una escala de 1cm corresponde a 50 metros de la realidad. (ver figura 1)

Figura 1. Maqueta del nuevo colegio

Fuente: Imagen elaborada por Navarro, E., Porras, K. (2011).

Luego de hacer algunos cálculos, Pedro, orgulloso de su nueva responsabilidad inició la construcción.
Después de un día de trabajo, los albañiles notaron que había algo extraño, las dimensiones del aula no guardaban relación con las dimensiones del resto de la construcción, por lo que, Pedro decide convocar a reunión todo el personal a su cargo.

Pedro necesita su ayuda para resolver este problema. Él hace las siguientes preguntas:

a. ¿Qué piensan ustedes que ocurrió a las aulas 5 y 6 con relación al plano original?

b. ¿Cuáles cálculos creen ustedes que hizo la comisión para confirmar la sospecha o desechar la misma de una posible modificación de medidas en la obra original en relación con: el piso, los pasillos, paredes o techos?

c. Si hay una modificación de la obra, ¿Qué efectos van a tener dentro de la obra las aulas 5 y 6 de un total de 25 aulas a construir?. Además, ¿Cuál es la acción correcta a seguir por parte del maestro de obras (Pedro) para que no se sancione al arquitecto de la obra?

Escribe un informe donde se describa el método de solución utilizado y sus conclusiones para cada una de las preguntas anteriores. Además ¿En cuáles otras situaciones similares se podría aplicar el razonamiento de este problema?

[3] Adaptación de actividad propuesta por el Ministerio de Educación de España para alumnos Educación General Básica en el área de Geometría

Módulos Para La Enseñanza De La Fracciones[1]

Esteban Martínez Porras[2]

Resumen

En este trabajo primeramente se hace una descripción de cómo es visto la resolución de problemas en el Programa de Estudio de las Matemáticas 2012 de Costa Rica, luego se plantea el uso de los módulos de apoyo para la enseñanza de las fracciones, como una herramienta didáctica para abordar el proceso de resolución de problemas. Además en este artículo se abarca los aspectos más relevantes de dichos módulos como son las teorías educativas sobre las cuales se fundamenta, su diseño y como estos aspectos se entrelazan para desarrollar este proceso matemático en los módulos.

Abstract

This paper first presents a description of how the problem solving is seen in the Program for the Study of Mathematics 2012 Costa Rica, after considering the use of modules to support the teaching of fractions, as a teaching tool to address the problem solving process. Also in this article covers the most important aspects of such modules as are educational theories on which it is based, its design and how these aspects intertwine to develop this mathematical process module.

Introducción

Los nuevos programas de estudio en matemática de la educación costarricense proponen una serie de cambios en la forma de enseñar matemática a nivel de primaria y secundaria. Por esta razón este artículo trata de ejemplificar por medio de una propuesta didáctica como abordarlos en clase.

[1] Título adaptado de las memorias del Seminario de Graduación *Módulos de apoyo docente para la enseñanza de las fracciones en la Educación General Básica de Costa Rica,* presentadas en el mes de mayo de 2013, en la Universidad de Costa Rica.

[2] Trabaja como docente de matemática para la Universidad de Costa Rica, así como para la Asociación Ed. Heraldos del Evangelio C.R. San José, Costa Rica. Correo electrónico: fioestebanmp@gmail.com

Para ello, en el primer apartado se describirá la estructura de los nuevos programas y como la resolución de problemas tiene un papel importante en el desarrollo de las habilidades matemáticas. En este mismo se expondrá la razón sobre la cual son creados los módulos y una breve descripción de ellos.

En un segundo apartado se esbozaran las teorías que fundamentan los módulos para la enseñanza de las fracciones y como estas son planteadas en los nuevos programas.

Un tercer apartado describe como fueron empleadas estas teorías en los módulos. Y por último algunas aseveraciones al respecto de los módulos para la enseñanza de las fracciones.

Resolución de problemas y módulos para la enseñanza de las fracciones

Un estudiante requiere de una serie de conocimientos, así como de habilidades específicas y generales para poder aprender matemática, además de una disposición hacia el aprendizaje de esta disciplina, para lograr este cometido el docente debe a través de distintas actividades incentivar al alumno por el gusto de la matemática. Por esta razón, el Programa de Estudio de Matemáticas 2012 de Costa Rica (P.E.M)[3], a través de sus fines (los fines de la educación costarricense), como lo mencionan Barrantes, H., Chaves, E., De Faria, E., Poveda, R., Ruiz, A. y Salas, O. (2012, p. 18) que en su conjunto es "afirmar una vocación de la competencia matemática", en la cual se pretende con "las Matemáticas apoyar la comprensión e intervención ciudadana sobre diversos contextos", se busca promover estas habilidades en los estudiantes, por medio de un cambio curricular en el modelo de enseñanza, que ayude al docente a promover dichas destrezas.

Dentro de los cambios más importantes que el programa de estudio propone, está el de fomentar un modelo de lección más participativo, "el procurar que en la acción de aula se realicen *procesos matemáticos*[4], es decir actividades trasversales que se asocian a

[3] Se utilizara a lo largo de este documento las siglas P.E.M sólo para *Programas de Estudio de Matemáticas 2012,* cuando se haga referencia a otros programas de estudio se indicara el año de publicación.

[4] Se plantean cinco procesos básicos: *razonar y argumentar; plantear y resolver problemas; conectar, establecer relaciones; representar de diversas formas (gráficas, numéricas, simbólicas, tabulares, etc.); comunicar, expresar ideas matemáticas formal y verbalmente.* (Barrantes et al. 2012, p. 17).

capacidades presentes en cada área para comprender y usar conocimiento, apoyando el desarrollo de la competencia matemática" (Barrantes et al. 2012, p. 14), donde se involucre al estudiante con tareas que requieran más razonamiento por parte de él y que comparta con el docente la responsabilidad sobre su aprendizaje.

Por ello, los procesos matemáticos que se dan en el aula están ligados a los ejes disciplinares[5] y a las áreas matemáticas[6], con lo cual, se espera que se desarrollen las habilidades en el estudiante que sean después útiles en la vida cotidiana.

Como el docente es un elemento importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, las acciones que realiza dentro del aula, así como el modelo que plantea de enseñanza deben ser formulados bajo los nuevos criterios que esboza P.E.M, por consiguiente la didáctica aplicada en el aula, así como los herramientas didácticas que posee, deben también ser adecuadas a los nuevos programas de estudio de matemáticas.

Así mismo esto involucra un cambio en la manera de dar clases y de cómo se debe abordar, o introducir un contenido matemático en el aula[7]. Por ello, se considera pertinente el uso de actividades que involucren más el razonamiento y la estructura lógica de la matemática, es así que dentro de los procesos básicos que se plantean en P.E.M, el de resolución de problemas juega un papel preponderante.

Siendo la resolución de problemas un proceso matemático fundamental que permite relacionar de buena manera al alumno con el contexto (vida cotidiana), por medio de situaciones que conllevan habilidades matemáticas, es importante que los maestros sea un facilitador del desarrollo de tales habilidades durante la lección, es decir, que la intervención del docente sea parte del proceso.

---

[5]Se utilizan cinco ejes: *La resolución de problemas como estrategia metodológica principal: la contextualización activa como un componente pedagógico especial; el uso inteligente de tecnologías digitales; la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas; el uso de la Historia de las Matemáticas.* (Barrantes et al. 2012, p. 11)

[6]Se plantean cinco áreas matemáticas: *Números*; *Medidas*; *Geometría*; *Relaciones y Álgebra; Estadística y Probabilidad.* (Barrantes et al. 2012, p. 14)

[7] Lo que se rescata del programa de estudios vigente es que pone fuerte énfasis en la resolución de problemas como motivador y primer paso para el aprendizaje de las matemáticas en conjunto con los otros 4 procesos, dejando de esta manera un "portillo abierto" a una enseñanza por medio del constructivismo.

Por estos motivos, la creación de los *módulos de apoyo para la enseñanza de las fracciones en la Educación General Básica*, surge de la necesidad de contribuir en dos aspectos que se dan en el procesos de enseñanza-aprendizaje, uno la adquisición de material de apoyo que involucre el uso de resolución de problemas por parte de los docentes en sus clases y dos, la dificultad de comprensión que presentan los estudiantes en el tema de las fracciones.

Los módulos, "los cuales se entienden como un planteamiento de clase donde se propone una secuencia de situaciones problema para abordar ejes temáticos relacionados con la fracción y sus interpretaciones, mediante un desarrollo analítico basado en preguntas generadoras." (Cerdas, E., Gonzales, J., Marín, A., Martínez, E., Ruiz K, 2013, p 18-26). Es así que los módulos tienen como fin proporcionar al docente de ejercicios y situaciones problema que sirvan como guía y no como un manual de instrucciones, a su vez este material está pensado para el uso en clase por parte de los estudiantes al incluir además en cada módulo una práctica diagnóstico, una "curiosidad matemática", esquemas resúmenes, "¿Sabías que…?" (Hace referencia a la cultura y geografía de Costa Rica).

Para la elaboración y diseño de este material se tomaron en cuenta varios aspectos tales como: contenido matemático, nivel académico de los estudiantes, procesos cognitivos que se dan en los alumnos, lenguaje, además el uso de cuadros de texto y colores para enfatizar conceptos, preguntas y situaciones, así como hacer más atractivo la parte estética de cada módulo agregando colores y elementos tipográficos.

Se crearon seis módulos en el tema de fracciones, los cuales abarcan los siguientes contenidos matemáticos presentes en los P.E.M (Cerdas, E, et al., 2013, p 18-19)

1. **Módulo Introductorio:** se introducen las primeras nociones intuitivas sobre el concepto de fracción, las interpretaciones de parte-todo y medida.
2. **Módulo de Clasificación de Fracciones:** se centra en el estudio de las diferentes clasificaciones: fracciones propias, unitarias e impropias; fracciones homogéneas y heterogéneas; número mixto.
3. **Módulo de Notación Decimal y Relaciones de Orden:** se presentan las fracciones decimales, la notación desarrollada, conversiones de notación decimal a notación

fraccionaria y viceversa, relaciones de orden sobre las fracciones. y ubicación de las fracciones sobre la recta numérica.

4. **Módulo de Suma y Resta de Fracciones**: se contemplan las operaciones fundamentales de suma y resta, así como su combinación, tanto con fracciones homogéneas, como con fracciones heterogéneas y números mixtos.
5. **Módulo de Multiplicación y División de Fracciones:** se contempla la interpretación de fracción como operador, a partir de la multiplicación y división de fracciones.
6. **Módulo de Razones y Proporciones:** Se introduce la interpretación de fracción como razón, para estudiar su aplicación en proporciones, porcentajes, interés simple, impuestos y descuentos.

Bases teóricas implementadas en los módulos

Los módulos, hasta donde se ha considerado conveniente, siguen los lineamientos de los P.E.M, además se emplea la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau como un sustento teórico importante en la propuesta, que complementa la idea de proceso matemático establecido en el programa.

De manera resumida se menciona en las memorias de seminario de graduación, la teoría planteada por Brousseau (Cerdas, E, et al., 2013, p 28)

> En síntesis, la Teoría de Situaciones Didácticas está sustentada en tres fases: la primera de discusión, en ésta el docente es un facilitador del medio didáctico, proporciona un ambiente adecuado para que el estudiante pueda construir el conocimiento, ya sea de manera individual (*situación acción*), grupal (*situación formulación*), o de confrontamiento (*situación de validación*).
>
> Como segunda fase la institucionalización del saber, en la cual se retoma lo efectuado hasta el momento y el docente formaliza el conocimiento, aporta observaciones y clarifica conceptos. La tercera fase es la situación a-didáctica, en ésta se corrobora que el alumno se ha apropiado del conocimiento, al aplicarlo en su contexto fuera del aula.

En P.E.M (Barrantes et al., 2012, p.76), se encuentra presentes las mismas ideas al señalar cuatro pasos para organizar las lecciones:

- Propuesta de una “situación problema” para iniciar una lección.
- Resolución o aporte de ideas por parte de los estudiantes, individualmente o en subgrupos.
- Discusión interactiva y comunicación frente al conjunto del grupo de las soluciones o ideas aportadas por los estudiantes.
- “Institucionalización” de los conocimientos por parte del educador.

Como parte fundamental dentro de los módulos está el uso de la resolución de problemas, fundamentándose en el método propuesto por Polya, Cerdas, E, et al. (2013, p 30) menciona los cuatro pasos para la solución de problemas: entender el problema; configurar un plan; ejecutar el plan; mirar hacia atrás.

Dentro de este método, el docente tiene un papel de importancia ya que debe plantear las sugerencias y preguntas necesarias para orientar a los estudiantes dentro de las estrategias. Polya, citado por Alfaro (2006, p. 6), afirma que “la selección de preguntas que se plantean para cada paso no se escogen al azar: existen aspectos lógicos y psicológicos relacionados entre sí”.

Siguiendo con esta idea, como lo expresa Polya las preguntas realizadas por los docentes a los estudiantes “no deben aplicarse de forma rígida, sino más bien como si se le hubieran ocurrido de forma espontánea al propio alumno” (SUMA, 1996, p. 103), con las cuales el docente desbloquea, proporciona contraejemplos, sugiere particularizaciones y generalizaciones, entre otros; convirtiéndose esta en la función más importante del docente para tornar la clase más participativa.

Esto permite ir verificando las conjeturas que el estudiante ha formulado, a su vez permite determinar si se está dando un razonamiento plausible.

Dentro de la metodología que se pretende trabajar en la clase de matemática, según lo estipulado por el Ministerio de Educación Pública Costarricense, se plantea el uso de las preguntas generadoras al tratar un tema, por medio de una indagación dirigida hacia toda la clase (Barrantes et al., 2012, p. 50). El procedimiento para trabajar estas preguntas es:

- Formulación de preguntas apropiadas sobre un tópico.
- Tiempo de espera para que se ofrezcan respuestas.
- Reformulación de las preguntas para avanzar en los distintos aspectos del tópico.
- Repetición del proceso hasta llegar a un cierre cognoscitivo y pedagógico del tema.

De esta manera las preguntas generadoras, proponen que los estudiantes puedan “ver la conexión entre el currículo y sus propias vidas” (González, 2009, p. 2), con lo cual se pretende dar un aprendizaje más significativo.

Estas preguntas “proporcionan una estructura para organizar el cuestionamiento” (González, 2009, p. 3) durante la clase, es decir, sirven al docente para generar la discusión, por medio de la cual se desarrolla la construcción del conocimiento por parte del estudiante.

Se establecen tres tipos de preguntas generadoras, según menciona González (2009): esenciales, de unidad y de contenido. Las primeras dos buscan que el estudiante comprenda “el cómo y el por qué” de los contenidos que se está estudiando, se pretende que los estudiantes desarrollen la capacidad de identificarse con los contenidos y así lograr un mejor aprendizaje. Por último, las preguntas de contenido son más específicas pues se enfocan en identificar “el quién”, “qué”, “cuándo” y “dónde”, las cuales se enfocan en los detalles más característicos de los contenidos.

Uso de las teorías en los módulos

A continuación se presenta un ejemplo de cómo los módulos enlazan las teorías con la metodología propuesta en los P.E.M.

Cada tema se inicia con una o varias situaciones problema, por ejemplo en el módulo de clasificación de fracciones, se presenta la siguiente situación para el tema de fracciones homogéneas.

Situación 1. **La Romería a Cartago**

Brandon está realizando la Romería hacia la Basílica de Los Ángeles en Cartago, en la primera hora caminó 5 km y en la segunda avanzó 4 km más. Si en total debe caminar 21 km, ¿qué fracción del trayecto ha caminado en cada hora?

Ilustración. Módulo de clasificación de fracciones pág. 46

Luego, se plantea una serie de preguntas generadoras con el fin de que se desarrolle la fase de discusión. Estas preguntas han sido elaboradas para que el estudiante conjeture sobre las posibles soluciones que se pueden dar sobre la situación problema, y como apoyo al docente para guiar al alumno.

Es decir, se planifican las preguntas para dar estructura a la discusión, a medida que avanza la discusión.

Para identificar dichas preguntas generadoras se elaboraron dos cuadros de texto, uno para preguntas múltiples y otro, cuando solo se requiere una pregunta para generar discusión. Se plantean nuevas preguntas para clarificar el camino a las respuestas buscadas y/o profundizar en el tema que se estudia. Por ejemplo:

Preguntas múltiples:

- ¿Cuál es la distancia total que debe recorrer Brandon?
- ¿Cuántos kilómetros recorrió en la primera hora?
- ¿Qué fracción representa la distancia recorrida en la primera hora?

Ilustración. Módulo de clasificación de fracciones pág. 47

Una pregunta generadora:

Considerando las fracciones $\frac{4}{21}$ y $\frac{5}{21}$, ¿qué características tienen en común?

Ilustración. Módulo de clasificación de fracciones pág. 47

Es importante aclarar, que en cada situación problema las preguntas generadoras que se proponen se enfocan en una posible solución, por ende el docente se encuentra en plena libertad de considerar si las utiliza o no, así mismo como la propuesta de solución planteada en el módulo. El objetivo primordial es establecer la discusión, por lo que el profesor puede crear sus propias preguntas, darles el orden que considere correcto o que la dinámica de la clase requiera.

Luego se da la formalización del concepto, se asemeja a la fase de institucionalización del saber. Como ejemplo se presenta el siguiente cuadro:

En resumen… **Fracciones Homogéneas**

Dos o más fracciones se llaman **Fracciones Homogéneas** si tienen igual denominador. Ejemplos:

$$\mathbf{\frac{3}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{7}{4} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{11}{4}}$$

Ilustración. Módulo de clasificación de fracciones pág. 47

Esta “institucionalización” es un cuadro resumen para el docente, presenta un lenguaje sencillo con el propósito de que si el docente lo considera pertinente se lo muestre a sus alumnos como parte de la afirmación de los contenidos.

Conclusiones

Se ha pretendido a través de este trabajo mostrar el uso de la resolución de problemas planteado en los P.E.M, por medio de un material didáctico sustentado en teorías de enseñanza matemática, que a su vez sirva al docente como ejemplo de que puede haber acercamiento entre la teoría y el quehacer del aula.

Se pretendió que por medio de los modelos se pueda facilitar a los docentes con una herramienta más para su accionar en el aula, así mismo fue pensado bajo un modelo y no asume con ello que es la mejor o única, sino más bien como una posibilidad que les oriente a construir sus propias propuestas.

Como el fin del proceso educativo es que el estudiante aprenda, los módulos pretenden ser un elemento más que ayude a alcanzar tal meta. Es así, que la intencionalidad siempre fue tratar de hacer atractivos los módulos a los estudiantes, que su contenido así como su presentación fueran agradables a ellos, eso sí, sin dejar de lado el valor del contenido matemático y su aspecto pedagógico.

Referencias Bibliográficas

Alfaro, C. (2006). Las ideas de Polya en la resolución de problemas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 2006, año 1, número 1.*

Barrantes, H., Chaves, E., De Faria, E., Poveda, R., Ruiz, A. y Salas, O. (2012). *Programa de Estudio Matemáticas.* Costa Rica.

Cerdas, E., Gonzales, J., Marín, A., Martínez, E., Ruiz K. (2013). *Módulos de apoyo docente para la enseñanza de las fracciones en la Educación General Básica de Costa Rica.* Memorias de Seminario de Graduación, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

Chavarría J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 2006, año 1, número 2.*

Corbalán, F. Deulofeu, J. (1996) *Como plantear y resolver problemas.* Polya, un clásico en resolución de problemas. *Revista SUMA*, junio 1996, número 22, p. 103-107. Recuperado de: http://revistasuma.es/IMG/pdf/22/103-107.pdf

González, E. (2009). *Preguntas esenciales.* Recuperado de: http: //www.slideshare.net/elmer2009/preguntas-esenciales

Jiménez, L. (2007). *Enseñanza de la geometría euclídea usando un enfoque afín: una propuesta a discutir*. (Tesis de maestría). Universidad de Costa Rica. San José.

Ministerio de Educación Pública (2005). *Estado de la Educación 2005.* Recuperado de http://www.conare.ac.cr/estado_educ/estadoeduc.htm.

Rivel, E. (2010). *Propuesta para fortalecer la enseñanza de los números reales, ecuaciones y funciones en la educación secundaria, mediante el cálculo numérico, con la ayuda de un software*. (Tesis de maestría). Universidad de Costa Rica. San José.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Desafíos que plantea la investigación en la mediación pedagógica de la matemática y la ciencia.

María Alejandra Chacón Fonseca.[1]

Resumen

La investigación en la mediación pedagógica de la ciencia y la matemática constituye en un espacio que genera la reflexión, la crítica u autocrítica con miras a propiciar la transformación y la mejora de la calidad de la labor educativa. La investigación centra su análisis en la labor docente de 50 profesores de matemática y ciencia de secundarias públicas y privadas. La investigación acción admite el mejoramiento y realimentación continua del docente mediante la mediación pedagógica, lo que le permitirá su formación continua, según su experiencia.

Palabras clave: investigación acción e investigación participante, formación continua.

Introducción

La investigación en la mediación pedagógica constituye en un espacio que permite y estimula la reflexión, la investigación acción contribuye al mejoramiento y realimentación continua del docente y formación pedagógica continua, según su experiencia.

Dentro de los aspectos fundamentales de la enseñanza de la matemática se encuentra la lección desarrollada por el docente, previo a esto hay un proceso de planeamiento y posterior a ello un proceso de análisis y reflexión de la clase impartida. El docente como profesional es el responsable de las actividades de clase, y extra clase. En este sentido es él quien debe de indagar sobre avances en el campo de la educación que le permitan mejorar la calidad de su entrega docente y su formación profesional, se analiza la investigación docente, como un elemento integrador de la enseñanza matemática implementado con miras a obtener resultados de alto rendimiento académico y formación continua del docente. Este desempeña un papel clave en el proceso de enseñanza de la matemática, y es por ello que juega un papel fundamental en el mejoramiento de la calidad educativa.

[1] Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica. mchacon@uned.ac.cr

Investigaciones revelan mayor comprensión de practicas y contextos institucionales por parte de los docentes, sin embargo se mantiene "…la necesidad de que el profesorado asuma el papel de investigador de la educación. La imagen del profesorado investigador se considera como una herramienta de transformación de las prácticas educativas."(Latorre,2005, p.7)

Desde una perspectiva teórica debe entenderse la investigación sobre la práctica, en donde el docente reflexiona sobre sus prácticas educativas jugando un papel de investigador en la acción, con un amplio nivel de autonomía y creatividad para atender problemáticas propias de su entorno. El crecimiento profesional del docente inicia con preguntas que ellos y el medio les plantea. Es así como inicia el proceso de investigación, innovación y formación continua dirigido por los mismos profesores que se comunican de forma recíproca.

La educación como producto social se caracteriza por ser un instrumentos trasmisor de valores, principios, aspectos culturales, según Fallas (2005) "Cuando la cultura y la sociedad cambian de manera significativa, la educación también debería de cambiar para seguir cumpliendo su función como constructora del patrimonio cultural" (p. 61). Lo que evidencia la necesidad de una modificación en el sistema educativo vigente, ya que no es los mismo educar a personas para que vivan y trabajen toda su vida con conocimientos relativamente estables que formar a personas para que continúen toda su vida aprendiendo y modificando conocimientos que la sociedad cambiante exige. En este contexto es fundamental "…la construcción de nuevas imágenes tanto de la educación como del profesorado, imágenes que conceptualizan a este último como investigador y al alumnado como ciudadanos activos, pensantes, creativos, capaces de construir conocimiento". (Latorre, 2005, p 8)

La investigación científica pretende generar un conocimiento universal y válido experimentalmente, cuando en la realidad el conocimiento que requiere el docente es un conocimiento educativo, validado en la practica. Una limitante en el campo investigativo es la escasa atención que se ha presentado a la forma en que los resultados de la investigación se vinculan a la práctica educativa "…la investigación tradicional se ha enfocado más en crear las teorías sobre la educación que a mejorar la práctica educativa,…y se ha retrasado la mejora en la calidad de la educación." (Latorre, 2005, p 8)

La enseñanza es una actividad técnica y investigadora. La enseñanza como activad técnica se considera un fenómeno natural, que se puede observar, describir, analizar con el propósito de formular teorías a base de hipótesis relacionadas con el aprendizaje. Desde el ámbito de la investigación, la enseñanza es una actividad lineal causa –efecto, donde el profesor posee recursos y competencias y hace uso de su racionalidad técnica por ejemplo: dado un determinado objetivo este selecciona los medios que considera más convenientes para su consecución.

La enseñanza como actividad investigadora es una auto reflexión que realiza el docente con miras a mejorar su práctica educativa. La enseñanza pasa de ser fenómeno natural, a un fenómeno social y cultural, cuya práctica es social, compleja, construida, interpretada y realizada por el docente en un proceso reflexivo de prácticas y contextos institucionales. (Latorre, 2005, p 9). Se sugiere que la investigación en el aula o la investigación del profesor sea desarrollada por el mismo como parte de una realidad inmediata en la cual esta inmerso, esto debido a que la enseñanza es un proceso complejo en el que intervienen varios factores por lo que

> …se hace difícil entender que investigadores externos a la escuela, en un corto período de tiempo, puedan llegar a entenderla y comprenderla, cuando los datos recogidos en una primera observación serán distintos a los recogidos en la siguiente… Sólo los docentes, sobre una base de continuidad, tienen acceso a los datos cruciales para comprender las aulas.(Latorre, 2005, p 10)

La enseñanza como actividad investigativa se fundamenta en la teoría de desarrollo y práctica de nuevas acciones, en donde el docente en su rol del investigador: 1) formula cuestionamientos sobre problemáticas de la práctica educativa, 2) recoge datos durante su práctica de aula, 3) analiza e interpreta estos datos, 4) vuelve a generar preguntas e hipótesis que deben nuevamente ser sometidas a indagación.

La enseñanza como práctica creativa es el proceso en el cual el docente esta constantemente retroalimentándose con la teoría, mientras que la enseñanza como conocimiento educativo o conocimiento práctico es un conocimiento personal que posee el docente, "pertinente para manejar la complejidad del aula y para resolver las situaciones problemáticas que plantea la enseñanza; es experimental, cargado de valor propositivo y orientado a la práctica; su construcción requiere que el profesorado reflexione sobre a experiencia profesional y personal" (Latorre, 2005, p 10).

Entre los principales retos que se enfrenta la educación es generar una enseñanza por descubrimiento, en donde el alumno se sienta motivado, estimulado a pensar con miras a construir nuevo conocimiento, dejando de lado la tradicional enseñanza de transmisión de conocimiento. Para ello, necesario entonces un cambio en las practicas educativas y "para que éstas cambien se precisa un profesorado capaz de reflexionar, analizar e indagar su práctica docente " (Latorre, 2005, p 11), es decir un docente que según Stenhouse (1998), cuestiona, indaga y transforma su práctica profesional, lo que le atribuye al docente un papel clave como responsable de trasformar su practica, en donde la formación docente es fundamental por lo que no debemos dejar de lado el papel que juegan los centros de enseñanza superior como formadoras de formadores. En cuanto a la formación inicial docente, son los centros de enseñanza superior los que deben a través de sus planes curriculares incluir la investigación como un elemento constitutivo del desarrollo profesional.

Actualmente las carreras de enseñanza de la matemática a nivel nacional han realizado esfuerzos por incluir en sus programas de estudio cursos que promuevan la investigación, aunado a los esfuerzos por integrar la investigación en los programas de formación de profesionales en la enseñanza de la matemática, uno de los temas que se debe retomar es la formación de todos los docentes que actualmente se encuentran en servicio.

En cuanto a la formación continua del profesorado en servicio, la enseñanza como investigación es una modalidad de investigación acción que integra la docencia y la investigación en las aulas, generando procesos de reflexión, crítica y autocrítica que permiten la trasformación de la labor docente y a la vez la formación continua.

Las ideas curriculares y las que surgen de las situaciones problemáticas son ideas para experimentarlas en el laboratorio del aula. De aquí surgen los enunciados "No hay desarrollo curricular sin desarrollo del profesor" y "el profesor es un investigador en el aula" (Stenhouse, 1998), Así la investigación, como metodología para resolver problemas educativos, es vista como un modelo de formación continua, es decir como poderosa herramienta para el desarrollo profesional. (Latorre, 2005, p 16). Según Latorre(2005), la investigación docente genera: 1.Autodesarrollo profesional, 2.Una mejor práctica profesional, 3.Mejora en la institución Educativa, 4. Mejores condiciones sociales.

El docente se profesionaliza en la medida que investiga su práctica educativa, generándose así niveles de profesionalismo y de experticia. La práctica educativa tiene según Latorre (2005, p.18) **zonas indeterminadas** por ciertos niveles de incertidumbre, conflicto de valores y procesos de interpretación de los participantes, "la reflexión en la acción capacita a los profesionales para comprender mejor las situaciones problemáticas, y les reconoce la habilidad para examinar y explorar las zonas indeterminadas de la práctica" (Latorre, 2005, p.19)

La educación costarricense en general atraviesa por dificultades presupuestarias lo cual impide que se desarrollen y ejecuten políticas agresivas para la mejor formación y capacitación de la población docente. Estas dificultades se ven reflejadas en la calidad en la enseñanza y en particular en el presupuesto dedicado a las Ciencias y a las Matemáticas, el cuál es insuficiente para un desarrollo adecuado de estas disciplinas acorde con las necesidades del desarrollo científico y tecnológico que requiere el país. (CIMM, 2007, p.188).

Es fundamental examinar la matemática y la ciencia como disciplinas que van de la mano se integran y complementan, la matemática es fundamental para el desarrollo de las ciencias exactas, naturales, sociales, ingenierías, la investigación y nuevas tecnologías. El progreso de económico, científico y tecnológico de un país es posible gracias a la investigación, observación, estudio y análisis de resultados, en el cual la matemática esta ligada a la ciencia, por lo que motiva el análisis de la relación matemática-ciencia-investigación, específicamente en docentes de ambas disciplinas y que actualmente se encuentran en servicio. Por lo que se planteó como objetivo general: Diagnosticar las practicas educativas en investigación de los profesionales en docencia de ciencia y matemática que se encuentran actualmente en servicio. Para el logro de este objetivo :1) se determinó si los docentes de matemática y ciencia poseen los requerimientos personales, formativos para realizar investigación en la mediación pedagógica (entendiendo por requerimientos personales la: reflexión, cuestionamiento e indagación de su práctica educativa y trabajo en equipo, y los formativos como: redacción de ideas, objetivos, uso de citas textuales, interpretación de datos, tablas, gráficos y extracción de conclusiones); 2) se identificó las practicas educativas en investigación de los docentes de ciencia y matemática. y 3) se determinó ventajas y desventajas de los contextos institucionales y personales que impulsan al docente a realizar investigación en la mediación pedagógica.

La investigación fue de alcance exploratorio y descriptivo. Descriptivo porque busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de los docentes de ciencia y matemática según los planteamientos de la investigación en la mediación pedagógica. Y es de carácter exploratorio porque no existen estudios referentes a la investigación el la mediación pedagógica realizado con docentes de matemática y ciencia en secundaria. Para finalizar el diseño fue transeccional descriptivo, porque tomó datos en un único momento.

Se describió y exploró tendencias del grupo de profesores de ciencia y matemática, no antes explorada, para lo cual se eligió un grupo de 50 docentes se secundarias de instituciones, públicas, privadas y semiprivadas.

Se consultaron 26 docentes de matemática, 10 de ellos con experiencia universitaria, todos profesores en servicio de 8 a 43 años de entrega docente. El grupo de docentes de ciencia con especialidad en biología, química, física matemática, laboratorio o ciencia general fue de 24, 6 de ellos con experiencia universitaria, todos docentes cuyos años de servicio oscilan entre los 5 a los 34. Se aplicó al grupo de 50 docentes una entrevista dirigida, cuyo propósito fue explorar sobre sus practicas educativas en investigación, requerimientos que poseen (personales y formativos) para realizar investigación en la mediación pedagógica y las ventajas o desventajas de los contextos institucionales y personales que impulsan al docente a realizar investigación en la mediación pedagógica. Del total de 50 docentes entrevistados de secundaria, 16 también tienen experiencia universitaria. Es importante recalcar que estos docentes fueron elegidos de colegios públicos diurnos, nocturnos, semiprivado y privado buscando la representatividad.

Entre los principales resultados destacan: 1) Prácticas educativas en investigación: el 60% de los entrevistados han realizado investigación en la mediación pedagógica, de los cuales el 36% corresponde a los docentes de ciencia y un 24% a los docentes de matemática. Del 60% que ha investigado, solo un 36% ha realizado algún tipo de publicación (16 % docentes de matemática y 20% de ciencias).

Los docentes de matemática que han realizado investigación indican haberlo hecho bajo las metodologías cuantitativa, cualitativa, mixta, investigación participante. Los docentes de ciencia que han realizado investigación señalan haberlo hecho bajo las metodologías: Científica, Cuantitativa, Cualitativa, Cuasi-experimental, Aprendizaje Basado en Proyectos

(APB), Estadística y Tesis. Es notorio que el sector docente de ciencia hace un uso variado de metodologías de investigación aspecto que indican esta relacionado a la naturaleza de la disciplina y laboratorios o prácticas propias de la especificidad, sin embargo se evidencia un confusión al señalar las tesis como metodología de investigación y la estadística como tal, aspecto que no sucede con los docentes de matemática.

Pese a que un 60% de los docentes de ciencia y matemática han realizado algún tipo de investigación, no se puede garantizar que efectivamente esta población lo haga de forma constante como parte natural del proceso formativo y mucho menos correlacionada.

2) Requerimientos que poseen (personales y formativos) los docentes de ciencia y matemática para realizar investigación en la mediación pedagógica. Un resultado alentador es que el 88% de los docentes consultados expresaron que estarían anuentes a investigar si se les brinda asesoría. Un 92% expresa que le gusta leer temas relacionados con la investigación. Es notorio que tanto profesores de ciencia y matemática poseen características personales como la reflexión, cuestionamiento e indagación de su práctica educativa y trabajo en equipo, que facilita desarrollar investigación en la mediación pedagógica. Al respecto el 84% de lo docentes indican que les agrada trabajar en equipo. Sin embargo cuando se les cuestiona sobre la importancia que asigna a la investigación, la reflexión y el cuestionamiento constante de su práctica educativa en una escala del 1 al 10, los docentes de ciencia indican 9,6 en promedio y los de matemática 6,9 en promedio.

En cuanto a los requerimientos formativos como: redacción de ideas, objetivos, uso de citas textuales, interpretación de datos, tablas, gráficos y extracción de conclusiones. La principal dificultad que presentan los docentes es el manejo de citas textuales, vemos: el 68% se le dificulta incorporar citas textuales, el 80% los docentes indica no presentar dificultad para delimitar tema y plantear objetivos. Un 84% de los docentes no presentan dificultad par redactar ideas. Al 100% se le facilita interpretar datos, tablas y gráficos. Al 94% se le facilita la extracción de conclusiones.

3) Las ventajas o desventajas de los contextos institucionales y personales que impulsan al docente a realizar investigación en la mediación pedagógica.

Por el contraparte del 60% de los docentes que sí investigan, el 64% indican que se les facilita asignar tiempo para investigar, pues aunque no disponen de espacios institucionales asignados para ello o pago de lecciones, lo hacen como parte inherente a su labor de aula;

iniciando con alguna inquietud y a partir de ahí construyen ideas, problemas, objetivos, realizan una breve investigación bibliográfica para saber si hay algo avanzado con respecto al tema, elaboran y aplican instrumentos de recolección de información y analizan resultados. Señalan como principal ventaja el número de lecciones en los cuales el docente esta frente a grupo, y el trabajo conjunto con los estudiantes los cuales son la principal fuente para generar ideas. Este grupo de docentes señala como principal desventaja la motivación intrínseca que posee cada docente, más haya del apoyo externo, indican que debe haber un motivo fuerte a nivel personal ya sea individual o grupal que impulse a investigar.

El 40% de los docentes que no han investigado argumentan, que una limitante para realizar investigación es la imposibilidad de asignar o destinar tiempo dentro del horario lectivo para ésta, así como la falta de incentivos salariales. Los docentes señalan no tener motivación para investigar, aparte de considerarlo complicado, implica más trabajo por un mismo salario, donde nadie les esta pidiendo que lo hagan ni reconociendo, además ya tienen muchos años de servicio e indican estar próximos a jubilarse.

Conclusiones y Recomendaciones

La enseñanza como práctica investigadora y el profesor como investigador, son la base del modelo de indagación y formación del profesorado, cuyo propósito es mejorar la calidad del la Educación. La investigación docente debe ser producto de la colaboración de la comunidad educativa. No se aprende a investigar si no es investigando y se enseña a investigar investigando.

El docente debe explorar su labor profesional mediante la investigación acción, de forma tal que se constituya en una herramienta para mejorar su práctica y la de los alumnos. Los centros educativos tienen la responsabilidad de institucionalizar la investigación del docente, mediante cursos, reformas curriculares, programas, proyectos u otras hasta que sea parte de la cultura de instituciones educativas y de los profesionales en docencia.

En cuanto al rol del docente, es necesario que abandone el papel de consumidor pasivo de materias y contenidos curriculares y que pase a desarrollar un papel activo de cuestionamiento, indagación y transformación de su práctica profesional. Es fundamental preparar a los docentes de ciencia y matemática para que realicen investigación de forma constante y no como una práctica asilada de su labor educativa. Esta preparación es responsabilidad no solo de las universidades formadoras de formadores, o del gobierno, es primordialmente de los actuales docentes que se encuentran ejerciendo. Deben los docentes en servicio, asumir la responsabilidad moral, social y ética de introducir líneas de investigación a través de la mediación pedagógica de aula de forma tal que los alumnos empiecen estimulados por sus docentes de ciencia y matemática, de forma gradual a formular ideas, cuestionamientos, recopilar información entre otros.

Si bien es cierto que el docente requiere formación continua, más haya de la actualización es fundamental el deseo de ser mejor docente cada día y no caer en el conformismo que el sistema a veces impone, la calidad de la educación es marcada por la calidad de educadores que somos y como tales debemos formar, construir y generar. El sistema requiere educadores. Docentes por vocación y formación.

Se debe trabajar en que los docentes de ciencia y matemática que han realizado algún tipo de investigación, lo hagan de forma constante como parte natural del proceso formativo, mediante la incorporación de la formación universitaria, y mediante programas de extensión universitaria que atienda las necesidades concretas de la población que se encuentra en servicio y expresa deseo de investigar si se le brinda asesoría.

Se debe incorporar la investigación estudiantil en alumnos desde temprana edad, desde sétimo en las materias de ciencia y matemática, incluso estas investigaciones sobre un tema pueden estar correlacionadas y evaluadas en ambas materias, con el propósito de aprender haciendo e ir incorporando la investigación de una forma sutil y gradual en alumnos, para que cuando se egresen y asistan a las universidades no vean la investigación como algo nuevo, extraño o difícil.

Incorporar la investigación de aula permite a los docentes en servicio aproximarse poco a poco a esta, y actualizarse de forma continua. Sin embargo los recursos destinados a capacitación continua son insuficientes para la actualización en el campo de la matemática, la ciencia e investigación entre otras áreas prioritarias, por lo tanto, se hace necesaria la búsqueda de recursos externos.

Referencias bibliográficas

Bolívar, A., Domingo, J. y Fernández, M. (2001). Investigación biográfica-narrativa en educación. Enfoque y metodología. Madrid: La Muralla.

Chacón, A. (2010). *Aprovechamiento de los medios didácticos por parte de los profesores del Sistema Educativo Saint Clare, para mejorar el proceso de enseñanza de la matemática de los estudiantes de octavo nivel durante el curso lectivo del 2009*. Costa Rica. Tercer Encuentro, Enseñanza de la matemática UNED, 2010.

CIMM, UCR. (2007). La Educación Matemática en Costa Rica: Ideas y recomendaciones. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. 2007, Año 2, Número 3, pp. 189-197.

Fallas, I. (2005). *Educ@ción en la sociedad de la información y el conocimiento*. EUNED. Costa Rica.

Gimeno, J. (1995). *El curriculum: Una reflexión sobre la práctica.* (Sétima Edición ed.). Madrid, España: Ediciones Morata.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. (2010). *Metodología de la Investigación.* México D.F.: McGraw-Hill.

Isoda, M. & Olfos, R. (2009). *Descripción y relevancia del Estudio de Clase.* CRICED, Unviversidad de Tsukuba y PUCV, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

ITCR. (2012). Plan de enseñanza de la Matemática asistida por computadora. Consultado en: http://www.tec.ac.cr/estudiantes/Paginas/PlanesEstudio.aspx

Latorre, A. (2005). La investigación – acción: Conocer y cambiar la práctica educativa. Barcelona: Editorial Graó . 3a ed.

MC. Millan, J.; Schumacher, S. (2001). Investigación Educativa. Madrid: Pearson Educación

Popkewitz, T. (2006). Paradigmas e ideología en la investigación educativa. Madrid: Mondadori.

Stenhouse, L. (1998), Investigación y desarrollo del currículo. Madrid. Morata.

UNA. (2013). Escuela de Ciencias Exactas y Naturales. Escuela de Matemática. Profesorado, Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática Consultado en: http://www.una.ac.cr/index.php?option=com_remository&Itemid=0&func=startdown&id=111

UCR. (2013). Plan de estudio de Enseñanza de la matemática. Consultado en: http://www.emate.ucr.ac.cr/

UNED. (2013). Plan de estudio de Enseñanza de la matemática. Consultado en: http://web.uned.ac.cr/ceu/liberia/2012/09/08/plan-de-estudios-ensenanza-de-la-matematica/

La importancia del diseño instruccional en la enseñanza de las matemáticas con apoyo de las tecnologías de la información.

Teresa Carrillo Ramírez, Víctor J. Palencia Gómez[1]

Resumen: Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación han impactado a todos los sectores de la vida diaria y la educación no es la excepción, especialmente considerando que los niños y jóvenes que asisten actualmente a las escuelas pertenecen a una generación que convive de forma cotidiana con la tecnología. En este sentido, los docentes debemos conocer las nuevas necesidades académicas de nuestros alumnos para diseñar y planear nuestras clases de tal forma que éstas sean satisfechas. El diseño instruccional, como un proceso sistemático y planificado, proporciona al docente de cualquier área y de cualquier nivel educativo una potente herramienta para lograr los objetivos de enseñanza, es decir, un aprendizaje significativo en el alumno. En este trabajo se propone un modelo de diseño instruccional que contempla la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación para la enseñanza de las matemáticas a nivel secundaria, dentro de una orientación constructivista.

1. Introducción

Muchos niños y jóvenes crecen en ambientes altamente mediados por la tecnología, sobre todo la audiovisual y la digital, sus escenarios de socialización son muy diferentes a los experimentados por sus padres y profesores. Estas nuevas tecnologías parecen atraer de manera especial la atención de los más jóvenes, que desarrollan una gran habilidad para captar sus mensajes (Sancho, 2006). Este interés que despiertan las tecnologías en nuestros estudiantes, puede y debe aprovecharse para mejorar su aprendizaje.

Lo anterior implica que los profesores debemos cambiar nuestra forma de "enseñar", considerando que enseñar significa mostrar, señalar o distinguir algo a alguien en un proceso de múltiples interacciones que implica tanto enseñanza (del docente), como aprendizaje (de los estudiantes) (Crovi Druetta, 2007). El hecho es que las interacciones en una enseñanza tradicional son mínimas y mantienen al estudiante en un rol pasivo. Por ello

[1]Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM. México. teresacr71@yahoo.com.mx, palencia@unam.mx México.

se plantea la iniciativa de modificar la forma de impartir clases basándonos en un modelo de diseño instruccional (DI) que permita incorporar las nuevas tecnologías.

En este sentido, es importante destacar que la elaboración de material y el diseño de estrategias para impartir una asignatura no es tarea que se pueda realizar de forma intuitiva, especialmente cuando se trata de incorporar las TIC a la impartición de nuestras clases. Por lo anterior los docentes necesitamos actualizarnos constantemente en áreas como educación, teorías del aprendizaje, estrategias enseñanza-aprendizaje, modelos educativos y diseño instruccional, entre otros.

La UNESCO, en la Conferencia Mundial sobre la Educación Superior, resalta la necesidad de un nuevo modelo de enseñanza que implica una renovación de los contenidos, métodos, prácticas y medios de transmisión del saber, que permitan superar el mero dominio cognitivo, para lo cual es necesario, combinar el saber teórico y práctico tradicional con la ciencia y la tecnología de vanguardia (Art.11). (UNESCO, Conferencia Mundial sobre la Educación Superior, 1998).

Partiendo de estas consideraciones, este trabajo destaca la importancia del diseño instruccional para incluir las TIC en la enseñanza matemática de alumnos de secundaria con el objetivo de producir en ellos un aprendizaje significativo, al mismo tiempo que se desarrollan habilidades informacionales útiles en el aprendizaje a lo largo de la vida.

2. Problemática

Con el estudio de las matemáticas se busca que los jóvenes desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presenten en diversos entornos, que puedan comprender las explicaciones y los razonamientos matemáticos de otros, y que sean capaces de utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas.

Sin embargo, de acuerdo con investigaciones realizadas en los Estados Unidos (pero que pueden tener aplicabilidad en otros países), aproximadamente un 65% de la población estudiantil no responde a las formas abstractas de enseñanza, que algunos autores llaman la “mayoría olvidada”. A pesar de ello, tradicionalmente, materias como matemática, ciencias y lenguaje se enseñan de una manera que beneficia a los alumnos que aprenden mejor en forma abstracta. De hecho, estudios realizados por Kolb, entre otros (CORD, Leadig Change in Education, 2003), concluyen que menos del 25% de los alumnos son alumnos “abstractos”. Estos autores agregan que, la mayoría de los alumnos aprende mejor cuando pueden conectar los nuevos conceptos con el mundo real a través de sus propias experiencias o las experiencias que puedan darle sus profesores

Por ello las TIC presentan una gran ventaja, ya que permiten motivar al alumno al mismo tiempo que se diversifican las interacciones y los medios de comunicación, permitiendo que el alumno pueda hacer conexiones que le faciliten el procesamiento de la información que recibe. Para que la introducción de las TIC en la enseñanza de las matemáticas sea eficiente y pertinente se cuenta con el diseño instruccional, el cual proporciona un soporte robusto en la organización de nuestras clases.

Terminamos esta sección citando a Kilpatric, Gómez y Rico (Castillo 2008): “El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva a partir de estructuras cognitivas que están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes”.

3. El diseño instruccional

El diseño instruccional (DI) es un proceso sistemático, planificado y estructurado, que se apoya en una orientación psicopedagógica del aprendizaje para producir, con calidad, una amplia variedad de materiales educativos acordes a las necesidades de los estudiantes, teniendo como objetivo la calidad en el aprendizaje (Vázquez & Romero, 2009). De esta manera, su objetivo final es la planificación de una serie de componentes que tiene como guía el aprendizaje de los estudiantes utilizando las TIC como medios.

El proceso del diseño instruccional con el apoyo de las TIC ofrece múltiples perspectivas de creación, lo que desemboca en una diversidad de interacciones, que deben ser integradas. Por lo tanto, es necesario formular diseños instruccionales que permitan el acceso a la información de manera compartida (Polo, 2001).

Sin embargo, las nuevas tecnologías no son, por sí mismas, la alternativa para lograr un aprendizaje significativo, es necesario sustentarlas sobre teorías del aprendizaje y sobre un diseño instruccional analizado y planificado para lograr las metas planteadas.

Asimismo, el empleo de las TIC en el diseño instruccional no significa recurrir a Internet para colocar en un sitio o en presentaciones los materiales que se han venido trabajando en una enseñanza tradicional. Implica realizar un estudio previo de la situación y el ambiente de aprendizaje, de los requerimientos de los alumnos y de la asignatura, de los tiempos, los recursos y todos los componentes involucrados; es decir, el uso de las tecnologías trae como corolario para el diseñador, muchas exigencias en términos de reflexión teórica y metodológica. Las TIC utilizadas bajo DI centrados en el alumno ayudan a potenciar en él un aprendizaje constructivista que, a su vez, estimula el razonamiento y el "aprender a aprender" (Polo, 2001).

Desde un enfoque sistémico, el diseño instruccional contempla diferentes etapas:

- Análisis: Se define el problema, se identifica la fuente del problema y se determinan las posibles soluciones, obteniendo las metas instruccionales y las tareas a realizar.
- Diseño: Es el bosquejo de cómo alcanzar las metas instruccionales; concreción de los objetivos y designación y organización de las estrategias y de la evaluación;
- Desarrollo: Elaboración de las guías didácticas o instruccionales.
- Implementación: Es la puesta en marcha.
- Evaluación: Debe darse en cada una de las fases y puede ser formativa, durante el desarrollo de todas las fases con el fin de realizar las adecuaciones, o sumativa para verificar la efectividad total de la instrucción.

El resultado de la etapa del diseño son las guías instruccionales (o didácticas), las cuales son un documento en el que se desglosa y describe la organización de los componentes involucrados. Para poder elaborar una guía instruccional es importante tener claros los elementos que las componen, éstos se presentan en el Cuadro 1, en el cual también se indica el área a la que pertenece cada uno. La importancia de este documento radica en que a partir de él se desarrolla toda la actividad instruccional, así que si algún componente se pasa por alto o se descuida, esto se verá reflejado en el logro de los objetivos.

CUADRO 1. COMPONENTES DE LAS GUÍAS INSTRUCCIONALES

Componente	Área
Objetivos (generales y específicos) Contenido (temas y subtemas)	Informativa
Estrategias y técnicas de enseñanza Recursos y materiales didácticos Tiempos (horarios y calendarios)	De desarrollo
Instrumentos de evaluación Evidencias de aprendizaje	De cierre y/o retroalimentación

3.1 Teorías del aprendizaje y el diseño instruccional

Un elemento esencial en la preparación de un DI es la sustentación en las teorías del aprendizaje, porque permite contemplar todas las dimensiones de la situación (Polo 2001).

En el Cuadro 2 se presenta un concentrado de la relación de las teorías del aprendizaje con el diseño instruccional al identificar el tipo de aprendizaje que se pretende lograr con las estrategias que se pueden usar para ello (Ertmer, 1993).

Algunos autores, como Ertmer y Newby (1993), consideran que las teorías conductistas son apropiadas para conocimientos básicos, y conforme éstos van avanzando en complejidad son mejores las teorías cognitivistas y las constructivistas.

Entonces, el DI representa la conexión entre las teorías del aprendizaje y su puesta en práctica, y reflejará el enfoque teórico que posea el diseñador instruccional respecto a los procesos de enseñanza-aprendizaje (De León, 2007).

3.2 Estrategias de enseñanza

Las estrategias de enseñanza son el conjunto de actividades, técnicas y medios que se planifican de acuerdo con las siguientes cinco áreas (Diaz-Barriga & Rojas, 2004):

1. Características generales de los aprendices.
2. Tipo de dominio del conocimiento y del contenido curricular.
3. Meta que se desea lograr y actividades cognitivas y pedagógicas que debe realizar el alumno para conseguirla.
4. Vigilancia del proceso de enseñanza aprendizaje.
5. Determinación del contexto intersubjetivo.

CUADRO 2. TEORÍAS DEL APRENDIZAJE Y ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES

Teoría	**Tipo de aprendizaje**	**Estrategias**
Conductismo Cambios observables en la conducta	Aprendizaje introductorio Discriminaciones, generalizaciones, asociaciones y encadenamientos	Construir y reforzar asociaciones estímulo respuesta
Cognitivismo Adquisición del conocimiento mediante estructuras mentales y esquemas existentes.	Adquisición de conocimientos avanzados. Solución de problemas, formación de conceptos y procesamiento de información.	Simplificación, estandarización, análisis jerárquico. Participación activa del estudiante. Conexiones con material previamente aprendido.
Constructivismo Creación de significados a partir de la experiencia	Adquisición de conocimientos expertos, solución de problemas complejos y poco estructurados, formación de conceptos abstractos.	Actividades interactivas, simulaciones. Manipulación de información. Diversidad en las actividades.
Constructivismo sociocultural Creación de significados a partir de la experiencia y el entorno.	Aprendizaje contextualizado, conocimientos expertos que el estudiante interioriza y se apropia de representaciones y procesos a partir de la interacción conjunta	Discusiones de situaciones en el grupo, trabajo colaborativo, mesas de debate.

Fuente: Ertmer, P. A. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: Una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarterly* , 50-72.

El DI es la forma de organizar las estrategias y determinar la técnicas, convirtiéndolo en el elemento central de los materiales de aprendizaje y representa el factor crítico de su posible éxito o fracaso (Ogalde & González, 2007).

Es importante tener presente que el alumno que aprende matemáticas desde un punto de vista constructivista debe construir los conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos y con otros sujetos, es así que las estrategias deben estar orientadas a facilitarle dicha interacción. Es decir, dichos objetos deberán aparecer en un problema o situación real y no en ejercicios que carezcan de contexto (Castillo, 2008).

Como parte de estas estrategias se incorporan las TIC, tomando en cuenta tanto aspectos perceptivos como estéticos, que estarán en función de los esquemas culturales.

De esta manera, al ofrecerle al alumno nuevas formas de acceso a la información y a los contenidos, se le da la posibilidad de ajustarlos a sus estilos y preferencia de aprendizaje, potenciando su aprendizaje (OECD, 2001). Muchos estudios revelan que recurrir a las TIC favorece la motivación de los estudiantes por el aprendizaje, aumenta su interés por las diferentes materias, desarrolla su autonomía y su sentido de cooperación (St-Pierre, 2001).

En este punto cabe destacar que uno de los temas constitutivos en la selección de recursos tecnológicos, es la modalidad en que se presentará el lenguaje: oral o impreso, debido a que éste es el vehículo básico para comunicar lo que se va a enseñar (Gagné, 1993, pág. 297).

Asimismo, otro punto fundamental (Ferreiro, 2006) en esta elección es la presentación didáctica de los contenidos y cómo éstos generan en los estudiantes los procesos psicológicos que permitan procesar información y aprender significativamente (entre ellos, los de sentido y significado, metacognición y transferencia), para lograr esto con las TIC deben considerarse los principios que propone Richard Mayer en su teoría cognitiva del aprendizaje (Mayer, 2001, pág. 184), en la cual considera que la información se procesa por dos canales: visual y auditivo, que tienen una capacidad limitada. Estos principios son:

1. Multimedia: Los estudiantes aprenden más con palabras e imágenes que sólo con palabras.
2. Contigüidad espacial: Los estudiantes aprenden más cuando las palabras y sus imágenes correspondientes se presentan en forma cercana.
3. Contigüidad temporal: Los estudiantes aprenden mejor cuando las palabras e imágenes correspondientes se presentan en forma simultánea que cuando se presentan en forma sucesiva.
4. Coherencia: Los estudiantes aprenden mejor cuando se excluyen palabras, imágenes o sonidos extraños que cuando éstos se incluyen.
5. Modalidad: Los estudiantes aprenden mejor de la animación con narración que de la animación con texto en pantalla.
6. Redundancia: Los estudiantes aprenden mejor de la animación con narración, que de la animación con narración y texto en pantalla.

Una vez que se toman en consideración los puntos anteriores, podemos proceder a la elección del modelo de DI.

4. Modelos de diseño instruccional

Los modelos instruccionales son guías que los instructores utilizan en el proceso de enseñanza aprendizaje, constituyen el armazón procesal sobre el cual se produce la instrucción de forma sistemática y fundamentada en las teorías del aprendizaje. La Figura 1 presenta una clasificación general de los diferentes tipos de modelos instruccionales:

FIGURA 1. CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS INSTRUCCIONALES.

- Modelos instruccionales
  - Primera generación
    - Basados en el conductismo
    - Son unidireccionales
    - Dick & Carey o ADDIE
  - Segunda generación
    - Se sustentan en la teoría de sistemas y el procesamiento de la información
    - Transición entre conductismo y cognitivismo
    - Sistema de aprendizaje abierto
    - Jerrold & Kemp, Gagné y Briggs
  - Tercera generación
    - Diseños cognitivos
    - Son unidireccionales
    - Modelo de Merrill
  - Cuarta generación
    - Heurísticos: se sustentan en diferentes teorías
    - Consideran el uso de tecnologías
    - Modelo de Chacon o el DIA

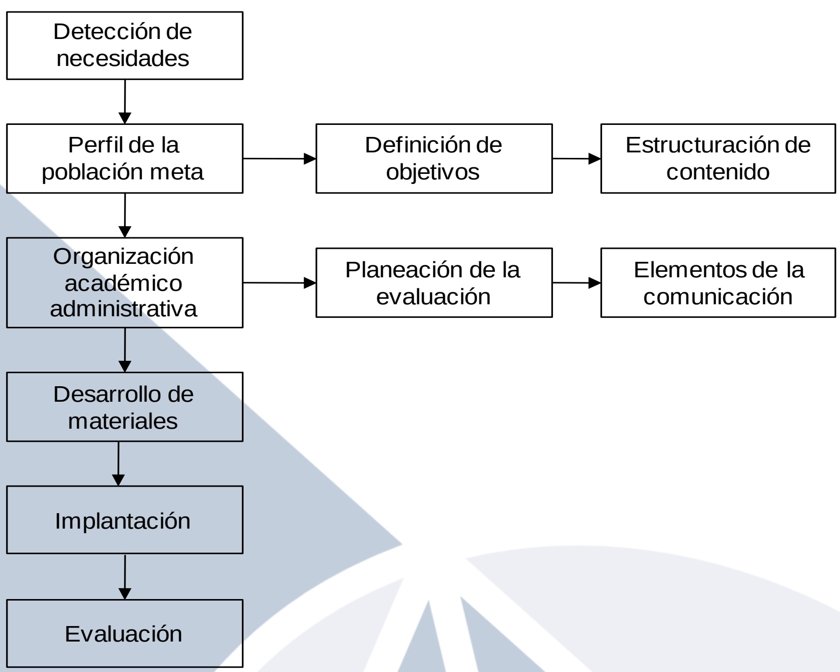
Fuente: Información tomada de Yukavetsky (2003), Gonzales (2006) y Polo (2001).

El modelo que se propone es el Diseño Instruccional Ampliado (DIA). Este modelo, al pertenecer a la cuarta generación se sustenta en teorías como la de sistemas y las constructivistas, que combinan materiales con actividades de aprendizaje, lo cual permite al alumno ir construyendo su propio conocimiento, además de que permite integrar el uso de las tecnologías con una serie de reglas más flexibles y ajustables a los diferentes contextos.

Las etapas que componen el modelo DIA se esquematizan de manera muy general en la Figura 2.

Como puede observarse, las etapas que componen este modelo no difieren mucho de las que seguimos al momento de planear nuestras clases, su importancia radica en que se sigue un orden y se incluye una etapa de desarrollo de materiales. En esta etapa se elaboran o consiguen los recursos tecnológicos que se desean incorporar una vez que se han definido los objetivos y se tienen claros los objetivos de comunicación. Aquí cabe destacar que los recursos pueden ir desde una presentación (conductista – conocimientos básicos) hasta actividades interactivas y simulaciones (constructivista – solución de problemas), y que estos no siempre son elaborados por el profesor, pueden ser recursos disponibles en internet, aplicaciones de la propia institución educativa e incluso materiales desarrollados por los alumnos.

FIGURA 2. ETAPAS DEL MODELO DIA (DISEÑO INSTRUCCIONAL AMPLIADO)



Fuente: Méndez, M. J. (Noviembre de 2008). Diseño instruccional y desarrollo de proyectos de educación a distancia.

5. Conclusiones

Actualmente los profesores de matemáticas enfrentamos los retos de su enseñanza con todos los recursos a nuestro alcance, con la ventaja de que ahora contamos con las TIC que nos permiten explorar y explotar canales en el aprendizaje de nuestros alumnos que antes era muy difícil de acceder. Lo importante, y que no debemos pasar por alto, es que esta incorporación debe hacerse de forma planificada, por lo cual recurrir al diseño instruccional nos proporciona un soporte sólido para el éxito en la labor de enseñar matemáticas a adolescentes.

6. Referencias

Castillo, S. (2008). Prouesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC´s en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* , 171-194.

CORD, Leadig Change in Education. (2003). *Enseñanza contextual de matemática.* Recuperado el Septiembre de 2013, de http://www.cord.org/uploadedfiles/Ensenanza%20Contextual%20de%20Matematica.pdf

Crovi Druetta, D. (2007). *Comunicación educativa y mediaciones tecnológicas. Hacia nuevos ambientes de aprendizaje.* México: ILCE.

De León, I. C. (2007). Diseño Instruccional y tecnologías de la información y la comunicación. Algunas reflexiones. *Revista de Investigación No. 61*, 13-33.

Diaz-Barriga, F., & Rojas, G. H. (2004). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista.* México: McGraw Hill.

Ertmer, P. A. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: Una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarterly*, 50-72.

Ferreiro, R. y. (2006). *Un concepto clave para aplicar exitosamente las tecnologías de la educación: los nuevos ambientes de aprendizaje.* Recuperado el 2010, de http://www.joserafaelpinorusconichio.com/documentos/cursos_maestria/unid_nuevas_tecnologias_aplicadas_educacion/22481776.pdf

Gagné, R. M. (1993). *Las condiciones del aprendizaje.* México: McGraw Hill.

Gonzales, S., & Mauricio, D. (Junio de 2006). *Un modelo blended learning para la enseñanza de la educación superior.* Recuperado el Septiembre de 2013, de Virtual educa: http://ihm.ccadet.unam.mx/virtualeduca2006/pdf/133-SGS.pdf

Mayer, R. (2001). *Multimedia learning.* New York : CUP.

OECD, (. f.-o. (2001). *E-learning. The parnership challenge.* Francia: OECD Publications. Education and Skills.

Ogalde, I. C., & González, M. (2007). *Nuevas tecnologías y educación.* México: Trillas.

Polo, M. (2001). El diseño instruccional y las tecnologías de la información y la comunicación. *Docencia universitaria. Vol II*.

Sancho, J. G. (2006). *Tecnologías para transformar la educación.* España: Akal / Universidad Internacional de Andaluciía.

St-Pierre, A. y. (2001). *Pedagogía e Internet. Aprovechameinto de las nuevas tecnologías.* México: Trillas.

Vázquez, L., & Romero. (2009). *Diseño Instruccional.* Recuperado el Septiembre de 2013, de http://www.peu.buap.mx/Revista_10/articulos/Disenoinstruccional.pdf

Yukavenstky, G. (s.f.). *La elaboración de un módulo instruccional.* Recuperado el Septiembre de 2013, de Universidad de Puerto Rico en Humacao: http://www1.uprh.edu/ccc/CCC/La%20elaboracion%20de%20un%20modulo%20instruccional/CCC_LEDUMI.pdf

Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas, desarrollo de competencias mediante un enfoque interdisciplinario de la educación: experiencia de aula.

María Alejandra Chacón Fonseca.[1]

Resumen: El Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas permite el desarrollo de competencias. La importancia del proyecto como el que se presenta, radica en elaborar una propuesta de planeamiento pedagógico interdisciplinario que se adapte al modelo Educativo Costarricense, en el cual se integre la interdisciplinariedad y la Resolución de Problemas como parte labor docente, de forma tal que le brinde la oportunidad al docente de mantenerse en formación continua retroalimentándose constantemente sobre la enseñanza y los aprendizajes. A la vez que la experiencia le permite a los estudiantes ser parte de su propio proceso de formación.

Palabras clave: Aprendizaje basado en la Resolución de problemas, Interdisciplinariedad.

Introducción

La educación es considerada como parte de un proceso social, la cual debe propiciar una formación básica que se sustente en el patrón cultural propio de cada sociedad que involucra tanto conocimientos, como formas de vida, actitudes y valores. El currículo educativo y en particular el matemático, tiene como objetivo plantear una propuesta capaz de ser traducida en la práctica, responder a las políticas del Estado, demandas educativas de la sociedad, el nivel cultural, social y económico de la nación, así como el nivel de desarrollo del país.

Según Bolaños (2006), el objetivo primordial de la educación, tanto en el nivel social como en el cultural, pretende que sus ciudadanos adquieran capacitación social y

[1] Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica. mchacon@uned.ac.cr

política; en este sentido, el docente debe preocuparse por conocer la problemática de la sociedad en que está inmerso para poder responder, de mejor manera, a la gestión educativa a la que está comprometido.

Se demanda de un docente que reflexione sobre sus prácticas educativas, tiene un papel de investigador en la acción, con un amplio nivel de autonomía y creatividad para atender problemáticas propias de su entorno. Tanto profesores como estudiantes se esfuerzan por mejorar en forma continua y progresiva, mediante métodos de enseñanza y aprendizaje trabajando con otros profesores para examinarse y criticarse mutuamente las técnicas de enseñanza lo que es un modelo de enseñanza colectivo.

Marco teórico

Según la función individual de la educación, “La educación es esencial e inherente a la condición humana, le permite evolucionar y perfeccionar sus propias condiciones humanas” (Bolaños, 2006, p.18). Así como también, la educación propicia el desarrollo integral de la personalidad y prepara al individuo para la vida, tanto en su etapa de socialización, como a nivel profesional. Es este desarrollo integral, parte del cual se quiere estimular mediante el Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas, desde un abordaje interdisciplinario que permita al estudiante desarrollar habilidades y competencias.

La función social e individual en la que está comprometida la educación, puede ser considerada como procesos paralelos, en vista que el ser humano se desarrolla individualmente dentro de los grupos sociales en los que interactúa. Ante tal situación, el docente debe procurar utilizar este paralelismo para fomentar el desarrollo social del ser humano.

La metodología denominada Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas le permite al estudiante evaluar o intentar lo que conoce, descubrir lo que necesita aprender, desarrollar habilidades interpersonales para lograr un mejor desempeño en el trabajo en grupo, mejorar sus habilidades comunicativas, argumentar posiciones con evidencia sólida, flexibilizar su procesamiento de información, enfrentar obligaciones y practicar sus habilidades (Landsberger, 2011, p.1).

Bajo este contexto es que a nivel nacional se examinan experiencias exitosas en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática el ámbito internacional, lo que motiva a la renovación y actualización de la formación de educadores y programas de matemática a nivel de primaria y secundaria.

Durante el 2011 el Ministerio de Educación Púbica de Costa Rica, delega la elaboración de nuevos programas de enseñanza de la matemática a nivel de primaria y secundaria, en este mismo año inician capacitaciones a docentes en servicio para divulgar y preparar en cuanto a contenidos y metodologías que los nuevos programas plantean. Durante el 2012 el Consejo Superior de Educación aprobó los nuevos programas, lo que lleva a cambios tanto a nivel internos del Ministerio de Educación Pública, como a nivel universitario, específicamente las carreras de enseñanza de la matemática.

Ante esta situación es fundamental la participación de las universidades como formadoras de formadores y es ante la aprobación de los nuevos programas que se hace una obligación y una responsabilidad que la Resolución de Problemas como metodología pase a ser eje transversal y temático en todo el programa de enseñanza de la matemática.

La Resolución de Problemas es entendida como una metodología en la cual el aprendizaje se construye en base a los conocimientos previos que poseen los alumnos.

El alumno aprende trabajando e investigando en forma grupal, en base a problemas cercanos a su entorno y a su realidad, de ahí su nombre de Aprendizaje Basado en Problemas o Problem - Based Learning (PBL). (PBL, 2013, p.1). Según PBL, 2013 los objetivos que se persiguen con esta metodología son:

- Trabajar la motivación de los alumnos como motor central de su aprendizaje.
- Potenciar el desarrollo de las competencias que serán necesarias en el mundo futuro de los alumnos.
- Prestar especial atención al aspecto social del aprendizaje.
- Conseguir el desarrollo de la inteligencia y el estilo personal de cada alumno.
- Insistir en la capacidad personal de aprendizaje, desarrollando los aspectos más importantes del aprender a aprender.
- Trabajar en un entorno social.

> Provocar en los alumnos los conflictos necesarios para estimular su aprendizaje. Conseguir las habilidades necesarias para que los alumnos evalúen su aprendizaje. (PBL, 2013, p.1).

En el Aprendizaje basado en problemas, el profesor asume un rol de facilitador y mentor. El docente le presenta un problema al grupo, sin clase previa, tarea o ejercicios, es decir sin dar un abordaje teórico del tema a desarrollar. El contenido no le es impartido al alumno, es a través del trabajo individual y grupal que el estudiante activa su aprendizaje, descubre y trabaja con el contenido que él determina necesario para resolver el problema.

Mediante estos procesos reflexivos el docente desarrollan nuevos patrones de pensamiento para abordar la complejidad de la enseñanza, lo que le permite regresar a sus rutinas y considerar posibles alternativas de instrucción y el impacto que podrían causar en los estudiantes (Even, & Loewenberg, 2009, p.121).

La importancia del proyecto como el que se presenta, radica en elaborar una propuesta de planeamiento pedagógico interdisciplinario que se adapte al modelo Educativo Costarricense, en el cual se integre la interdisciplinariedad y la resolución de problemas como parte de la labor docente, de forma tal que le brinde la oportunidad al mismo docente de mantenerse en formación de manera continua retroalimentándose constantemente sobre la enseñanza y los aprendizajes. A la vez que esta experiencia le permita a los estudiantes ser parte de su propio proceso de formación.

Se plantea así la necesidad de que los docentes reconozcan la importancia de la correlación entre materias, como medio que contribuye a la visión de totalidad para lo cual se motiva a un grupo de profesores de noveno nivel a elaborar un planeamiento pedagógico integrado que permita a docentes y estudiantes el aprendizaje basado en la resolución de problemas, estimulando competencias mediante la interdisciplinariedad.

Marco metodológico.

Por tanto, el presente proyecto de investigación se orienta hacia el estudio e implementación de la parte conceptual de la interdisciplinariedad y la resolución de problemas, indispensables para iniciar una sistematización sobre lo que implica generar conocimientos que sustenten una reforma educativa institucional asociada a enseñar y aprender la matemática desde un enfoque integral.

Una sistematización de esta naturaleza y dimensión requiere una planificación educativa y administrativa específica, con determinadas acciones y valoraciones continuas de lo que se realice en el corto y mediano plazo. De igual manera, no podría darse sin una eventual colaboración de diferentes instancias y funcionarios: estudiantes, docentes, académicos, investigadores, y personal administrativo. Es por eso que, en una clara intención de grupo y compromiso para la mejora de lo que tiene que llegar a ser la enseñanza de la matemática basado en la Resolución de Problemas, se plantea el presente proyecto de investigación a desarrollarse con los docentes y estudiantes de noveno nivel del Colegio Saint Clare, ubicado en San Juan de Tres Ríos.

Docentes de las materias de Francés, Español, Ciencia, Matemática, Arte, Conversación, Música, coinciden en la necesidad de estudiar temas desde diferentes perspectivas o disciplinas académicas que le permitan al estudiante tomar conciencia de la realidad, pero sobre todo de la interrelación y la necesidad de toda disciplina haciendo énfasis en cómo una disciplina aporta a otra permitiendo el desarrollo humano.

Se plantea como objetivo reconocer la importancia de la correlación entre materias, como medio que contribuye a la visión de totalidad. La población meta a la cual está dirigido el proyecto los ciento ocho estudiantes de noveno nivel del Colegio Saint Clare, y los promotores del mismo es el grupo de profesores de Francés, Español, Ciencia, Matemática, Arte, Conversación, Música.

Los docentes se reúnen al iniciar el primer trimestre del 2013, en dicha reunión cada docente desde su disciplina expone los contenidos programáticos que deben desarrollar durante el primer y segundo trimestre del curso lectivo del 2013.

Se plantea desarrollar el proyecto durante el primer y segundo trimestre del curso lectivo 2013, esto para que cada alumno pueda ir avanzando a su propio ritmo de aprendizaje y puedan ser autores del mismo. También como es un experiencia novedosa no se quería generar ningún tipo de presión académica, que obstaculizará el desarrollo del mismo.

El proyecto se define de manera tal que provea el cambio estratégico en la forma de abordar los contenido programáticos de cada disciplina, a partir de una adecuada planificación de los procesos educativos, integrando el aprendizaje y la enseñanza de la Resolución de Problemas. El reto o problema planteado a los estudiantes consiste en:

Diseño y Confección de una silla.

1. La silla puede ser confeccionada máximo en grupos de 4 alumnos, los alumnos conforman los grupos.
2. La Silla debe ser hecha de material de cartón de reutilizar. No será permitido el uso de cartulina comprada o cartón de presentación. El cartón recomendado es el de la caja de supermercado pues tiene el gramaje necesario para soportar el peso solicitado.
3. Materiales a utilizar: Cúter, lápiz, marcador, no se permite el uso de grapas, cinta adhesiva, goma u otros como mecate para pegar las partes de la silla.
4. No se permitirá usar más de 2 metros cuadrados de cartón en su fabricación.
5. La silla debe tener lados y respaldar.
6. La silla debe ser capaz de soportar alrededor de 20 kg de peso en libros.

El objetivo general del proyecto fue: Confeccionar una silla, mediante el abordaje interdisciplinario en noveno nivel haciendo uso de la metodología de aprendizaje basado en la resolución de problemas durante el primer y segundo trimestre del 2013.

Para el logro del objetivo general se definieron los siguientes objetivos específicos a cargo de distintos docentes según la disciplina.

- Investigar sobre la historia de la silla, sus orígenes, tipos de silla, diferencia de esta con el banco y sillón. (Este objetivo se desarrolló en la materia de Francés).
- Investigar la silla en forma metafórica, para tal fin, se tomará en cuenta la connotación que posee ese mueble en la sociedad. Entre esos conceptos están: la silla presidencial, la silla eléctrica, la silla caliente, el pupitre, la silla dentista, entre otros. (Este objetivo se desarrolló en la materia de Español).
- Indagar sobre la estructura y el funcionamiento de la silla. En caso necesario, se

utilizarán las unidades del sistema internacional, se hará uso de los números reales. (Este objetivo se desarrolló en la materia de Ciencia).

- Diseñar en papel la silla, mediante, las proporciones deben ser a escala y hacer uso de los números reales, así como fórmulas para determinar la medida de al menos dos de las diagonales. (Este objetivo se desarrolló en la materia de Matemática).
- Trasladar el diseño de la silla, a un plano tridimensional, a escala en maqueta. (Este objetivo se desarrolló en la materia de Arte).
- Exponer las experiencias más relevantes vividas en el proceso de confección de la silla. (Este objetivo se desarrolló en la materia de Conversación).
- Presentar en forma grupal la silla elaborada para su evaluación final.

El desarrollo del abordaje interdisciplinario implica la incorporar de un pensamiento proactivo en una enseñanza basada en contenidos; trabajo en equipo y de criterio profesional y docentes con carácter bien formado, que sean capaces de aprender y pensar por su cuenta, de tomar decisiones, de actuar en forma independiente, de resolver problemas, de colaborar y de ser sensibles con los demás.

Los docentes de distintas disciplinas (Francés, Español, Ciencia, Matemática, Arte, Conversación, Música) trabajaron de forma interdisciplinaria y correlacionada estimulado las habilidades, competencias y la creatividad de cada uno de los estudiantes mediante la metodología de investigación acción. Para recopilar información referente a todo el proceso se aplicaron instrumentos de evaluación tanto para la entrega de anteproyecto como del proyecto final; aunado a esto se realizaron entrevistas dirigidas y cuestionarios a estudiantes para autoevaluar la actividad realizada.

En los actuales programas de matemática se considera la metodología de resolución de problemas, base sobre la cual se organiza la lección donde se propone de entrada la activación de procesos que pueden generar competencia matemática en el planteamiento y resolución de problemas. Esto es una primera orientación. Si, además, el énfasis se da en problemas contextualizados se puede avanzar en más competencias, siempre y cuando esto se haga de una forma adecuada: con problemas que demanden una participación “activa” por parte del estudiante. Y eso se logra si el problema seleccionado genera estrategias y acciones mentales significativas por parte del estudiante; esto se favorece si el problema posee “realidad”. La investigación revela que la identificación, uso y diseño de modelos matemáticos sencillos que respondan a las situaciones es relevante para generar una participación “activa” que potencie el desarrollo de competencias. Un aspecto adicional que se plantea es que esa “realidad” suscite interés, motivación y confianza en la utilidad de las matemáticas, estimulando así una actitud positiva que favorezca el aprendizaje. (MEP, 2012, p.36).

Al respecto, en los nuevos programas de Matemática (MEP, 2012) se señala que la acción del docente puede potenciar la activación de procesos matemáticos y la generación de las competencias asociadas a ellos, mediante:

1. Potenciar la fase de trabajo independiente por parte de los estudiantes en las situaciones problema. Pues el aprendizaje y desarrollo de la competencia matemática requiere que haya una fase independiente en la que el estudiante se enfrente a situaciones problema sin intervención directa del docente. Se trata de situaciones en las cuales, aunque preparadas y colocadas por el educador, el estudiante busca estrategias de solución por él mismo, sea de forma individual, en pareja o en subgrupos. Esta fase es esencial para provocar la activación de acciones cognitivas que generen conocimiento, competencias y habilidades.

2. Diseñar tareas matemáticas y una conducción docente orientada a fortalecer competencias. Esto lo puede hacer el docente a partir de un problema, por ejemplo: con preguntas adecuadas que provoquen más implicaciones o derivaciones para así impulsar el pensamiento y la argumentación, mediante conexiones matemáticas, con la generación de la expresión y comunicación de las ideas en varios planos, con una motivación para que las entidades matemáticas que entran en juego se puedan representar de distintas maneras.

> Otra estrategia que favorece el progreso de las competencias matemáticas es la que potencia la confrontación del estudiante a diferentes niveles de complejidad en los problemas matemáticos, pues existe una relación directamente proporcional entre niveles de complejidad y activación de procesos matemáticos y progreso de competencias matemáticas. Se propone, como orientación general en este currículo, el diseño de tareas de una complejidad creciente (MEP, 2012, p.38).

El diseño de la tarea matemática, como le llaman en los nuevos programas (MEP, 2012) y la conducción en el aula por el docente son instrumentos claves para hacer progresar los procesos matemáticos. Lo que implica planificación y diseño cuidadoso de la lección, en donde experiencia y preparación del docente son fundamentales, ya que es el profesor el puede activar procesos matemáticos en casi cualquier tarea matemática orientada a la generación de una habilidad específica. El diseño de las tareas y la organización de la lección son tareas cruciales que se deben planificar con base en diferentes niveles de complejidad.

Por lo anterior es que se considera resolución de problemas como estimulación de distintos niveles de aprendizaje y es en este sentido que el grupo de docentes se plantearon como reto estimular el aprendizaje de los alumnos mediante la resolución de problemas pero de forma interdisciplinaria, dando así un valor agregado a dicha metodología, y permitiéndose explorar sobre el desarrollo de la misma.

Según Landsberger, J. (2011), en la metodología del aprendizaje basado en problemas se recomienda al docente desarrollar en el aula los siguientes pasos:, pasos que fueron sugeridos a cada uno de los docentes que participó del proyecto.

1. Explorar temas: El profesor presenta al grupo un tema desestructurado, Los estudiantes discuten el planteo, enlistan partes significativas para resolver el problema, Quizás siente que no sabe lo suficiente para resolver el problema pero, ¡ese es el desafío! El estudiante deberá reunir información y aprender nuevos conceptos, principios o habilidades a medida que avanza en el proceso de resolución del problema.
2. Hacer una lista: El estudiante debe realizar un lista con lo que saben para abordar el problema, así como fortalezas y capacidades de cada miembro del grupo, se recomienda apuntar los aportes de todos, no importa cuan extraño pueda parecer: ¡es una posibilidad!
3. Plantear el problema con sus propias palabras por escrito: Todos los estudiantes miembros del grupo deben estar de acuerdo sobre el planteo, este puede ser revisado

y editado una vez que se descubre información.

4. Enlistar de posibles soluciones: Los estudiantes deben elaborar una lista de todas las posibles soluciones, luego ordenarlas de las más factible a la menos.
5. Enlistar de acciones en el tiempo: Los estudiantes identifican:1. Qué tienen que saber y hacer para resolver el problema, 2. Ordenan las posibilidades, 3. Analizan cómo relacionar las acciones con la lista de posibilidades, 4. Estar todos los estudiantes del grupo de acuerdo.
6. Enlistar de que necesitamos saber: Los estudiantes deben investigar el conocimiento y datos que respaldan su solución y si hay acuerdo general continúan con el paso 7 de lo contrario, vuelva al paso 4.
7. Presentar su solución con la documentación que la respalda: Los estudiantes presentan sus hallazgos y /o recomendaciones al grupo de sus compañeros. Estos deberían incluir el planteo del problema, preguntas, datos reunidos, análisis de datos, y respaldo para las soluciones o recomendaciones basadas en el análisis de datos: en breve, el proceso y los resultados. Compartir los hallazgos con profesores y compañeros es una oportunidad para demostrar lo que ha aprendido.
8. Revisar su desempeño: Ejercicio de interrogación que sirve tanto para el trabajo individual como el grupal. Que aprendió. Las interrogantes las puede elaborar el docente o los estudiantes.
9. Celebrar el trabajo realizado: Todos.

Discusión

Una vez realizado el proyecto por parte de los estudiantes, se definió un espacio institucional en el cual cada grupo presentaba sus resultados y ponía a prueba la silla confeccionada, para lo cual se elaboró una rúbrica en la que se evaluaba todo el proceso de diseño y confección. Seguidamente los docentes procedieron a la valoración de la actividad, para lo cual fue fundamental la participación de todos los docentes y estudiantes que participaron. Esta evaluación permitió retroalimentar la experiencia y enriquecerla.

Los estudiante consideran más significativo aprender mediante proyectos interdisciplinarios en donde un contenidos son abordado desde diferentes perspectivas.

El 85% de los estudiantes indicaron agrado por el desarrollo de proyectos constructivos y creativos que implican no solo sentarse frente a una computadora. El restante 15 % de los estudiantes consideraron que las instrucciones no fueron claras, mismo 15% que indicó tener inseguridad ante el desafío pues había cierto grado de incertidumbre ya que no se les indicaba cómo hacer la silla.

El 100% indican que: Aprendieron a trabajar en equipo, fortalecer el aprendizaje por hacer cosas nuevas y simples.

En cuanto a las limitantes en el diseño y confección de la silla esto fue interpretado: por un 20% de los estudiantes como algo malo. Un 30% consideraron que todo requiere esfuerzo y proceso. Un 25% lo evidenciaron como una oportunidad para hacer cosas diferentes y novedosas a nivel interdisciplinario, que involucraba muchas competencias y también orientación profesional, por lo que la elección del grupo era básica. Un 15% consideró el trabajo como extra a lo ya asignado en cada materia y un 10% no se preocupó por el proyecto, lo fueron desarrollando de forma natural según se hacia en cada materia.

Los estudiantes expresan que, aunque al inicio parecía ser algo fácil, la dificultad aumentaba y el hecho de tener que resolver por ellos mismos situaciones les permitió: sentirse personas más utilices, menos dependientes de papá y mamá, aprender a usar la cúter, medir, trabajar en equipo, resolver problemas de forma rápida, negociar, estimular la motora fina y gruesa, usar técnicas de ensamblaje que no practicaban desde niños, estar atentos a resolver y adaptarse a cambios de forma rápida, valorando el escenario, tomar decisiones y asumir consecuencias, enfrentar obstáculos, trabajar con lo que se tiene.

Conclusiones y Recomendaciones

El aprendizaje basado en la resolución de problemas permite motivar e involucrar a los estudiantes, pero al desarrollarse de forma interdisciplinaria, el estudiante podía explotar su competencia, destrezas o habilidades según la materia.

Mediante el Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas aplicado de forma interdisciplinaria, los profesores y estudiantes se esfuerzan por mejorar en forma continua y progresiva, mediante métodos de enseñanza y aprendizaje trabajando con otros generándose un modelo de enseñanza y aprendizaje colectivo.

La metodología denominada Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas le permitió al estudiante evaluar, descubrir lo que necesita aprender, desarrollar habilidades interpersonales para lograr un mejor desempeño del trabajo en grupo, mejorar habilidades comunicativas, argumentar posiciones con evidencia sólida, flexibilizar su procesamiento de información, enfrentar obligaciones, desafíos y practicar sus habilidades y competencias.

Trabajar de forma interdisciplinaria requiere de la voluntad y entrega docente. El trabajo colaborativo de los docentes, permite que el alumno aprenda mediante problemas cercanos a sus entornos y a su realidad inmediata. El aprendizaje se construye a base de los conocimientos previos que poseen los alumnos, estos aprenden trabajando e investigando en forma grupal.

Mediante el diseño y confección de la silla se logró, en mayor o menor grado: 1)Trabajar la motivación de los alumnos como motor central de su aprendizaje. 2) Potenciar el desarrollo de las competencias que serán necesarias en el mundo futuro de los alumnos. 3) Prestar especial atención al aspecto social del aprendizaje. 4)Conseguir el desarrollo de la inteligencia y el estilo personal de cada alumno. 5)Insistir en la capacidad personal de aprendizaje, desarrollando los aspectos más importantes del aprender a aprender. 6)Trabajar en un entorno social. 7)Provocar en los alumnos los conflictos necesarios para estimular su aprendizaje. 8) Conseguir las habilidades necesarias para que los alumnos evalúen su aprendizaje.

Referencias bibliográficas

Álvarez Ramírez, S. (s.f.). *Planeamiento del Proceso de Enseñanza-Aprendizaje.* San José, Costa Rica: Editorial UNED.

Bolaños, G. & Molina Bogantes, Z.(2006). *Introducción al Currículo*. (XX Impresión ed.). San José, Costa Rica. UNED.

Chacón, A. (2010). *Aprovechamiento de los medios didácticos por parte de los profesores del Sistema Educativo Saint Clare, para mejorar el proceso de enseñanza de la matemática de los estudiantes de octavo nivel durante el curso lectivo del 2009*.

Costa Rica. Tercer Encuentro, Enseñanza de la matemática UNED, 2010.
Chacón, M. (2011). *Formación continua mediante el Estudio de la Lección: una propuesta para Costa Rica*. Brasil. CIAEM, 2011.
Chacón, A. (2009). *Metodología y Evaluación de la educación en el Sistema Educativo Japonés, su visión Holística e integral*. Costa Rica. CIEMAC, 2009.
Chacón, A. (2009). Estudio de la Lección basado en la resolución de problemas: modelo japonés de formación continua. Costa Rica. CIEMAC, 2011.
CIMM, UCR. (2007). La Educación Matemática en Costa Rica: Ideas y recomendaciones. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. 2007, Año 2, Número 3, pp. 189-197.
CRICED. (2006). (Center for Research on International Cooperation in Educational Development University of Tsukuba*). EDUCATIONAL SYSTEM & PRACTICE IN JAPAN*. University of Tsukuba JAPAN.
De Faria, E. (2008). Resolución de Problemas en los Programas de Matemáticas del Ministerio de Educación Publica de Costa rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*(4), 157-173.
Estebaranz García A. *Didáctica e innovación curricular*. Sevilla, España, Universidad de Sevilla. Secretariado de publicaciones, 1994.
Even, R. & Loewenberg, D. (2009). *The profesional Education and Development of Teachers of Mathematics*. The 15th ICMI Study.
Landsberger, J. (2011). **Estudio: Guías y Estrategias**. Aprendizaje basado en Problemas. Recuperado de: http://www.studygs.net/espanol/pbl.htm
Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). *Programas de Estudio en Matemáticas*. Recuperado el 07 de 09 de 2012, de http://www.mep.go.cr/downloads/RecursosTecnologicos/Programas_matematicas_2012.pdf
PBL. (2013). Recuperado de: http://pbl.guim.net/
Ruiz, Alfaro y Gamboa. (2006). *Conceptos, procedimientos y Resolución de problemas en la Lección de matemáticas. Cuadernos de Investigación y* Formación en Educación matemática. Costa Rica. 2006, Año 1, Número 1.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

La capacitación de docentes en Costa Rica: algunas lecciones y retos actuales para la reforma de la educación matemática.

Yuri Morales López[1].

Resumen
En este trabajo se ofrece una perspectiva sobre las modalidades de capacitación emergentes (virtual y bimodal) en el marco de la Reforma de la educación matemática en Costa Rica. Se aborda parte de lo que las investigaciones sobre esta reforma han logrado determinar y se ofrece al lector un panorama sobre los retos en tema de capacitación docente en matemáticas.

Palabras clave: Profesores, capacitación, Educación Matemática, Costa Rica, Reforma educativa.

Abstract:
This paper offers a perspective on emerging training modalities (virtual and bimodal) in the context of mathematics education reform in Costa Rica. It covers the latest research results regarding to educational reform and offers to the reader an overview of the challenges in teacher training in mathematics.

Keywords: Teachers, Training, Mathematics Education, Costa Rica, Education Reform.

1. Introducción

Costa Rica vive un proceso de transformación educativa sin punto de referencia ni comparación en la historia. La reforma educativa planteada desde el Ministerio de Educación Pública (MEP) en distintas áreas del conocimiento ha producido un gran impacto en el quehacer actual de la docencia en primaria y secundaria.

Estas reformas educativas han proyectado modificaciones en contenido, metodologías, evaluación y otras aristas del aparato educativo nacional. Es seguro que es muy pronto para poder distinguir y comprender las implicaciones de las reformas educativas que han ocurrido en Educación Cívica, Artes Plásticas y Educación Musical, Educación para la Afectividad y la Sexualidad Integral y, principalmente, en Matemáticas.

[1] Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Costa Rica. Email: yuri.morales.lopez@una.cr

Este proceso que inició en 2006 con la gestión del Ministro de Educación Pública Leonardo Garnier Rímolo, se ha caracterizado por luchas de distintos sectores por definir rutas para atender las necesidades actuales. (Alfaro y otros, 2012)

Evidentemente, Matemáticas es una de las asignaturas donde tal reforma ha sacudido todos los posibles extremos de la educación preuniversitaria. Una modificación como la que el MEP ha planteado llama a repensar el quehacer no solo en las aulas de primaria y secundaria, sino en la misma formación inicial docente. Las universidades tendrán pronto que incorporarse al nuevo contexto que vive la educación para poder formar profesionales con habilidades y destrezas adecuadas para afrontar las necesidades que los programas de educación matemáticas de 2012 plantean[2].

Tras la aprobación de estos programas se plantean una serie de retos de atención prioritaria para poder hacer frente a la decisión de reorganizar el currículo y, especialmente, el quehacer del docente en el aula (Ruiz, 2013).

En este trabajo se aborda la componente de la formación continua de docentes de primaria y secundaria en Matemáticas. Se realiza una sistematización de lo que se ha podido aprender de las actividades de capacitación emprendidas a través de la Reforma de la educación Matemática en Costa Rica en matemáticas y se plantea al lector una serie de retos que se extienden a corto, mediano y largo plazo en la capacitación de maestros y docentes.

2. Marco teórico

2.1. La reforma educativa en matemáticas en Costa Rica

Antes de 2011, varios factores sobre la calidad de la educación costarricense ya habían sido identificados y documentados. Múltiples investigaciones de expertos en las

[2] El 21 de mayo de 2012 fueron aprobados los nuevos programas de matemáticas para primaria y secundaria; y su implementación comenzó gradualmente a partir del 2013.

universidades, los informes del Estado de la Educación, tesis y trabajos de graduación de muchos postulantes, grupos como el CIMM (Centro de Investigación en Matemática y Meta matemática) e investigadores internacionales de alto nivel ya se señalan, al menos, dos de las problemáticas fundamentales del modelo inherente en el programa de estudio de matemáticas en ese momento.

1. Gran desvinculación y desorientación en el quehacer de aula, requiriendo actitudes constructivistas bajo un modelo completamente magistral y conductista.
2. Un programa desactualizado en contenido y metodologías a la luz de lo que ya la literatura nacional e internacional daba como elementos superados.

Un grupo conformado por investigadores de la Universidad de Costa Rica, Universidad Nacional, docentes de primaria y secundaria que ya habían venido investigando sobre la situación actual de la educación matemática son vinculados a través de la solicitud que en ese momento el Ministro Garnier hace a Angel Ruiz, catedrático de la UCR, para la restructuración de la educación matemática en primaria y secundaria.

Este grupo planteó una propuesta al Ministerio de Educación Pública en 2011 y es elevada al Consejo Superior de Educación (CSE). Una vez recibida la propuesta, el CSE designa a las Universidades Públicas y los entes gremiales para emitir un criterio sobre la propuesta.

Junto a esto, en 2011, el Ministerio de Educación Pública incentiva el inicio de un programa de socialización de esta propuesta, que incluyó aproximadamente a 7000 docentes de primaria y secundaria (Figura 1). Respecto a la capacitación de docentes del país, Morales y Poveda (2013, p. 7031) indican que se percibió:

1. *Los conocimientos previos de los docentes de matemáticas respecto al uso de recursos tecnológicos.*
2. *Las necesidades actuales de los docentes respecto a tecnologías de información y comunicación (TIC) para este proyecto. Esto es, tutoriales escritos, video tutoriales, actividades iniciales de adaptación.*

3. *Los procesos de adaptación para docentes sin experiencia en el uso de la plataforma Moodle.*
4. *La dinámica de trabajo del participante (educador de matemáticas) en la plataforma Moodle.*
5. *Capacidad de atención de usuarios y tecnologías relacionadas (servidores, ancho de banda, entre otros) y necesidades futuras (equipos necesarios, presupuestos, personal, entre otros).*
6. *Módulos de trabajo de Moodle (inherentes o plugings) adecuados para la formación continua, específicamente, en Matemáticas.*
7. *Expectativas del uso de la plataforma a través de instrumentos de evaluación y percepción dirigidos a los docentes de matemáticas de todo el país.*

Figura 1
Proceso de socialización 2011, Estrategia Bimodal
Ministerio de Educación Pública

M.Sc. Hugo Barrantes en capacitación grupo 80 de secundaria.

Participantes del curso bimodal de distintas zonas del país.

En otra investigación planteada en 2011 por Morales (2013), se realizó un diagnóstico de las competencias actuales de los educadores de primaria respecto a las TIC y la forma en que ellos indican que las utilizan en la clase de Matemática (en los casos que se utiliza). Esto con miras a establecer rutas para la capacitación docente.

En esta pesquisa se logró determinar que, respecto a la muestra de educadores de primaria seleccionada (2013, p. 12):

1. *Gran cantidad de los educadores considerados expresan competencias básicas en el manejo de la computadora de escritorio; esto desentona cuando la gran cantidad de docentes afirma no conocer otro tipo de recursos tecnológicos educativos ni su manejo.*
2. *Muchos educadores no obtienen las competencias básicas en el uso de TIC en la formación inicial ni por formación continua por parte del MEP. Esto puede ser un indicador de que los esfuerzos y presupuestos que el país ha*

invertido en este tema no necesariamente están siendo traducidos en capacitaciones necesarias para los educadores.

3. *En el caso de lo que sucede en clase de matemática, los docentes expresan poco o nada de uso de los recursos tecnológicos en este espacio y la mayoría afirma que no se cuenta con el recurso tecnológico o laboratorios.*
4. *Un tema de reflexión es que más de la mitad de profesores expresa tener la habilidad (completamente) para poder incorporar los recursos tecnológicos al quehacer educativo. Junto a esto también resalta el hecho que no consideren relevante la didáctica específica ni teoría sobre la incorporación de recursos tecnológicos; sino más bien, dan prioridad a aprender actividades lúdicas y software específico.*

Estos datos son evidencia, al menos circunstancial, que una parte de los educadores del país poseen ciertos conocimientos que pueden ser aprovechados en la dinámica de capacitación docente. Aunque es importante indicar, que el problema no radica en ofrecer capacitaciones “a la carta” o por gusto, sino por respuesta a una necesidad social, con un sentido integrador y con perspectiva de continuidad.

Lo anterior también es señalado en el Cuarto Informe Estado de la Educación 2013 (Estado de la Educación 4). En el próximo apartado se abordan los principales hallazgos de este informe.

2.2. Cuarto Informe Estado de la Educación.

Parte del éxito del currículo de cualquier país recae en los hombros del cuerpo de docentes que se tienen en servicio. La formación inicial es fundamental para poder contar con un conjunto de profesionales adecuados a la situación del país.

Aunque es una tarea fundamental, la formación inicial debería estar acompañada de políticas de fiscalización de la formación en las universidades, políticas de contratación y seguimiento y evaluación de la calidad. Abordar la formación inicial sobrepasaría los alcances de este trabajo, pero esta temática es emprendida de manera más integral en Ruiz (2013).

La formación continua igualmente es uno de los pilares fundamentales para que el motor de la educación pueda resolver muchas de las tareas que se le presentan[3]. El Estado de la Educación 4 ofrece una perspectiva muy actualizada de las características de la capacitación en Costa Rica.

En primer lugar, se tiene evidencia que el Ministerio de Educación Pública es el mayor ente de capacitación docente. Esto se puede traducir que las decisiones que se tomen en torno a las capacitaciones en el MEP, impactarán a muchos de los docentes y maestros del país.

Este mismo informe señala que se utilizan poco las TIC para el mejoramiento de los procesos de capacitación y formación continua (hasta 2011) "un escaso 5% de las actividades se realiza en la modalidad de videoconferencia o virtual." (Estado de la Educación 4, p. 378).

Es extremamente significativo que según los mismos datos de este informe, las modalidades virtuales "**sobresalen por ser las que proporcionalmente generan mayor aplicación de conocimientos en el aula, en especial por parte de los educadores que laboran en el resto del país [en comparación con los educadores de la Gran Área Metropolitana]**[4]" (Estado de la Educación 4, p. 378).

Por otro lado, el hallazgo de la preferencia de los docentes en que el momento de capacitación sea al inicio de año es fundamental para plantear nuevas estrategias, no solo en el aspecto de formación continua, sino como una llamada de atención al sistema de administración de los recursos del MEP, pues muchos docentes son contratados pocos días antes de iniciar las clases.

3. Metodología para la formación continua en Educación Matemática

[3] Aunque este tema es prioritario, se parte de la premisa que es imposible que la educación continua solvente las carencias que aparecieron (y no fueron atendidas) en los procesos de formación inicial.
[4] [resaltado en negrita agregado por el autor]

Varias actividades fueron realizadas previas a 2011. En el informe nacional: *La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica*, Alfaro y otros han sistematizado mucha de las experiencias que en el área de Matemáticas han sido desarrolladas. Se ha investigado los principales entes de capacitación (universidades, centros, IDP-MEP, entre otros). Este documento indicó muchas de las estrategias que han sido desarrolladas a lo largo de 25 años.

A partir de 2011 se han tomado líneas distintas de capacitación en torno a los programas de estudio de Matemáticas. Uno de los elementos considerados por el mismo coordinador el Proyecto de la Reforma de las Matemáticas en Costa Rica, Ángel Ruiz, es que "no son eficaces los esquemas con académicos universitarios que dan cursos esporádicos a docentes de escuelas y colegios (normalmente alejados de las realidades de aula) y que no ofrecen continuidad alguna a la preparación y acción de los docentes en servicio" (Ruiz, 2013, p.68).

Este modelo mencionado por Ruiz (2013) no es una propuesta única en las universidades, sino que el MEP, contratista de estas capacitaciones comúnmente establece procesos de capacitación bajo el Plan 200, el cual se reduce a un par de semanas. Esto se traduce en propuestas a corto plazo donde casi nunca existe posibilidad de seguimiento.

Con el devenir del proceso de socialización de la propuesta para los programas, Angel Ruiz plantea una nueva estrategia de capacitación docente para todo el país donde se involucró a más de 7000 docentes. La estrategia consideró que:

1. *La socialización no debía preparar en contenidos matemáticos en sí mismos (aislados), sino esencialmente en el enfoque curricular nuevo (en donde se podían incorporar contenidos matemáticos necesarios). Tampoco se trataba de enfocarse en pedagogía abstracta y general. Es decir, los cursos debían ser de pedagogía matemática específica en torno a los nuevos programas. No se pretendía sustituir la formación inicial que deben dar las universidades formadoras (en general con diversas dificultades y limitaciones).*
2. *La estrategia debía potenciar la construcción de un liderazgo pedagógico: preparar a los docentes, asesores y a la estructura del MEP para la implantación de los nuevos programas.*

3. *Debía poder llegar a la mayoría posible de docentes. El país tiene alrededor de 2500 docentes de Matemáticas en la Secundaria y unos 18 000 docentes de Primaria. Al constituir una reforma que afectaba toda la Educación Primaria y Secundaria, no podía pensarse en un proceso meramente presencial, que aparte de los costos económicos elevados no podría realizarse en un tiempo reducido.*
4. *La estrategia no podía ser de "cascada" en la que se capacitan a algunos que luego capacitan a otros y éstos a otros y así sucesivamente. Ese tipo de estrategia provoca grandes distorsiones de los propósitos y condiciones que se quiere lograr.*
5. *Se requería una estrategia que permitiera el mejoramiento posterior de la capacitación y que ésta fuera escalable. (Ruiz, 2013, p. 67)*

La estrategia se basa en la construcción de cursos bimodales (parte sesiones presenciales y parte de trabajo en línea) bajo una Plataforma de Gestión de Aprendizaje (LMS, por siglas en inglés). Luego de un análisis de los recursos disponibles, se decide implementar en el sistema Moodle. Así, esta estrategia consiste en la formación de líderes como Asesores y personal docente destacado[5]. Estos líderes formados se encargarían de las capacitaciones a nivel masivo[6]. A este proceso le siguió un diseño cauteloso de materiales orientados a la dinámica del curso masivo (materiales escritos, evaluación y autoevaluaciones).

Los materiales correspondían directamente a las pautas y lineamientos considerados en los programas de estudio, enfatizando en una metodología activa y aprovechamiento de las situaciones de aula.

4. Retos actuales y consideraciones finales

Respecto a la situación en este momento, es imperativo "establecer una política agresiva de capacitación a docentes en servicio con base en un plan estratégico que integre iniciativas de los diversos sectores e instituciones concernidas." (Alfaro y otros, 2012, p. 40)

[5] En primaria y secundaria existió criterios de selección de los docentes.
[6] Este autor señala que no se trabaja en cascada pues los materiales originalmente son diseñados para llegar de forma masiva a todos los docentes convocados.

Es muy difícil poder afrontar la realidad en los modelos de capacitación si no se toman decisiones que involucren e integren a la mayor parte de docentes del país. El llamado a transformar la estructura de capacitación docente bajo un modelo alternativo no es único por parte de quienes participamos del proyecto de Reforma de la Educación Matemática. Por ejemplo, el mismo Estado de la Educación 4 señala que se debe:

> Revisar las modalidades de la oferta de actividades de desarrollo profesional ya que, como revelan los hallazgos de este estudio, **los recursos no tradicionales como cursos virtuales**, videoconferencias y uso de Internet **son los que se traducen en una mayor aplicación de nuevos conocimientos en el aula**[7]. (p. 382).

Durante el tiempo que se ha trabajado en la formación continua en este proyecto, se ha podido mostrar que la percepción sobre destrezas y habilidades de los docentes en el uso de recursos tecnológicos es dispar. Se cuenta con un grupo de docentes con facilidades en el manejo de TIC a los cuales la implementación de cursos bimodales les ha sido más sencillo. Pero existe una cantidad importante de docentes (principalmente fuera de la GAM) donde las brechas tecnológicas han influido en sus habilidades básicas en este tema.

Está claro la necesidad de iniciar actividades educativas con recursos bimodales, e incluso “combinar actividades en escenarios tradicionales como son las clases presenciales, y con otras tareas propias de los escenarios o aulas virtuales” (Sanabria y otros, 2013, p. 132.).

Parte de los resultados inherentes en este proyecto es que se incrementan las destrezas del cuerpo docente en el uso de recursos tecnológicos y, principalmente, en el uso de Moodle. Como lo documentan Sanabria y otros (2013), el uso de este tipo de metodología crea y mejora competencias respecto al uso y manejo inteligente de recursos tecnológicos, por ejemplo en la Competencia digital y Competencias informacionales.

---

[7] [resaltado en negrita agregado por el autor]

Así, los retos detectados en la capacitación de docentes imprimen rutas que deben ser atendidas con prontitud. No solo será necesario reformular la estrategia en que se capacita a los docentes de matemáticas sino, dar continuidad y crear métodos de evaluación para garantizar la calidad de futuros procesos de capacitación.

Agradecimiento: *Se agradece al Ministerio de Educación Pública (MEP) y al proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica a cargo de Ángel Ruiz del cual se desprende este trabajo.*

5. Referencias bibliográficas

Alfaro, A., Alpízar, M., Morales, Y., Salas, O., y Ramírez, M. (2012). La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. Construcción de capacidades en matemáticas y educación matemática. CANP, Costa Rica.

Morales, Y. (Julio, 2013). Habilidades básicas sobre el uso de TIC por parte de los docentes de Primaria en servicio en Costa Rica, principalmente en la clase de Matemática. *Actas de las XVI Jornadas para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas* de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y La Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX. España.

Morales, Y. y Poveda, R. (Setiembre, 2013). Plataforma Educativa Nacional para la Formación Continua de Docentes de Matemáticas en Costa Rica. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática CIBEM 7*, 7030 - 7037. Montevideo.

Programa Estado de la Nación. (2013). Cuarto Informe Estado de la Educación. San José, Programa Estado de la Nación. Descargado de http://www.estadonacion.or.cr/estado-educacion/educacion-informe-ultimo

Ruiz, A. (Julio, 2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 8 (especial). Centro de Investigaciones Matemáticas. Descargado de http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/11125/10602

Sanabria, A., Castro, F., Padrón, J., Pérez, D., y Area, M. (2013). La opinión del profesorado y del alumnado sobre el uso de las aulas virtuales en la metodología B-Learning. *Revista Fuentes*, 1(13), 117-138. Descargado de http://institucional.us.es/fuentes/gestor/apartados_revista/pdf/campo/dbhjjysb.pdf

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

TICs, Matemáticas y Privados de libertad

(Contextualización Activa en contextos de encierro)

Bach. Víctor Hugo Cortés Vargas[1]

Resumen

La investigación pretende demostrar que es posible implementar las tecnologías de la información y comunicación en los procesos de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, de las personas privadas de libertad; con la finalidad de ofrecer una educación contextualizada, que potencie sus cualidades personales y facilite su adecuada reintegración social.

1. Introducción

La educación tiene la función primordial de facilitar a las personas diferentes medios por los cuales acceder al conocimiento, en la cual el contexto no debe ser una limitación para el desarrollo del individuo y evitar una visión excluyente y reduccionista de la misma; que podría limitar el acceso de los medios de conocimiento a las personas en condiciones sociales poco favorables.

De lo mencionado anteriormente se plantea en esta investigación la necesidad de potenciar la educación que se le brinda a la población privada de libertad del Centro de Atención Integral (CAI) San Rafael, para lo cual se toman en consideración los siguientes aspectos básicos: Política educativa para la población privada de libertad, el currículum educativo del CAI San Rafael, las TICs en el centro educativo del CAI San Rafael y la matemática como promotora del uso las TICs.

2. Marco teórico

La educación de la población privada de libertad se ha realizado en consonancia de varios aspectos filosóficos coincidentes entre las políticas educativas del Ministerio de Educación

[1] Ministerio de Educación Pública, Costa Rica. vhugocortesv@gmail.com

Pública (MEP) y de los planes de atención institucional de la Dirección General de Adaptación Social del Ministerio de Justicia y Paz (MJP). Coincidencia que generó el convenio entre ambos Ministerios que promueve la educación de la población privada de libertad y de los oficiales de seguridad que deseen concluir sus estudios secundarios.

Todo este panorama previo converge, entre muchos otros programas de la educación de adultos, en la propuesta educativa que se le brinda a la población privada de libertad de los centros penales costarricenses por medio de los Centros Integrados de Educación de Jóvenes y Adultos (CINDEA) gracias al convenio MEP-MJP.

El Departamento Educativo del CAI San Rafael, con el afán de cumplir con su misión, se ha involucrado en diferentes acciones para poder atender la demanda educativa de la población a su cargo. Entre ellas se puede citar: La creación de un CINDEA, la implementación de la Educación Abierta y de la educación a distancia por medio de la UNED, la construcción y remodelación de la infraestructura necesaria: aulas, biblioteca, oficinas administrativas, laboratorio de computación, entre otros.

Todos estos esfuerzos, especialmente el hecho de dotar, a la población privada de libertad, de espacios educativos y tecnológicos adecuados, nacen de necesidades que se imponen en la llamada sociedad de la información y el conocimiento. Estas exigencias responden a campos teóricos que se utilizan para explicar y comprender las convicciones que ha adoptado una comunidad.

Hay tres ejes de relevante importancia en este trabajo: la Tecnología Educativa, el Diseño Instruccional y la Informática Educativa.

La Tecnología Educativa corresponde al eje primordial, y la noción teórica que se asumió para la investigación es la que promueve la Asociación de Comunicación y Tecnología Educativa de los Estados Unidos (citado en Fallas, 2005, p.91) como: “el estudio y la práctica ética de facilitar el aprendizaje y mejorar el desempeño, creando, usando y administrando procesos y creando recursos tecnológicos apropiados”.

En segundo lugar, el Diseño Instruccional se define, según Maizoud (2008) como el “proceso sistemático, planificado y estructurado donde se produce una variedad de materiales educativos adecuados a las necesidades de los estudiantes, en pro del logro de la calidad del aprendizaje” (p.23).

Por su parte, según Vicario (2005), la Informática Educativa corresponde a una disciplina que surge de la interrelación entre la Informática y la Pedagogía y que persigue atender tres problemas básicos: aplicación de la Informática a la Educación, aplicación de la Pedagogía a la Informática y la integración, fundamentación y consolidación de la propia Informática Educativa como disciplina.

3. Marco metodológico

Enfoque Cualitativo:

Se pretende evaluar, a través de la implementación de técnicas cualitativas de investigación el impacto de los Medios Didácticos Tecnológicos en el fortalecimiento del plan de atención técnica de las personas privadas de libertad del CAI San Rafael, si se utilizan en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Tipo de Investigación:

Se clasifica como Exploratoria al ser una Investigación que se realiza para obtener un primer conocimiento de la aplicación de las TICs con población privada de libertad en Costa Rica para luego realizar una posterior más profunda y ser una indagación con carácter provisional.

Sujetos y fuentes de información

Este estudio hace referencia a la población privada de libertad del centro penal CAI San Rafael que incursiona en el Tercer Ciclo de la Educación General Básica. Además se involucra a otros agentes del proceso educativo de dicho centro penal, a saber los docentes del Ministerio de Educación Pública y el personal administrativo del Ministerio de Justicia que pertenecen al Departamento Educativo.

Las fuentes de información fueron los planeamientos de los docentes, los archivos del personal administrativo y los trabajos realizados por los privados de libertad en los cuales se incorpore la utilización de las TICs.

Categorías de análisis.

Se definen las categorías de análisis de esta investigación de la siguiente forma: Recursos Tecnológicos, Conocimientos y experiencia del personal docente y de la población estudiantil en la utilización de diversos Medios Didácticos Tecnológicos, Características de la enseñanza de la matemática asistida con Medios Didácticos Tecnológicos, Espacios de aprendizaje y, finalmente, Estrategias con Medios Didácticos Tecnológicos.

Técnicas para la recolección de datos.

Para dar respuesta a los objetivos de investigación, se realiza una indagación con la ayuda de los instrumentos que se presentan a continuación: Rúbrica, cuestionario, observaciones, grupo focal.

4. Resultados

Diagnóstico Recursos Tecnológicos.

- Infraestructura

Se cuenta con un laboratorio de cómputo con todas las condiciones óptimas para su funcionamiento, no así el caso de la bodega para el equipo tecnológico ya que no cuenta con las condiciones básicas para el correcto almacenamiento de equipos computacionales.

- Aparatos Tecnológicos

El Área Educativa cuenta con varios aparatos tecnológicos que ha ido adquiriendo con el pasar de los años desde su fundación y gracias a la participación de diferentes actores tanto internos como externos al penal.

- Materiales Curriculares

El área educativa del CPI San Rafael no posee un banco de materiales curriculares.

- Conocimientos y experiencia del personal docente y de la población estudiantil.

Se aplicó un cuestionario a los docentes donde se obtuvo que la mayoría posee un nivel medio en la utilización de medios didácticos tecnológicos y sobre conocimiento de los mismos. Además manifiestan un desconocimiento profundo sobre software libre. .

Luego se realizó un grupo de enfoque con seis estudiantes del grupo denominado “Pruebas” (II nivel de CINDEA), correspondiente a los niveles de octavo y noveno año del currículo de educación formal, de dicho instrumento se obtiene que: se manifiesta que existen muy pocas clases de informática, que durante el presente año no han utilizado el laboratorio de computo, que son muy pocos los grupos que utilizan el laboratorio duran el año, que desconocen en su mayoría las redes sociales y finalmente un absoluto desconocimiento de software libre.

- Características de la enseñanza de la matemática asistida con Medios Didácticos Tecnológicos.

En este apartado se utilizó como medio de recopilación de datos la observación, para lo cual el investigador participó en tres congresos de enseñanza en de la matemática, pertinentes para este estudio, a saber: II Congreso Internacional de Computación y Matemática UNA, III Encuentro Enseñanza de la Matemática UNED, I Encuentro Regional de la Enseñanza de la Matemática Guápiles 2011.

Cabe destacar la relevancia, para este apartado, de la ponencia del Dr. Luis Gerardo Meza Cascante, titulada: “Tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática: que hemos aprendido en estos años”.

Como producto de estas experiencias se recopilaron las características de la enseñanza de la matemática asistida con medios didácticos tecnológicos y el investigador realiza una contextualización de las mismas en la realidad de un centro penal.

- *Existencia de espacios de aprendizaje en los cuales se utilicen los Medios Didácticos Educativos.*

La recopilación de datos en esta sección se realizó, en una primera fase por medio de la observación y en una segunda fase con ayuda de la técnica de la entrevista aplicada a los docentes que evidenciaron, en la primera fase, la utilización de Medios Didácticos Tecnológicos.

La fase inicial de observación se realizó en el curso lectivo 2010, entre los meses de mayo a agosto aproximadamente. En dichas observaciones se evidenció que la utilización de los Medios Didácticos Tecnológicos se realizó, casi de forma exclusiva, por la Licenciada Patricia Fonseca B., profesora de piscología del Área Educativa del CPI San Rafael. Por este motivo surgieron varias preguntas: ¿Por qué no se utilizan los medios tecnológicos en otras asignaturas?, ¿Existe alguna directriz en el centro penal para el uso exclusivo de los recursos tecnológicos en las clases de psicología?, ¿No es viable la utilización de Medios Didácticos Tecnológicos en otras materias que se imparten en el centro penal?

Para tratar de dar respuesta a estas y otras interrogantes, se entrevistó a la profesora de psicología del CPI San Rafael. Los resultados de la entrevista aportan elementos importantes a la investigación, que se muestran en una tabla de interpretación.

- Estrategias pedagógicas con Medios Didácticos Tecnológicos

La investigación en este apartado podría catalogarse de integral, ya que casi todos los instrumentos aplicados, los congresos en los que se participó, las conversaciones previas y los documentos consultados realizaron algún aporte para su desarrollo.

Los datos se recopilan por medio de la observación permanente y se van recopilando en la bitácora de análisis por medio de memos. Los más relevantes para la investigación, se muestran en un capítulo de la investigación.

Los aspectos más importantes se recopilaron en una tabla, en donde se muestra: la fuente, la información suministrada y la interpretación de la misma, siguiendo la línea de investigación de este documento. Entre los puntos más importantes se encuentran: Creación de una intranet, Utilización páginas de internet sin necesidad de conexión, Mínima Inversión tecnológica en el centro penal, Software libre como mejor opción para el centro penal.

5. Conclusiones y recomendaciones

Diagnóstico Recursos Tecnológicos Departamento Educativo CPI San Rafael.

- Infraestructura.
  - El área educativa del CAI San Rafael cuenta con la infraestructura suficiente y necesaria para la implementación de las TIC en las lecciones de matemática.
  - El área de bodega de los equipos tecnológicos no cuentan con el espacio adecuado para su almacenamiento.

- Aparatos Tecnológicos.
  - El área educativa del CAI San Rafael cuenta con aparatos tecnológicos en buen estado para propiciar la innovación educativa en las clases de matemática.

- Materiales Curriculares.
  - No se poseen materiales curriculares que apoyen la incorporación de los recursos tecnológicos en las clases de matemática.

- Recomendaciones:
  - Invertir recursos en la Bodega de almacenamiento.
  - Compra de los elementos necesarios para la creación y funcionamiento de una intranet en el laboratorio de cómputo.

- Mejora o adquisición de algunos aparatos tecnológicos, por en ejemplo: impresoras.
- Creación de un banco de materiales curriculares para la implementación de TICs.
- Incorporación prioritaria de software libre en el banco de materiales curriculares.

Conocimientos y experiencia del personal docente y de la población estudiantil en la utilización de diversos Medios Didácticos Tecnológicos.

- Personal docente.
  - Los docentes poseen un nivel de medio a bajo en la utilización de las TICs.
  - Los conocimientos de las herramientas tecnológicas y virtuales que ofrece el MEP o algún otro medio virtual son pocos o nulos.
  - El software libre es ampliamente desconocido por los docentes del CPI San Rafael.
  - Poseen los conocimientos básicos para implementar las TICs en las lecciones.
  - El cien por ciento de ellos participaría en capacitaciones para incorporar las TICs en las lecciones.

Recomendaciones:

- Con respecto a los docentes:
  - Capacitarlos en el uso de las TICs en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
  - Capacitar a los docentes sobre el software libre, sus ventajas y su uso en el aula.
  - Debe asignarse un tiempo curricular para la innovación educativa.

- Con respecto a la Población estudiantil.
  - Las clases de informática no son recibidas por todos los grupos del área educativa.
  - Poseen conocimientos computacionales que obtuvieron de manera empírica.
  - La mayoría de los estudiantes ha tenido contacto con redes sociales.
  - Desconocimiento absoluto sobre software libre.
  - La utilización de los TICs en las clases es casi nula, a excepción de la calculadora.

- Recomendaciones de carácter general:
  - Los espacios libres del laboratorio de informática pueden ser utilizados por los otros docentes en sus clases regulares con el fin de implementar las TICs.
  - Capacitar a los estudiantes sobre la utilización de software libre.
  - Implementar el uso del internet en las lecciones.

- ➢ Características de la enseñanza de la matemática asistida con Medios Didácticos Tecnológicos que podrían beneficiar a la población privada de libertad.

Se concluye que el área educativa del CAI San Rafael posee un ambiente propicio para implementar los Medios Didácticos Tecnológicos en la enseñanza de la matemática.

Por lo tanto se recomienda atender los siguientes aspectos:

- La reforma integral del currículo y de la cultura organizacional, es necesaria si se pretende realizar innovación educativa.
- El acompañamiento de los docentes innovadores se puede generar por medio de blogs de colegas de la misma especialidad o interdisciplinarios, en diferentes centros penales; donde puedan compartir sus experiencias, creaciones, entre otras.
- Preparar a los docentes y a los estudiantes para los cambios cuando se aplique la innovación educativa.

- ➢ Existencia de espacios de aprendizaje en los cuales se utilicen los Medios Didácticos Educativos y sus beneficios en la población privada de libertad.

A partir del análisis se obtienen las siguientes conclusiones:

- Los estilos de aprendizaje es un elemento indispensable al implementar los Medios Didácticos Tecnológicos.
- Los Medios Didácticos Tecnológicos potencian el aprendizaje en las clases del CAI San Rafael.
- La utilización de los recursos tecnológicos son un aporte significativo al desarrollo de la capacidad crítica del estudiante.
- La tecnología es un elemento motivador para el aprendizaje.
- La concentración de los estudiantes, generalmente mejora, con la implementación de tecnología en las clases.
- Los Medios Didácticos Tecnológicos mejoran la retroalimentación entre los participantes de las lecciones.
- La formación, capacitación y actitud positiva del docente es indispensable si se desea realizar innovación tecnológica en las clases.

En relación con las anteriores conclusiones, se recomienda capacitar al personal en Estilos de aprendizaje e inteligencias múltiples.

- Estrategias pedagógicas con medios didácticos tecnológicos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática que respondan a las necesidades de los privados de libertad.

Se concluye que la intranet es un medio adecuado para incorporar la tecnología en las clases de matemática del CAI San Rafael. Esto tiene las siguiente implicaciones:

- La utilización de redes sociales y otras sin necesidad de conexión posibilita la accesibilidad y genera una educación más democrática para la población privada de libertad.
- El software libre es la mejor opción para implementación de los Medios Educativos Didácticos del CAI San Rafael.
- La elección de los paquetes computacionales con aplicaciones matemáticas debe ser realizada por el profesor de matemática personalmente de acuerdo con su experiencia, investigaciones y agrado.

Respecto a las conclusiones expuestas, se recomienda lo siguiente:

- Invertir recursos económicos en la compra de los materiales necesarios para crear una red en el laboratorio de cómputo.
- Knoppix se recomienda como una herramienta de software libre amigable que se puede sustituir por Windows.
- Crear una interfase en las computadoras que exprese la realidad educativa del CPI San Rafael.
- Los programas y paquetes computacionales con aplicaciones matemáticas se pueden guardar, aparte de las computadoras, en un blog propiedad del docente para mayor seguridad.
- Creación de una página web, donde los docentes de diferentes centros penales compartan sus experiencias y producción educativa.
- Creación de un blog del área educativa del CAI San Rafael donde se pueda mostrar la realidad y producción educativa del centro penal.
- Los programas matemáticos recomendados son: Plataforma Moodle, Geobra, Winplot, Mathematica, Exelearning, InkScape, Winstats.exe y el disco compacto de aplicaciones matemáticas creadas por los estudiantes del ITCR.

6. Referencias Bibliográficas.

Barrantes, R. (2008). *Investigación. Un camino al conocimiento. Un enfoque cualitativo y cuantitativo*. San José, Costa Rica: EUNED.

Brenes, E. (2001). *Material Didáctico para el curso Teoría de la Educación*. San José, Costa Rica: EUNED, 2001.

Cordero, E. (2005). *Material Didáctico para el curso Recursos Audiovisuales (Versión Preliminar)*. San José, Costa Rica: EUNED.

Consejo Nacional de Rectores. (2008). Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible (Costa Rica) *Segundo Estado de la Educación*. San José, Costa Rica: PEN.

Departamento de Educación para Jóvenes y Adultos. (2007). *Plan de estudios para la Educación de Jóvenes y Adultos EDJA.* San José, Costa Rica.

Fallas, V. (2005). *Educación en la sociedad de la información y el conocimiento*. San José, Costa Rica: EUNED.

Fernández, F. (1998). *Experiencias en la estructuración de clases de matemáticas empleando asistentes matemáticos y colección de tutoriales hipermediales.* La Habana, Cuba: ISCTN.

Fuglestad, A. (2004). ICT tools and student's competence development. *Proceedingsof the 28th Conference of the International Group for the Psychology of MathemaTIC Education, Vol. 2*, 439-446.

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 3*(1), 11-44.

Hernández, R., Fernández-Collado, C. y Baptista, L. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw-Hill.

Macías, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación, número 42, 4*.

Maizoud, R. (2012). *Diseño Instruccional*. Recuperado de: http://equipo-lmo-.wikispaces.com/Dise%C3%B1o+Instruccional

Marmolejo, J. (2007). Uso de las nuevas tecnologías de la información y comunicación como herramienta pedagógica. *Revista Alternativa,5* (13).

Mergel, B. (2000). *Diseño Instruccional y teorías del aprendizaje.* Universidad Saskatchewan. Canadá.

Moreira, M. (2009). *Introducción a la Tecnología Educativa.* La Laguna, España.

Ramírez, J. Las tecnologías de la información y de la comunicación en la educación en cuatro países latinoamericanos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, vol. XI, núm.28*, 61-90.

Rodino, A. (1996). Las nuevas tecnologías informáticas en la educación: viejos y nuevos desafíos para la reflexión pedagógica. *VII Congreso internacional sobre tecnología y educación a distancia*. San José, Costa Rica: EUNED.

Vicario, M. (2004). *La informática Educativa frente al tercer milenio*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad de México D.F., México

Los recursos multimedia/Representaciones en matemática/Teoría conectivista del aprendizaje: Un trípode en la enseñanza de la matemática

Dorenis Josefina Mota Villegas[1]

Resumen

El presente artículo es de carácter reflexivo, donde se muestran conjeturas alusivas a la importancia que actualmente tienen los recursos multimedia en la enseñanza de la matemática, si se toma en cuenta el potencial de estos recursos para hacer posible las distintas representaciones propias de los objetos matemáticos y si, además, se considera cómo el estudiante de hoy aprende, para lo cual se ha estudiado a una teoría del aprendizaje de vanguardia como lo es el conectivismo. Se espera que con el estudio y desarrollo integrado de los elementos antes mencionados (recursos multimedia, representaciones de los objetos matemáticos y teoría conectivista del aprendizaje) se puedan crear objetos de enseñanza para la matemática adaptados a las exigencias del estudiante actual.

Palabras clave: Recursos multimedia, enseñanza, matemática.

1.- Introducción

Antiguamente, los medios comunes de instrucción eran la voz y la gestualidad como herramienta principal para que un docente llamase la atención de sus discentes; actualmente existen innumerables formas de comunicar una información, entre ellas los medios de tipo multimedia, los cuales han tenido una gran aceptación en los diferentes sistemas educativos a nivel mundial. La instrucción multimedia se ha fundamentado en las múltiples maneras de comunicar la información a través de los diferentes canales que van surgiendo día a día en la red. En ese sentido, no se necesita tener gran experiencia en programación para tener acceso a variados formatos provenientes del mundo virtual, solo basta que se consideren adecuados para presentar información con fines educativos.

[1] Universidad Simón Bolívar – Sede Litoral. Venezuela. dorenismota@usb.ve

Cuando se hace uso de la multimedia para llevar a cabo la enseñanza, intervienen dos elementos fundamentales que permiten llevar a cabo el mensaje educativo: las palabras y las imágenes, éstas se conjugan con el *medio* que las transmiten, muchas veces de manera simultánea y dinámica, y son capaces de generar en el espectador o estudiante un aprendizaje mediante un canal dual. Sin embargo, más allá de apoyar la instrucción en estos medios disponibles, se debe estudiar "cómo la mente del individuo adquiere, codifica, recupera y utiliza la información cuando se le presenta en un formato multimodal" (Azzato y Rodríguez, 2011. p. 480).

Mayer (2007) afirma, que los discentes pasan por tres procesos cognitivos fundamentales involucrados con el aprendizaje multimedia, a saber, esto son: 1.- Aquellos involucrados con una base verbal y otra pictórica para recibir la información textual y visual que reciben respectivamente, 2.- El otro proceso referido a la organización de la información recibida; en este caso se crea un modelo para la base verbal y otro para la base visual percibida y 3.- Se integran y construyen nuevas estructuras conceptuales partiéndose de los vínculos que se crean entre ambos modelos.

Esto implica, que cuando un docente decide incorporar recursos multimedia a su proceso de instrucción, se deben considerar previamente si el aprendizaje del estudiante dependerá de la cantidad de los distintos formatos presentados (pictórico, textual, verbal,…); si añadir recursos multimodales a un mensaje textual originalmente puede, realmente, optimizar el aprendizaje y si realmente la estructura de los recursos multimodales se relaciona con la comprensión del mensaje instruccional.

En este caso, esa última consideración deja entrever la necesidad de relacionar directamente las características propias de un proceso de enseñanza (de un contenido matemático en este caso) basado en recursos multimedia, con las particularidades de las diferentes representaciones o registros con los que se pueden hacer ostensibles los objetos matemáticos (Duval, 1999).

Al respecto, Orozco y Labrador (2006) señalan que "una de las observaciones más sensibles en este tiempo es el desarrollo, expansión y extensión de un nuevo tipo de pedagogía y de didáctica matemática, la cual está soportada con la tecnología digital" (p.

85). Entonces, aparentemente la combinación *instrucción-digitalización-didáctica de la matemática* transformará en poco tiempo la forma decisiva la manera de *enseñar, aprender, comprender, aplicar y comunicar* los tópicos matemáticos en todos los niveles educativos.

Frente a ese panorama, se debe considerar, que al momento de introducir un recurso multimedia en el aula, es imprescindible poder evaluar su potencial intervención en el quehacer matemático, es decir, sus múltiples implicaciones en la comprensión de esta compleja Ciencia, en palabras de Cirilo y Labrador (op. cit.) las implicaciones de la tecnología digital fusionada con la educción matemática "auguran una metamorfosis espectacular de la educación matemática y que involucra un cambio radical en los contenidos, materiales, símbolos, lenguajes, imágenes, medios, estrategias, procedimientos y metas de enseñanza, aprendizaje y evaluación de la disciplina" (p. 88)

Por otra parte, no hay que olvidar las teorías del aprendizaje que siempre deben ir de la mano en todo proceso de enseñanza, en ese sentido, la teoría del aprendizaje actual que hace juego con los recursos multimedia de enseñanza es la *conectivista* (Siemens, 2004) ya que toma en cuenta precisamente las particularidades que involucran al aprendizaje con el mundo tecnológico en el que actualmente vivimos.

En base a lo que hasta ahora se ha mencionado, se tienen varios constructos de interés: en primer lugar el importante papel que están asumiendo los recursos multimedia en la enseñanza; en segundo orden están las características propias de los objetos matemáticos que incluyen sus múltiples representaciones, y en tercer lugar, se ubica a la teoría del aprendizaje que se supone podrá abarcar a los dos constructos anteriores, llamada teoría del conectivismo. Se considera pues que a partir del estudio integrado de estos elementos, es posible crear objetos para la enseñanza de la matemática que apunten a un verdadero aprendizaje por parte del estudiante de hoy, es decir, acorde a las exigencias de los *nativos digitales* que se encuentran en nuestras aulas de clases.

2.- Referentes teóricos

2.1.- Recursos Multimedia

Antes de hacer referencia a lo que son los recursos multimedia, se definirá lo que se considera como "multimedia" que, a pesar de sus múltiples acepciones, es una herramienta que engloba la capacidad de "explicar todas aquellas experiencias que involucran presentaciones gráficas, textuales, animadas y sonoras que, acopladas con la ayuda de algún medio, han sido diseñadas para transmitir un mensaje" (Azzato, op. cit p. 11).

Básicamente, es un multimedia la combinación simultánea de imágenes, palabras y sonidos con el fin de presentar algún material, esto incluye gráficos, imágenes estáticas y/o dinámicas y videos.

Entonces, entenderemos por *recursos multimedia* todas aquellas herramientas multimedia que pueden combinar textos, imágenes, videos y sonidos con una finalidad educativa, es decir, constituye un recurso de enseñanza y/o aprendizaje.

Según Méndez y otros (2007), existen varias definiciones para "recursos multimedia" que se distinguen entre si dependiendo del campo donde se utilice, de hecho, en algunas oportunidades, puede que los recursos multimedia no estén relacionados con las tecnologías digitales, ya que el uso de esos recursos datan de hace muchos años. De forma general, se consideran "recursos multimedia" a todo sistema que involucra más de un medio de comunicación de forma simultánea cuando transmite una información o un contenido que puede ser educativo o de otra índole, en consecuencia, los recursos multimedia tienen su origen en la comunicación humana, donde pueden intervenir diferentes formas de comunicación simultáneamente.

En 1984 se comienzan a relacionar los recursos multimedia con la computación cuando sale al mercado la computadora "Macintosh" quien por sus particularidades selló la primera posibilidad de lo que conocemos en la actualidad como recursos multimedia; no obstante, no fue sino hasta 1992 cuando, a través de los videojuegos, la tecnología multimedia se hace popular, integrando ya elementos de audio (música, sonido y voz), video, imagen, animaciones y texto paralelamente. (Méndez y otros, op. Cit.)

Pinto (2002) señala que desde ese entonces y hasta la actualidad, cuando se mencionan los recursos multimedia se asocian directamente con la informática, hasta tal punto de que se asume de manera muy exclusiva como la integración de imágenes estáticas o dinámicas, videos, textos y datos almacenados digitalmente.

En el caso que nos atañe, la multimedia será la pantalla de un computador (ampliada por un protector) capaz de presentar textos, gráficos, imágenes, sonidos, entre otros, que pueden ser combinados, por ejemplo, en una presentación realizada en PowerPoint o Prezi, o bien, puede estar contenida en un paquete (ExeLearning) que repose en una plataforma educativa (Osmosis, moodle).

Existen dos tipos de multimedia (Vaughan, 2002), aquellas que son *interactivas* y las que son *lineales*; las primeras permiten que el usuario interactúe, el cual tiene posibilidades de realizar diferentes acciones mediante la manipulación de elementos específicos, la segunda se produce en un sentido lineal (de principio a fin), sin que el usuario pueda intervenir. En algunos casos los usuarios pueden ejercer algún control sobre el recurso (pausar, adelantar, detener, reproducir, ampliar, entre otros) pero eso no significa que pueda modificar el recurso.

Haciendo referencia de manera específica al ámbito educativo, se puede producir en un aula de clases cualquiera de los dos tipos de multimedia, aunque se recomienda que en las horas presenciales se haga uso de los recursos multimedia lineales (por las limitaciones del tiempo presencial en clases y el limitado número de equipos computarizados) y en las horas de práctica o fuera del contexto escolar se promuevan los recursos multimedia interactivos.
Por otra parte, para concluir esta sección, se hará mención a las fases que se debe seguir cuando en el campo educativo se decide trabajar con recursos multimedia, de acuerdo a Vaughan (op. cit.) existen cuatro fases que acompañan a un proyecto multimedia, éstas son:

- Planificación y costo: Involucra la idea inicial del proyecto, movida por la necesidad educativa existente en el contexto, el contenido y los medios que pueden emplearse (texto, imágenes, audios, videos, entre otros), el desarrollo del plan del entorno multimedia (estructura y sistema de navegación) que va a permitir al usuario navegar libremente por el recurso, se evalúa el tiempo de elaboración de los recursos y los costos de realización.
- Producción: Es la fase de creación del recurso, es decir, la realización de cada una de las tareas planificadas hasta llegar al producto final.

- Prueba: Se prueba que el o los recursos multimedia (s) creado (s) cumplan con los objetivos propuestos, además se evalúa su funcionamiento correcto. Una vez que cumplan con los estándares requeridos, se prepara para su uso masivo.
- Distribución: Se hace llegar el o los recurso (s) creados al usuario final.

2.2.- Representación en matemática

En matemática la palabra *representación* tiene un significado especial, puesto, que los objetos matemáticos no tienen existencia en sí mismos, sino que pueden aparecer (al menos parcialmente) a través de alguna representación, que por cierto, muestra "parte" del objeto, pero no todo el objeto en sí. En ese sentido, se puede afirmar que el sujeto no entra en "contacto" con los objetos matemáticos, sino con alguna de sus representaciones. Por ejemplo, el objeto matemático llamado función puede representarse de forma gráfica o mediante una definición de tipo conjuntista o algebraica o mediante un ejemplo representado en diagramas de ven.

Duval (op. cit) afirma que la representación de un concepto matemático puede ser vista de tres formas diferentes y constitutivas que no deben confundirse una con otra, a saber:

- El objeto representado.
- El contenido de la representación, es decir, lo que una representación particular presenta del objeto.
- La "forma" de la representación, o sea, su modalidad o su registro.

Este mismo autor también señala que las representaciones dependen de sistemas de signos (sistemas semióticos) o sistemas basados en redes neuronales o instrumentos físicos (sistemas no semióticos), en palabras de Duval (op. cit)

> una representación jamás puede ser considerada y analizada sin hacer referencia al sistema a través del cual fue producida. Las especificidades del sistema (físico, orgánico o semiótico) que permitieron la producción de una representación, son las que determinan la relación entre el contenido y el objeto representado. El contenido de las representaciones de un mismo objeto cambia en función del sistema por el cual fueron producidas (p.18-19).

En matemática, se vuelve una exigencia cognitiva necesaria y fundamental el hecho de usar más de un sistema de representación y sus diferentes transformaciones posibles para hacer *ostensible* un concepto matemático y garantizar así el desarrollo del pensamiento matemático en el individuo; es decir, para aprender matemática se hace imprescindible el uso, estudio y comprensión de los sistemas de representación, y esto se debe a la gran variedad de registros que contienen los objetos matemáticos que hacen posible la manera de acceder a ellos y estudiarlos y la posibilidad generada por cada sistema de representación de estudiar características particulares de los objetos que de otra forma no fuese sido posible, lo que indica que mientras más sistemas de representaciones se utilice para acceder al objeto matemático, el conocimiento que te obtendrá será más complejo y potente.

Según Duval (op. cit.) existe una clasificación de los diferentes tipos de registros que pueden existir para dar a conocer las características de los objetos matemáticos, estos pueden ser de tipo discursivos (lenguaje natural) o no discursivo (lenguaje gráfico), también pueden darse *transformaciones* dentro de un mismo tipo de registro o *conversiones* cuando se usan diferentes registros para denotar un mismo objeto.

3.3.- Teoría conectivista del aprendizaje

El conectivismo es una teoría del aprendizaje de reciente data que intenta explicar y describir cómo los individuos aprenden en la era digital. Unos de sus precursores es Siemens (2004) quien define al conectivismo como una integración de los principios examinados por la teoría del caos, redes, complejidad y auto-organización, asegurando además que el aprendizaje ocurre dentro de ambientes difusos cuyos elementos centrales cambian constantemente.

Para el conectivismo, las decisiones que se toman actualmente se fundamentan en principios que rápidamente cambian ya que de forma continua se adquiere nueva información. Una de las premisas de esta teoría, es saber diferenciar la información relevante de la que no lo es, también es importante reconocer cuándo una nueva información influye en el contexto basado en decisiones tomaras anteriormente.

Así, entre sus principios están: la diversidad de opiniones influyen en el aprendizaje y el conocimiento, el aprendizaje consiste en conectar nodos o fuentes de información especializadas, el aprendizaje puede estar depositado en dispositivos no humanos, aquello que se sabe no es tan crítico como la capacidad de saber más, alimentar y mantener las conexiones se hace necesario para facilitar el aprendizaje continuo, es una habilidad esencial el poder visualizar conexiones entre áreas, ideas y conceptos; estar actualizado constantemente (conocimiento preciso y actual) es la finalidad de las actividades conectivistas de aprendizaje; por último, la toma de decisiones es, en sí misma, un proceso de aprendizaje.

En el conectivismo, el individuo es un componente esencial en el aprendizaje, el conocimiento personal está constituido por una red, la cual alimenta a instituciones y organizaciones, y estás a su vez retroalimentan a la red, generando nuevo aprendizaje para los individuos. Este ciclo permite que los sujetos que aprenden estén actualizados en algún área de interés mediante las conexiones que hayan formado.

4.- Reflexiones finales

Después de estar al tanto de los elementos teóricos esenciales que componen los recursos multimedia, las representaciones en matemática y la teoría conectivista del aprendizaje, no queda más que integrar los elementos a fin de determinar si el resultado de esa fusión es conveniente para optimizar los procesos de enseñanza y, en consecuencia, de aprendizaje de la matemática.

Por una parte, los recursos multimedia tienen una importante aceptación en la enseñanza, ya que muchos investigadores afirman que la redundancia (estimular varios sentidos de manera simultánea, presentando una misma información en formatos distintos, por ejemplo, textual y gráficamente) es imprescindible para lograr el aprendizaje; además, permite codificar la información en diferentes formatos, así los profesores pueden organizar, estructurar y relacionar los signos y los modos en que serán mostrados de una forma más sencilla gracias al uso de los recursos multimedia. Estos recursos nos permiten trascender la realidad física tal y como la conocemos, ya que a través de ellos se pueden explicar, por ejemplo, fenómenos que no se ven a simple vista o que no tienen lugar fuera de la virtualidad. En otras palabras, los recursos multimedia nos abre un mundo de posibilidades que de otra forma no fuese posible, esto deja entrever el inmenso potencial que poseen y cuan útiles pueden ser en el campo educativo.

Por otra parte, hemos visto cómo las representaciones en matemática juegan un papel fundamental para su enseñanza, ya que hacen posible la “aparición” de los objetos matemáticos y permite así la posibilidad de estudiarlos a profundidad; en ese sentido, el empleo de la tecnología y específicamente de los recursos multimedia, expanden la posibilidad de representar múltiples registros de representación de un objeto matemático de forma dinámica, y este es un punto crucial desde la perspectiva de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática ya que los sistemas de representación son un eje central para que el sujeto pueda comprender los objetos matemáticos y sus características esenciales.

Por último y no menos importante, se tiene que sumar a esta enseñanza de la matemática (para lo cual tomamos en cuenta las representaciones de los objetos y el potencial tecnológico para abordar tales representaciones) la forma en cómo el estudiante de hoy aprende cuando sus sentidos están siendo bombardeados constantemente con tecnología, para lo cual se ha tomado en cuenta la teoría conectivista de aprendizaje que se fundamenta en la capacidad que tienen el individuo de aprender lo que vaya necesitando día a día en esta era digital; proponiendo como reto que el conocimiento debe activarse en el sitio donde se necesite y que el sujeto pueda conectarse con fuentes de información fiable cuando lo necesite pero no lo posea al momento, así el conocimiento crece y evoluciona constantemente y tener acceso a al conocimiento y la información que se necesita se vuelve más importante para el aprendiz que el conocimiento que ya posee.

Se trata entonces de *activar* mecanismos que induzcan al aprendiz a apoderarse de los objetos matemáticos mediante la presentación de múltiples representaciones que serán posible gracias al uso de los recursos multimedia, entendiendo los escenarios actuales en los que hace vida ese aprendiz, o sea, reconociendo el constante cambio que sufre la sociedad de hoy donde el aprendizaje ha dejado de ser una actividad interna e individual. Sin duda alguna, lo que se propone es un reto al docente de matemática que aprendió y se formó bajo mecanismos totalmente distintos de enseñanza; pero que ya se vuelve ineludible ante la cultura digital que nos arropa y no da señales de terminar pronto.

5.-Referencia Bibliográfica

Azzato, M. y Rodríguez, J. (2011). Relación entre la estructuración multimedia de los mensajes instructivos y la comprensión de libros electrónicos. [en línea] disponible en http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/32138/02.AZZATO_ANEXOS.pdf;jsessionid=B43B6C3DD951D9DC4DBBFEB57B3A3D33.tdx2?sequence=2

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática, 1999 - 314 páginas

Méndez, O. y otros (2007). *Recursos digitales y multimedia*. Tecnología de la información. México: UNAM. [en línea] disponible en http://ru.ffyl.unam.mx:8080/jspui/bitstream/10391/955/1/Ver%C3%B3nica%20M%C3%A9ndez%20-%20Lizet%20Ruiz%20-%20Hugo%20Figueroa%20-%20Recursos%20digitales%20y%20multimedia.pdf

Orozco, C. y Labrador, M. (2006). La tecnología digital en Educación: Implicaciones en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. Revista THEORIA: Ciencia, arte y humanidades. [en línea] disponible en http://redalyc.uaemex.mx/pdf/299/29915209.pdf

Pinto, M. (2002). Indización y resumen de documentos digitales y multimedia: técnicas y procedimientos. Gijón, Asturias: Trea.

Siemens, G (2004) Connectivism: A learning theory for a digital age. [en línea] de http://www.elearnspace.org/Articles/connectivism.htm

Vaughan,T. (2002). Multimedia: manual de referencia. México: Osborne McGraw-Hill.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

El Docente de Matemática y su Proceso de Instrucción: Inmigrantes Digitales Vs. Nativos Digitales

Ricardo E. Valles P.[1]

Resumen.

En la actualidad, existe un estrecho vínculo entre los innumerables recursos tecnológicos disponibles y las actividades de la sociedad moderna, sociedad en la cual fuimos formados, para luego ingresar a una Universidad donde nos educaron *ayer* con material de *antes de ayer*. Es por ello que en la actualidad se hablan de dos grandes grupos: *Nativos Digitales (ND) e Inmigrantes Digitales (ID)*; los primeros, según Prensky (2001), son conocidos como aquellos individuos formados en la década de los 90, capaces de hacer *multi*actividades de manera simultánea, como realizar tareas mientras ven televisión, enviar mensajes de texto, correos electrónicos, descargar actividades de la WEB, así como también prefieren imágenes en vez de textos escritos, entre otros; en cambio, los segundos, son aquellos que, por su edad, no han vivido intensamente esta avalancha de tecnología, pero forzados por la necesidad de estar al día, han tenido que formarse con todo el apremio en ello. En relación a este último, hay que acotar, que al igual que cualquier inmigrante se aprende a un ritmo distinto, adaptándose al contorno y ambiente, pero guardando siempre una innegable conexión con el pasado. En este nuevo panorama presentado, cabe preguntarnos de manera particular ¿Qué papel juega el docente en matemática en esta era digital?, ¿Cómo la enseñanza de la matemática debe ser rediseñada en función de los nativos digitales? Estas preguntas nos permitirán reflexionar sobre dónde está y hacia dónde se debe dirigir la enseñanza de la matemática en este tiempo; solo mediante esa reflexión estaremos un paso más delante de optimizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de una Ciencia que parece tener cada vez menos adeptos.

Palabras claves: nativos, inmigrantes, digitales, docentes, matemática.

1. Introducción

La educación en la actualidad se encuentra influenciada de alguna u otra manera por el creciente desarrollo tecnológico y digital; vemos como las Universidades se encuentran en un constante equipamiento técnico, con la intensión de mantenerse actualizadas y brindar condiciones vanguardistas para el desarrollo educativo. A la par existe una creciente población académica que se encuentra ubicada dentro de los Nativos Digitales (ND), en tal sentido se evidencia un cambio de valores, a estos individuos no les atraen los modos de

---

[1] Universidad Simón Bolívar. Venezuela. revalles@usb.ve

enseñanza que no estén basados en experiencia o simulaciones, ya que este tipo de educación la encuentran con frecuencia muy aburrida, bajo este panorama se hace necesario que los docentes de los ND tengan que des-aprender aquello que tal vez fue útil en tiempos pasados pero que en la actualidad resulta poco menos que arcaico.

Para proponer una "nueva" forma de enseñanza adaptada a los ND, los docentes que por lo general pertenecen al grupo de los Inmigrantes Digitales (ID) deben rediseñar dos aspectos fundamentales: la *metodología* y los *contenidos* de enseñanza. Con respecto a la metodología, Prensky (op. cit) menciona, que ésta debe estar adaptada al lenguaje y ritmo de aprendizaje de los ND, lo que no significa dejar de lado lo importante o lo trascendental, pero si considerando el pensamiento *paralelo* que caracteriza a esa nueva generación. En cuanto al contenido, se propone *adaptar* lo que se viene enseñando desde hace décadas (lectura, escritura, Matemática,…) a lo que tendremos en el futuro (robótica, nanotecnología, genomas…).

Ya algunos investigadores en esta área intentan dar una aproximación de cómo las tecnologías influirán en el pensamiento matemático del individuo, entre ellos están Orozco y Labrador (2006), quienes afirman que la educación matemática desde ya está siendo influenciada por la "inteligencia artificial", debido al *desarrollo, extensión* y *expansión* de una nueva forma de enseñar basada en soportes digitales. Otros investigadores afirman que se ha venido demostrando el potencial que tiene el uso de las tecnologías digitales, proporcionando otras formas de comunicación, simbolización y formalización matemática, así como también, permitir el desarrollo del pensamiento matemático mediante la lúdica digital (Feldstein, 2005; Godino y Batanero, 1994 y De Guzmán, 2002). Existe un consenso de manera general, de la sociedad científica en el área de la educación matemática, y es que la cultura digital exhibe las condiciones ideales para rescribir toda la matemática desde el nivel inicial hasta el universitario en la actualidad, considerando la representación tecnológica, la cual incluye un nuevo lenguaje, una nueva simbología, y unos nuevos procedimientos; todos apoyados del potencial y versatilidad de la tecnología (Feldstein, 2005; Orozco, 2006; Ramos, 2005). Es evidente el nuevo rol que el docente de matemática deberá desempeñar en su praxis educativa, que no es otra cosa que adaptar su proceso de instrucción al lenguaje que manejan los estudiantes de hoy, es decir el lenguaje de los ND; sin olvidar las características propias de la enseñanza de los objetos matemáticos, de acuerdo a su naturaleza. Para D´Ambrosio (2012), El rol que el docente debe tomar *no* consiste en eliminar la matemática tradicional, sino *reformular* su organización curricular, reconociendo el origen de una nueva matemática y por consiguiente la apertura de una nueva cultura matemática; incorporando todos los recursos digitales disponibles en la actualidad. En esta perspectiva, se considera pertinente plantear dos preguntas centrales: *¿Qué papel juega el docente en matemática en la era digital?, ¿Cómo la enseñanza de la matemática debe ser rediseñada en función de los nativos digitales?*

2. Referente teórico

2.1 Inmigrante Digital (ID)

Para Prensky (2001), las personas no nacidas en el mundo digital (antes de la década de los 90) pero que de alguna forma u otra se ven fascinados y adoptan la mayoría de los aspectos de las nuevas tecnologías, se consideran Inmigrantes Digitales (ID). Estos individuos aprenden el lenguaje digital paso a paso con diferentes ritmos, tratando de adaptarse a un nuevo ambiente y manteniendo en cierto grado su acento original con un pie en el presente y otro en el pasado.

El mismo autor señala algunas características que identifican al ID: le da primacía al papel, es decir, a la información impresa antes que a la información contenida en algún formato digital, esto significa que prefiere obtener la información en formato físico, por lo tanto, buscará la manera de transformar la información digital en información física cada vez que le sea posible (imprimirá cualquier información digital que considere relevante: libros, e-mail, manuales, entre otros); prefiere el contacto físico con las personas antes de dejar asuntos que considere importante en manos de medios de comunicación digital, por ejemplo, dejar alguna instrucción por e-mail que le parezca significativa le produce desconfianza; la comunicación sincrónica impera sobre la asincrónica para el ID, esto debido al temor que la comunicación no sea efectiva si no es instantánea, dudando que el mensaje llegue sino tiene la confirmación positiva del receptor de manera síncrona; en el ámbito educativo donde por lo general el ID tiene contacto con sujetos de generaciones más recientes se evidencian aún más tales características, precisamente porque maneja un lenguaje diferente ante la aparición de signos comunicativos contemporáneos.

Ahondando específicamente en los *ID docente*, Prensky (op.Cit) afirma, que existe un choque de éstos con la nueva generación, el cual se hace pronunciado por la relación entre el docente y sus estudiantes, estos últimos vienen formándose a un ritmo vertiginoso, al compás de los avances tecnológicos que cambian constantemente (video juegos, redes sociales, videos, entre otros). El *ID docente* muchas veces piensa que los estudiantes tienen su mismo ritmo de aprendizaje, por lo tanto, tiende a considerar que funcionará el mismo mecanismo de enseñanza con el que él fue formado; esto supone ser un problema serio para los estudiantes de la nueva generación, que ven la enseñanza desarticulada e incluso inútil ante las exigencias del mundo de hoy. D´Ambrosio (2012) afirma al respecto, que en el caso específico de los docentes ID en el área de la matemática, están viviendo una nueva etapa en la evolución de esta Ciencia, es por ello que la historia de la matemática nos ha venido mostrando en los últimos años los cambios producidos con el surgimiento de las tecnologías, afirmando que si la tecnología ha evolucionado, la matemática también lo ha hecho.

2.2 Nativo Digital (ND)

La diseminación de la tecnología digital a partir de la década de los noventa, ha originado que los estudiantes nacidos en esta época sean considerados Nativos Digitales (ND), por lo cual Prensky (op.Cit) manifiesta que, los estudiantes de hoy son diferentes, viven inmersos en el mundo de las redes y del aparataje tecnológico; ellos constituyen una generación o clase social distinta a sus docentes. Los ND se desarrollan con el *procesamiento paralelo*, o sea, pueden hacer varias tareas o actividades de manera simultáneas. En cuanto a las características de los ND se tienen: están adiestrados para hacer muchas cosas a la vez (leer email, escuchar música, descargar un programa, entre otros, todo al mismo tiempo) y optan por la búsqueda al azar y el hipertexto, además se sienten cómodos trabajando de esa manera; tienen inclinación por la gratificación instantánea y manifiestan poca paciencia, en otras palabras los ND prefieren las actividades cortas las cuales generen resultados rápidos, a extensas actividades secuenciales sin un sentido práctico inmediato; son individuos que no están acostumbrados a realizar una sola actividad y que genere una larga concentración; adicionalmente optan por estar en una constante navegación o búsqueda y se inclinan más hacia lo experimental que hacia las actividades laboriosas, ellos prefieren realizar actividades que involucren algunas características lúdicas y que generen competencias entre el grupo, privilegian lo gráfico y se resisten a escuchar una clase prolongada o una conferencia.

Otra de las características de los ND, que desempeñan el papel de estudiantes, tiene que ver con su intolerancia a seguir lógicas que implican realización “paso a paso” de una tarea y del acceso que tiene a numerosas fuentes de información, lo que les permite aprender “solos” y tienen a disposición diferentes tipos de saberes teóricos y prácticos. Es por ello que a los ND se les escucha decir, entre pasillos: “Cada vez que asisto a la Universidad tengo que desacelerarme”, “en las clases de matemática me siento desmotivado, y fácilmente pierdo la atención de la misma, considero que el profesor debería hacer uso de los recursos tecnológicos con los que contamos”.

Sin embargo, existen desventajas que tienen los ND, precisamente atribuidas al uso excesivo de la tecnología; al respecto Alvares y otros (2013), afirman que estos individuos presentan un bajo grado de conocimiento analógico, a pesar que poseen un gran cúmulo de fortalezas derivadas de sus capacidades tecnológicas, lamentablemente, ya se hacen innegables también, muchas deficiencias que perjudican de manera preocupante su desenvolvimiento profesional y su futuro. En tal sentido se puede interpretar que los ND están presentando un gran deterioro en la formación y disciplina intelectual, por lo cual ponen en riesgo, inclusive, la posibilidad que sus países se mantengan en la vanguardia de la producción en Ciencia y Tecnología.

En el mismo orden de ideas, Fonseca (2010) manifiesta que se está frente a un alarmante fenómeno, el cual llama “ignorantes analógicos”. Se hace uso de esta expresión para describir la realidad de muchos jóvenes de este tiempo, que aun teniendo un nivel universitario, carecen de disciplina, rigor intelectual y capacidad de análisis, esto se empieza a evidenciar en la evolución y el potencial del desempeño del universitario donde en muchos casos la capacidad científica se ve mermada.

Se hace evidente la importancia de tener un buen conocimiento de las tecnologías digitales, pero no se puede obviar la eficacia de la actividad intelectual, científica y matemática rigurosa que se desarrolla de forma analógica; dichas actividades requieren del estudiante mayor concentración, formación y dedicación; sólo privilegiando estas capacidades podemos enmarcarnos en la vía del desarrollo de forma consistente y eficaz.

2.3 Didáctica de la Matemática y tecnología

El uso de la tecnología en la Didáctica de la Matemática se ha incrementado exponencialmente en los últimos años; Gamboa (2007) menciona al respecto que, por ejemplo, en la resolución de problemas se ha tenido importantes avances con el uso de herramientas informáticas en el aula ya que permite a los discentes buscar relaciones, identificar posibles soluciones, elaborar conjeturas, comprobar resultados implementando diferentes métodos, entre otros; todo esto gracias al uso de la tecnología en el aula. No obstante, señala que antes de implementar la enseñanza de la matemática apoyándose en tales herramientas se debe tener una cuidadosa planificación previa de las actividades a realizar, tener un plan alternativo si el resultado no es el esperado, velar porque la herramienta tecnológica realmente cumpla su función, es decir, sea un medio y no un fin y no permitir que dicha herramienta sustituya procesos básicos y necesarios para que el estudiante desarrolle y adquiera los contenidos matemáticos.

Para Castillo (2008), la implementación de las tecnologías en el área de la matemática ha sido lenta, no obstante existen investigaciones que respaldan la importancia del uso de estos recursos, ya que han venido a evolucionar la práctica pedagógica de los profesores en esa área. Por su parte, Contreras (2007), afirma que las tecnologías en los últimos años han tenido una gran influencia, particularmente en la Didáctica de la Matemática, no solo en el diseño de software específicos para la enseñanza de diversos temas matemáticos (derive, maple, matlad, calculadoras graficadoras); sino que además se han estado abarcando espacios concernientes al mundo digital para la información y comunicación de esa Ciencia (plataformas virtuales educativas, blog, wiki, entre otros).

En general, para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, las herramientas tecnológicas deben ser recursos que faciliten su comprensión por parte del estudiante; esto significa que de ninguna manera estas herramientas pueden ser el reemplazo de las operaciones lógicas que generalmente deben desarrollar los discentes cuando *hacen* matemática, por el contrario, éstas deben abrir la imaginación del aprendiz y brindarle nuevas oportunidades que con el solo uso de recursos tradicionales no existirían.

2.4 El docente de matemática y su proceso de instrucción

En la actualidad el docente, en particular el docente en matemáticas, no debe dejarse llevar por el frenesí del abordaje de las innovaciones digitales, y por consiguiente suponer que las propiedades de las nuevas tecnologías y su aparente sencillez al usarlas en la vida cotidiana, implican el conocimiento de "cómo" utilizarlas eficientemente, y que sirvan de soporte en el proceso de aprendizaje. Para la mayoría de los *ID docentes* sus estudiantes son los mismos que siempre han sido y dan por cierto que los métodos utilizados por sus pasados docentes para formarlos, también van a funcionar con sus actuales estudiantes, pero esa deducción ya no es válida, ya que los ND ubicados en los salones de clases son individuos que se formaron en un vertiginoso entorno de video juegos y redes sociales, están educados para la instantaneidad del hipertexto, la música descargada, los teléfonos inteligentes, la biblioteca en sus laptops, y los mensajes instantáneos, entre otras virtudes que la tecnología de hoy les ofrece. Es por ello que se debe considerar las estructuras de los planes de estudio de las asignaturas de matemática en nuestras Universidades, para adaptarlas a las exigencias del mundo digital que estamos viviendo. En relación a esto, Ruiz (2009), nos dice que debemos potenciar y renovar los programas y la formación de profesores ya que en las últimas décadas la Educación Matemática ha adquirido el carácter de disciplina científica, una que ha obtenido resultados favorables y ha mostrado pautas del camino a seguir.

3. Reflexiones finales

Debido al desbordado avance de la tecnología en sociedad actual, el acceso a la información y formas de comunicación han evolucionado de forma casi adictiva, es por ello que los ND disponen de habilidades, destrezas y conocimientos en el uso de las *tecnologías digitales*; por otra parte, es comprensible que los ND se desmotiven o pierdan el interés a los contenidos impartidos en el entorno de clases, al ver a sus docentes llevar a cabo el proceso de instrucción de una forma plana y lineal, mientras que ellos están acostumbrados a desenvolverse e interactuar en un entorno audiovisual, multimedia, de lo cual podemos inferir que los métodos cien por ciento tradicionales no satisfacen las expectativas y necesidades de ese aprendiz.

Esta realidad nos lleva a reflexionar y a cuestionarnos muchos aspectos de la praxis educativa, donde cabe preguntarse, por ejemplo, *¿con qué moral podríamos debatir el* *hecho de que nuestros estudiantes, no supieran cálculo integral o cálculo diferencial, mientras nosotros como docentes, con nuestra amplia preparación, desconocíamos lo que ellos si saben y sin que lo hayan aprendido de manera formal y didáctica en la escuela o que alguien se los haya enseñado*?

El reto está en asaltar la atención de nuestros discentes, lograr la motivación en el entorno didáctico, para capturar el interés por aprender, en este caso, para que se apropien de los conocimientos de índole matemático; por lo tanto, es momento de poner manos a la obra y aprender un poco de lo que ellos ya saben y nosotros no hemos querido ver, bien sea por desconocimiento o ignorancia; para ello, se pueden considerar los aportes de la *neurociencia*, los cuales describen los procesos involucrados en la forma de aprender de los individuos, así como también debe tomarse en cuenta la teoría de las *inteligencias múltiples* y cómo estas últimas se van transformando de acuerdo a lo que nos depara el futuro (Gardner, 2005); ambos aspectos han sido fusionados en la reciente teoría del aprendizaje conocida como *conectivismo* (Siemens, 2004).

De lo antes expuesto surge la necesidad de transformar y adecuar e innovar las prácticas docentes de Matemática, incorporando ambientes de aprendizaje acordes a las exigencias de nuestros ND, dentro y fuera del aula, teniendo como cómplices, en vez de como enemigos, a las *tecnologías digitales*. Todo esto implica romper paradigmas y adaptarnos a la idea de que ahora en adelante, el actor principal es el estudiante, y los docentes debemos mediar en la medida de lo posible el aprendizaje.

Por último, no se debe olvidar que los ND poseen debilidades, por ejemplo, el bajo desarrollo de las habilidades analógicas y la escaza producción intelectual que repercuten negativamente de forma directa con la evolución del pensamiento lógico-matemático; en consecuencia, las estrategias que se planifiquen deben intentar erradicar o por lo menos minimizar tales dificultades.

4. Aportes Significativos

- ✓ El docente de matemática debe ser formado en la alfabetización digital o en todo caso incluirla en su formación continua; de tal forma que pueda integrar las tecnologías digitales en los programas de estudios y planificaciones de cátedras.
- ✓ Se deben realizar cambios profundos en la práctica pedagógica del docente de matemática, donde se hace inevitable involucrar los modelos de educación: B-learning, M-learning y E-learning.
- ✓ Enfocar las competencias de los ND hacia los procesos de aprendizaje (participación en foros de discusión, actividades sincrónicas y asincrónicas en plataformas virtuales, entre otras).
- ✓ Estructurar estratégicamente los tópicos a trabajar en los cursos de matemática, considerando materiales audiovisuales, direcciones electrónicas de interés, programas digitales que estimulen la participación activa del estudiante.
- ✓ El docente debe convertirse en el guía del proceso, acceso y acercamiento temático para el aprendizaje al momento de introducir el tema, esto con la intensión de brindar un escenario alternativo al estudiante.

5. Referencias Bibliográficas

Alvarez, C., Salavati, S., Nussbaum, M., Milrad, M. (2013). Collboard : Fostering new media literacies in the classroom through collaborative problem solving supported by digital pens and interactive whiteboards. Computers and education. 63. 368-379.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el Constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa, 11(002),171-194. Recuperado el 08 de junio de 2012 de http://redalyc.uaemex.mx/pdf/335/33511202.pdf

Contreras, W. (2007). Evolución de las Aulas Virtuales en las Universidades Tradicionales Chilenas: El caso de la Universidad del BIO-BIO. Horizontes Educacionales, 12 (1), 49-58. Recuperado el 10 de marzo de 2012 de http://face.uasnet.mx/profesores/palvarez/LCE_OIII_educacionTIC/01_universidadVirtual/01%20-%20EvolucionAulasVirtuales.pdf

D'Ambrosio, U. (2012). El estado del mundo y la educación matemática: reflexiones sobre el futuro. Comité Latinoamericano de matemática educativa. Centro de Educación Abierta y a Distancia y Departamento de Matemáticas de la Universidad federal de Ouro Preto. RELME 26. Belo Horizonte, 24 al 28 de Julio del 2012. Disponible en línea en: http://es.slideshare.net/enriquehg17/conferencia-ubiratan-dambrosio

De Guzmán, M. (2002) Enseñanza de las ciencias y la matemática. OEI. Disponible en línea en: www.groups.msn.com/cgj4ulm362gqklh4g4qtuud87/

Feldstein, M. (2005). The Digital Promise: Using Technology to Transform Learning, eLearn Magazine. SUNY Learning Network.

Fonceca, C. (2010). Aprendizaje en la era digital: Brecha digital y brecha cognitiva. 3a Conferencia Ministerial de la Sociedad de la Información. Sociedad de la Información: Desafíos para la Región.

Gamboa, R. (2007). Uso de la Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2(3), 11-44. Recuperado el 20 de abril de 2012 de http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c1.pdf

Gardner, H. (2005). Multiple intelligences: the theory in practice. New York. Basic Books.

Godino, J.D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 14(3), 325-355.

Orozco, C. y Labrador, M. (2006). La Tecnología Digital en Educación: Implicaciones en el Desarrollo del Pensamiento Matemático del Estudiante. Theoria, Universidad del Bío-Bío. Chile, 15(002), 81-89. Disponible en línea en: http://redalyc.uaemex.mx/pdf/299/29915209.pdf

Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants. From On the Horizon (MCB University Press, 9(5). Disponible en línea en: http://www.marcprensky.com/writing/prensky%20-%20digital%20natives,%20digital%20immigrants%20-%20part1.pdf

Ramos, A.B. (2005). Análisis de la noción de función presente en los alumnos cursantes de la asignatura Introducción a la Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Trabajo de ascenso no publicado. Universidad de Carabobo

Ruiz, A. (2009). XXIV Simposio Costarricense sobre Matemáticas, Ciencias y Sociedad. Boletín de Ciencia y Tecnología CONOCIT, Boletín N° 86. Disponible en línea en: http://163.178.205.6/boletin/boletin86/simp_mate.html

Siemens, G. (2004) Conectivismo: una teoría de aprendizaje para el área digital. Disponible en línea en: http://www.scoop.it/t/teoria-para-tecnologia-educativa/p/1597885102/siemens-2004-conectivismo-pdf

Libros de Matemáticas para Ipad (Ibooks). Dinámicos e Interactivos

Kory Castillo Castillo[1]

Resumen

La búsqueda de nuevas formas o medios que permitan generar una mejor dinámica en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en donde los estudiantes construyan su propio conocimiento, nos hace dirigir la mirada hacia a nuevas herramientas didácticas como los libros dinámicos y en particular a los *ibook*[2]. Este proyecto pretende mostrar como los libros dinámicos *ibook*, creados con Ibookauthor[3] y que junto con otros softwares complementarios como geogebra, Sketchup, y otros, permiten generar e integrar un sin número de actividades, que podrían ayudar al estudiante a mejorar, la comprensión de conceptos matemáticos a través de la contextualización, manipulación (funciones, objetos, modelos), construcción y autoevaluación.

Abstract

With the rise of dynamic books such as the ibook in particular, new ways to impove the teaching and learning process of mathermatics in which students can create their own knowledge have been our quest. This project aims to demostrate how Ibookauthor´s dynamic books along with other complementary software such as Geogebra and Sketchup generate and intergrate a countless number of activities. Thus, students can cope with their understanding of math concepts through contextualization, manipulation of functions, objects or models, as well as knowledge development and self-evaluation.

Introducción

A través de los años se ha generado una aversión al aprendizaje de las matematicas, que por situaciones culturales, metodológicas, individuales entre otros, a generado así una barrera el proceso de enseñanza-aprendizaje y categorizando a esta como un problema social.

---

1 Profesor de matemáticas en el MEP(Ministerio de Educación Publica), Costa Rica. Correo electrónico: *korycastillo@gmail.com*

2 Ibooks: Libros Dinámicos exclusivos de Apple, que pueden ser visualizados unicamente en Ipad de esta misma empresa.

3 IbookAuthor es la plataforma de Apple que permite crear los libros dinámicos ibooks.

Todo este panorama ha sido objeto de estudio desde muchos flancos y con objetivos diversos, en busca de mejores técnicas o métodos que permitan facilitar la adquisición de conceptos cada vez más abstractos.

El uso de materiales concretos como el **Tangrama**, el ***Geo plano***, la **Regla y** el **Compas**, el **Transportador**, entre otros, que apoyadas con didácticas adecuadas, han contribuido con la enseñanza - aprendizaje en algunas áreas de las matemáticas a través de muchas generaciones; actualmente el uso de software y hardware orientados a la enseñanza de las matemáticas, está cambiando el abordaje de diversos contenidos.

La proliferación de software orientado a la creación de herramientas interactivas y dinámicas como libros Ebook, Ibooks, Pdf dinámicos entre otros y que potenciados con programas como Geogebra, visualizadores de imágenes en 3D, video, etc hacen pensar que implementación de estos podrían tener un impacto positivo en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Libros Dinámicos con IbookAuthor

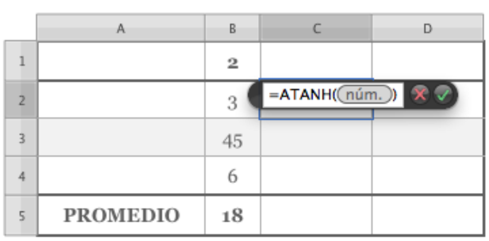
En enero 2010 Apple anuncia su nuevo producto, el Ipad, y paralelo a ello, un nuevo software IbookAuthor, que para algunos expertos viene a revolucionar la forma de ver los libros, dándole la oportunidad a los usuarios de tener una mayor participación con las múltiples actividades interactivas que con este se pueden generar y mas aún si tomamos en cuenta muchos software que llegan a complementar el ibookauthor.

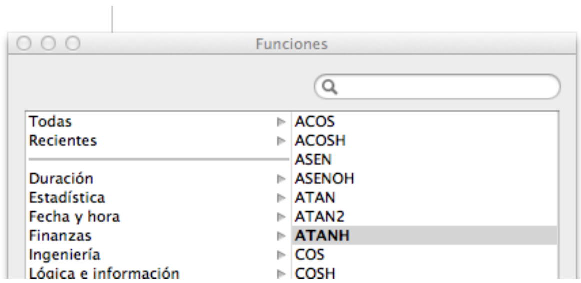
El manejo de texto es muy versátil y ágil, así como podemos escribir normalmente en cada una de sus páginas, también permite incrustar páginas completas de un archivo word con solo tomarlo y arrastralo. Más importante aún en el área de matemáticas, este permite insertar fórmulas, símbolos o textos específicos en esta área a través del código **Latex** o bien con **MathML**.

$$\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^{\infty} a_k$$

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{si } n \text{ es par} \\ 3n+1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

Permite elaborar **gráficos estadísticos** de diversos tipos, también permite crear **tablas de cálculo** con diversas fórmulas, como las utilizadas en las hojas de cálculos más conocida como numbers (MAC) o Excel (Microsoft).





Una de las herramientas más robustas del ibookauthor son los **Widgets,** pues son estas las que permiten en gran medida generar la interactividad deseada en los libros. Un widget es una pequeña aplicación o programa, usualmente presentado en archivos pequeños que son ejecutados por un motor de widgets y este caso estos se ejecutan en el libro.

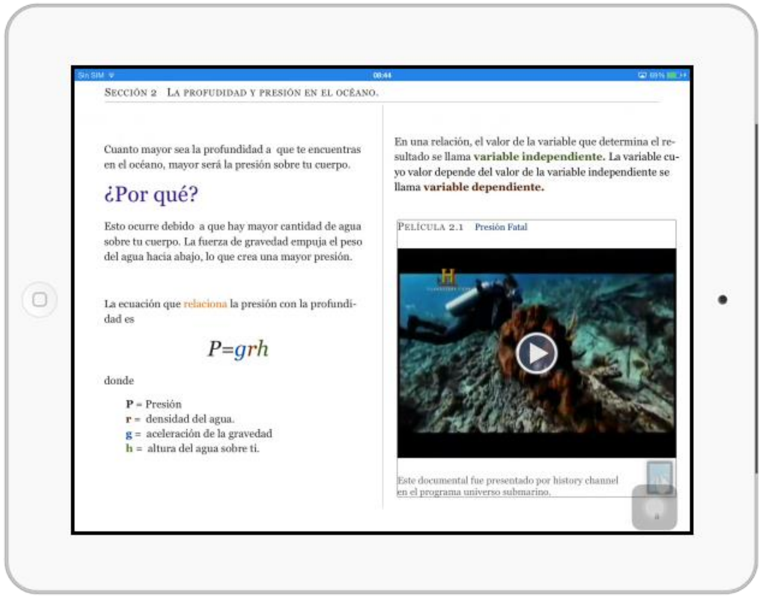
Existen nueve tipos de widgets en el ibookauthor, cada una con sus funciones particulares: Galería, Multimedia, Repaso, Keynote, Imagen Interactiva, 3D, Barra lateral desplazamiento, Ventana emergente, HTML.

Galería:

Con este Widget se puede añadir una serie de imágenes que permitirán al usuario ver sin necesidad de pasar de paginas; por ejemplo en el área de matemáticas, la visualización de los diferentes tipos de sólidos mostrado con su nombre y sus principales características, pues en este widget se puede agregar a cada imagen un título y un pie de imagen o descripción.

Multimedia:

Con este Widget se pueden añadir archivos de vídeo con la extensión .m4v (H.264) o archivos de audio con la extensión .m4a (AAC). No existe límite en el tamaño del archivo por agregar, podremos perfectamente agregar documentales, películas u otros sin ninguna restricción.



Repaso:

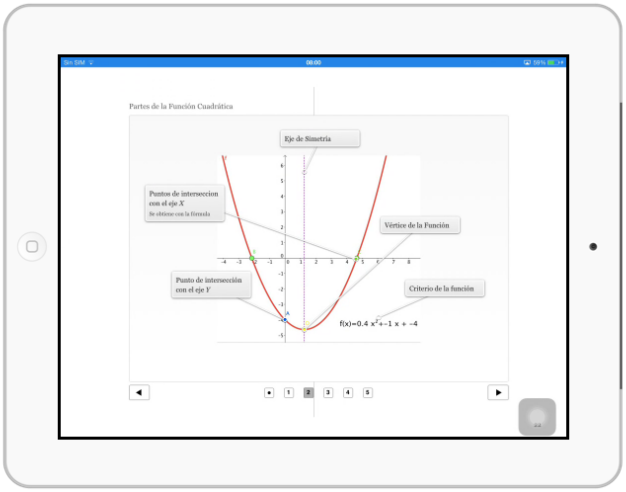
El Widget nombrado ***repaso*** nos permite crear actividades de autoevaluación, con una estructura de selección única, permite retroalimentar al usuario mientras resuelve los ejercicios.

Keynote:

Keynote es la herramienta homóloga a Power Point (Microsoft), este Widget, permite importar una presentación de keynote al libro, para ello se debe tener la aplicación de Keynote instalada en la MAC, o bien se debe exportar la presentación como html.

Imagen Interactiva:

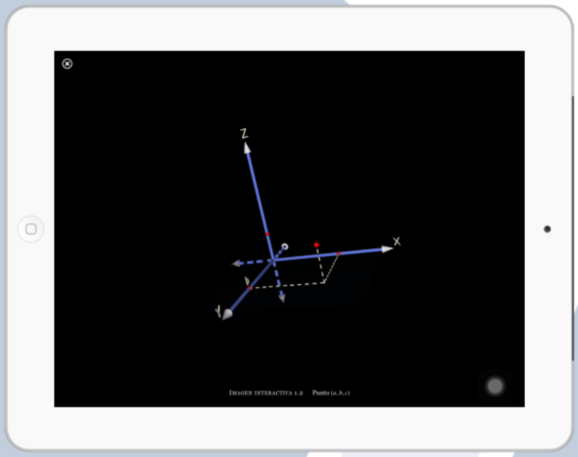
Este Widget es muy útil para ampliar información sobre determinadas partes de una foto o gráfico, por ejemplo en un imagen de un sólido que al dar clic en una de sus aristas muestre su nombre y características, luego al dar clic en alguna de las caras de igual manera presente información sobre esta.

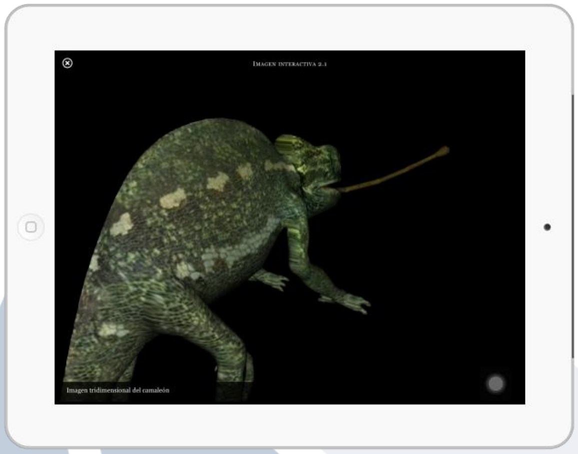


Otro ejemplos sobre un posible uso, es con una función cuadrática y que al dar clic en cada una de las partes que la conforman muestra la explicación o bien fórmulas relevantes sobre ella.

3D:

Con el Widget de 3D, se puede añadir objetos 3D que los usuarios podrán manipular de manera que la visualización sea de 360° y en los 3 ejes (X,Y,Z) Para poder añadir estos objetos, se necesita un archivo Collada con la extensión .dae que pueden ser creados en programas como sketchup de google que en el caso del área de matemáticas esta herramienta podría ser muy útil en diversas temáticas, por ejemplo visualización de sólidos de revolución, funciones paramétricas, vectores, etc.





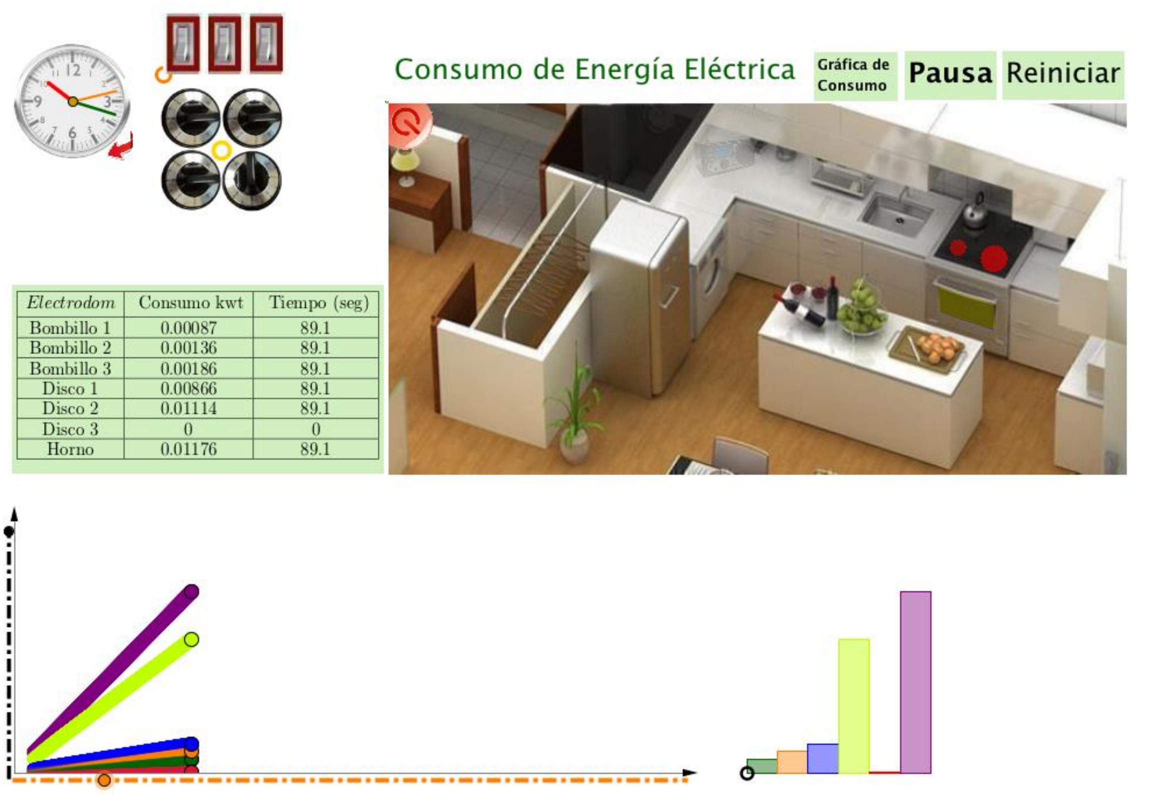
HTML:

Este Widget permite añadir un Widget HMTL creado con Dashboard o con cualquier editor HTML capaz de crear archivos Widget para Dashboard.

Dashcode es la herramienta de Apple con la cual se pueden generar este tipo de Widget o "mini-aplicaciones".

En el área de matemáticas un software con grandes cualidades y que podrían potenciar cada tema del libro es el Geogebra, un software de geometría dinámica, y que dentro de sus características está generar código html de cada aplicación que elaboremos en ella.

En particular Geogebra es un programa que nos permite generar muchas aplicaciones geométricas tanto bidimensionales como tridimensionales, modelar situaciones o fenómenos cotidianos, entre otras y que fácilmente podremos incorporar diversas temáticas del libro.



Conclusiones

El Ibook Author permite la construcción de libros interactivos de una manera muy sencilla, versátil y dinámica, con una variedad de opciones para incorporar medios interactivos.

El uso de software como geogebra, skechup, Mathtype, entre otras, son un complemento fundamental en la creación de libros de matemáticas, la generación de pequeños programas (widget) a través de estos, genera un mayor dinamismo e interacción del usuario y el libro.

Una de las principales limitaciones de la creación y publicación de ibooks es la exclusividad de estos para la plataforma MAC e IOS del Ipad.

Referencias Bibliográficas

Blog no oficial de la aplicación iBooks Author Recuperado de http://ibooksauthor.es

Manual de Ibook Author, Observatorio Tecnológico, Gobierno de España, recuperado de http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/es/software/software-educativo/1069-manual-de-ibooks-author

iBooks Author: prácticas recomendadas para utilizar modelos en 3D Recuperado de http://support.apple.com/kb/HT5093?viewlocale=es_ES

Creating Interactive Widgets for iBooks Author and the iPad – Part 1 Recuperado de http://blogs.remobjects.com/blogs/jim/2012/02/16/p3862

Creating an Interactive Widget for iBooks without Dashcode – Part 2, Recuperado de http://blogs.remobjects.com/blogs/jim/2012/02/21/p3918

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

La enseñanza de la Geometría Analítica con Geogebra

Giovanni Sanabria Brenes*

Resumen

Geogebra actualmente es un software libre sumamente importante en la enseñanza de la matemática. El presente trabajo brinda una propuesta sobre la utilización de Geogebra como herramienta en la enseñanza de la Geometría Analítica. Dicha propuesta fue aplicada en los años 2011 y 2012 en el curso MA-421 Geométria Analítica de la Universidad de Costa Rica, dirigido a docentes en formación en enseñanza de la matemática.

Palabras clave: Didáctica, Tecnología, Geogebra, Geometría Analítica.

1 Introducción

GeoGebra es un software libre de matemática para educación en todos sus niveles disponible en múltiples plataformas. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo e incluso recursos de probabilidad y estadística, en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraica general y simbólica, estadísticas y de organización en tablas y planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Ha recibido numerosas distinciones y ha sido galardonado en Europa y USA en organizaciones y foros de software educativo[1].

Por otro lado, de acuerdo al programa, el curso MA-421 Geometría Analítica de la Universidad de Costa Rica pretende que el estudiante de enseñanza de la matemática adquiera los conocimientos y

*Instituto Tecnológico de Costa Rica – Universidad de Costa Rica, gsanabria@itcr.ac.cr

[1]Tomado del sitio http://www.geogebra.org/cms/es/info

destrezas necesarias en la utilización de coordenadas, así como la interpretación geométrica de las relaciones entre ellas. A diferencia de otras universidades y de otras carreras, este curso es exclusivo de geometría analítica, lo que permite un tratamiento más profundo de los contenidos.

En el año 2011 se decide dar una orientación distinta al curso incorporando el uso del Geogebra para mejorar la comprensión de los conceptos y resolver problemas, sin solapar la rigurosidad matemática. Las actividades realizadas fueron mejoras en la impartición del curso en el 2012. Algunas de estas actividades lograron combinar la rigurosidad matemática con el uso de Geogebra.

Seguidamente se describe algunas de las actividades realizadas.

2 Actividades realizadas

2.1 Ecuación y lugar geométrico

Ejemplo 1 *Considere el lugar geométrico determinado por todos los puntos que equidistan de $A(1,2)$ y $B(2,1)$.*

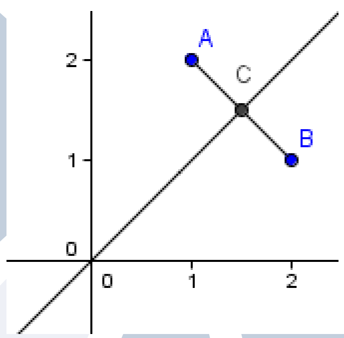
1. *Dibuje el lugar geométrico en Geogebra.*

   Para ello se siguen los siguientes pasos

   (a) *Se dibujan los puntos A y B, escribiendo en la barra de entrada "$(1,2)$" y "$(2,1)$".*

   (b) *Se traza el $\overline{AB}$ y su punto medio C*

   (c) *Se traza la recta c perpendicular a $\overline{AB}$ en C. Esta recta es el lugar geométrico buscado.*



2. *Determine la ecuación del lugar geométrico.*

   Sea $P(x,y)$ un punto cualquiera del lugar geométrico, entonces

$$d(P,A) = d(P,B)$$

   De donde

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} \Longrightarrow \boxed{x = y}$$

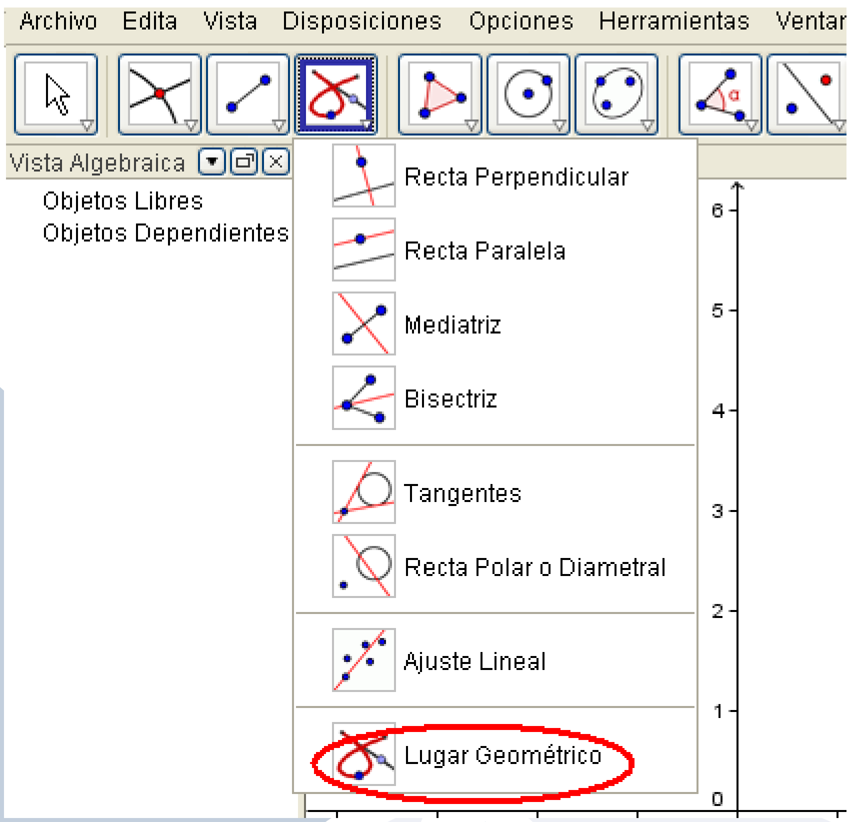
3. *Verifique que la ecuación hallada coincide con el lugar geométrico utilizando Geogebra.*

   En este caso se puede observar que la ecuación de la recta c dada por Geogebra en la vista algebraica coincide con la ecuación hallada.

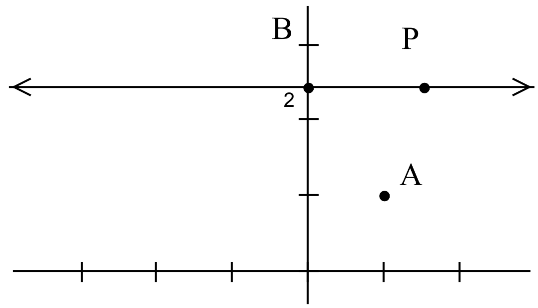
Ejemplo 2 *Considere el lugar geométrico determinado por un punto que se mueve de forma que su distancia al eje Y es igual a su distancia al punto $(1,1)$.*

1. *Dibuje el lugar geométrico en Geogebra.*

   En este caso se utilizará la herramienta "Lugar Geométrico" de Geogebra.



Para ello, se debe hallar un punto P del lugar geométrico que dependa de otro objeto en Geogebra. Sea $A(1,1)$. El objeto dependiente puede ser un punto B sobre el eje Y. Así, nos interesa hallar el punto P del lugar geométrico que está en la recta perpendicular al eje Y por B (recta l).



¿Cómo hallar el punto P? Por la definición del lugar geométrico se tiene que $d(P,B) = d(P,A)$, por lo tanto P se encuentra en la mediatriz de $\overline{AB}$, basta trazar esta mediatriz y hallar su intersección con la recta l. Así se siguen los siguientes pasos en Geogebra:

(a) *Dibujar: el punto $A(1,1)$, un punto cualquiera B sobre el eje Y.*

(b) *Trazar la recta a perpendicular al eje Y por B*

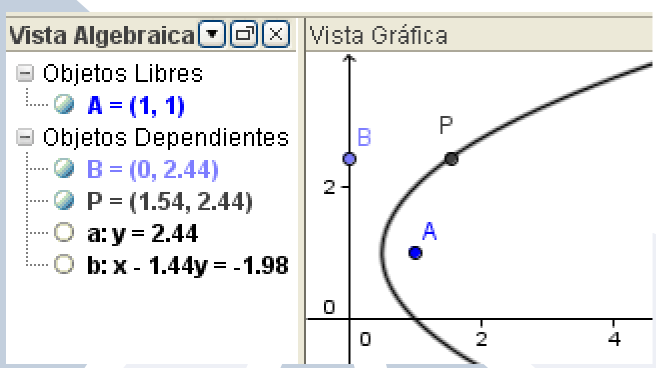
(c) *Trazar la mediatriz b de $\overline{AB}$*

(d) *Dibujar el punto de intersección de las rectas a y b. Renombrarlo P.*

(e) *Se puede activar el rastro de P y mover el punto B, para ver la dependencia de B y parte del lugar geométrico.*

(f) *Trazar el lugar geométrico de P al mover B. Se selecciona la herramienta "Lugar Geométrico", el punto P y luego el punto B.*

(g) *Ocultar las rectas a y b*



2. *Determine la ecuación del lugar geométrico.*

Sean $P(x,y)$ un punto cualquiera del lugar geométrico y $A(1,1)$, entonces

$$d(P, \text{eje } Y) = d(P,A)$$

de donde

$$|x| = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} \Longrightarrow -2x + y^2 - 2y + 2 = 0$$

3. *Verifique que la ecuación hallada coincide con el lugar geométrico utilizando Geogebra.*

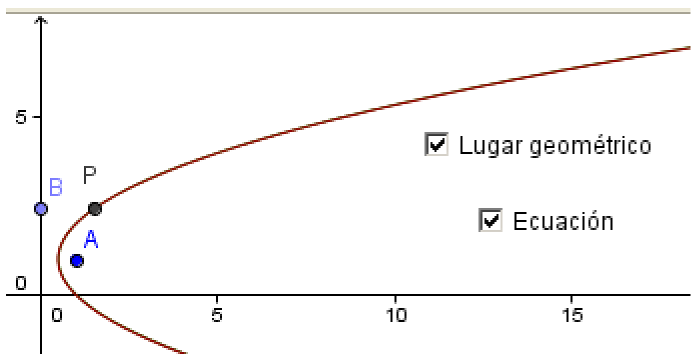
   A partir del dibujo realizado en Geogebra se siguen los siguientes pasos:

   (a) *Hacer una casilla de control para ocultar objetos con el subtítulo "Lugar geométrico" que se aplique al lugar geométrico c dibujado.*

   (b) *Trazar la curva d de ecuación* $-2x + y^2 - 2y + 2 = 0$, *ingresando dicha ecuación en la barra de entrada*

   (c) *Hacer una casilla de control para ocultar objetos con el subtítulo "Ecuación" que se aplique a la curva d.*

   (d) *Se puede observar con las casillas de verificación que las curvas c y d coinciden. Estas curvas se puede presentar de diferentes colorres.*



2.2 Transformación de coordenadas

Ejemplo 3 *Considere la cónica dada por la ecuación*

$$194x^2 - 120xy + 313y^2 + 858y - 1456x + 2834 = 0$$

1. ***I parte ("Algebraica")***

   (a) *Identifique la curva.*

   En este caso, $A = 194, B = -120, C = 313, D = -1456, E = 858, F = 2834$. *como* $I = B^2 - 4AC = (-120)^2 - 4 \cdot 194 \cdot 313 < 0$, *la ecuación es de género elipse.*

   (b) *Mediante transformación de coordenadas simplifique la siguiente ecuación.*

   Como los términos x^2, xy, y^2 *no forman un cuadrado perfecto, entonces se debe trasladar los ejes primero y luego rotarlos.*

   i. *1° Traslación de Ejes X, Y*

Por teorema las ecuaciones de traslación son:

$$\begin{cases} x = x' + h \\ y = y' + k \end{cases}$$

Sustituyendo estas en la ecuación original, agrupando los términos e igualando a cero los coeficientes de los términos lineales se obtiene que $h = \frac{46}{13}, k = -\frac{9}{13}$. *Por lo tanto, trasladando el sistema* XY *al nuevo origen* $\left(\frac{46}{13}, -\frac{9}{13}\right)$, *las ecuaciones de traslación son*

$$\begin{cases} x = x' + \frac{46}{13} \\ y = y' - \frac{9}{13} \end{cases} \qquad (1)$$

y la ecuación de la cónica en el nuevo sistema $X'Y'$ *es*

$$194(x')^2 - 120x'y' + 313(y')^2 - 39 = 0. \qquad (ec2)$$

ii. *2° Rotación de los ejes* X', Y'.

El ángulo de rotación θ *debe cumplir que*

$$\tan(2\theta) = \frac{-120}{194 - 313} = \frac{120}{119} > 0 \Longrightarrow \cos(2\theta) = \frac{119}{169}$$

y entonces

$$\sin(\theta) = \sqrt{\frac{1 - \cos(2\theta)}{2}} = \frac{5}{13}, \cos(\theta) = \sqrt{\frac{1 + \cos(2\theta)}{2}} = \frac{12}{13}$$

Por lo tanto las fórmulas de rotación son:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{12x'' - 5y''}{13} \\ y' = \dfrac{5x'' + 12y''}{13} \end{cases} \qquad (2),$$

sustituyendo y desarrollando en la ecuación $(ec2)$ *dada se obtiene:*

$$169(x'')^2 + 338(y'')^2 - 39 = 0$$

(c) *Determine la excentricidad de la curva, la ecuación de las directrices y la coordenadas de los focos en el sistema original* XY.

i. *Sistema* $X''Y''$.

La ecuación obtenida corresponde a un elipse donde por teorema:

$$a^2 = \frac{39}{169}, \quad b^2 = \frac{39}{338}, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{1}{26}\sqrt{78}$$

El eje focal es X'', *además la excentricidad es*

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Por lo tanto, los focos y las direcctrices en el sistema $X''Y''$ son:

$$\text{Focos:} \qquad (\pm c, 0) = \left(\pm \tfrac{1}{26}\sqrt{78}, 0\right)$$

$$\text{Directrices:} \qquad x'' = \pm \frac{a}{e} = \pm \tfrac{1}{13}\sqrt{78}$$

ii. *Sistema $X'Y'$*

Utilizando las ecuaciones para pasar del sistema $X''Y''$ al sistema $X'Y'$ (ecuaciones de rotación) se obtiene que las coordenadas de los focos en el Sistema son:

$$\left(\pm \frac{6}{169}\sqrt{78}, \pm \frac{5}{338}\sqrt{78}\right)$$

y las direcctrices en el sistema $X'Y'$ son:

$$\begin{aligned} &\text{Focos:} && \left(\pm \tfrac{6}{169}\sqrt{78}, \pm \tfrac{5}{338}\sqrt{78}\right) \\ &\text{Directrices:} && 12 \cdot 13x' + 5 \cdot 13y' = \pm 13\sqrt{78} \end{aligned} \tag{3}$$

iii. *Sistema XY*

Utilizando las ecuaciones para pasar del sistema $X'Y'$ al sistema XY (ecuaciones de traslación) se obtiene que los focos y las direcctrices en el sistema XY son:

$$\text{Focos:} \qquad \left(\pm \tfrac{6}{169}\sqrt{78} + \tfrac{46}{13}, \pm \tfrac{5}{338}\sqrt{78} - \tfrac{9}{13}\right)$$

$$\text{Directrices:} \qquad 156x + 65y - 507 = \pm 13\sqrt{78}$$

2. ***II parte ("Gráfica")*** *Dibuje la curva en geogebra. Realice Casillas de Control para ocultar/mostrar los siguientes elementos: focos, directrices, distintos ejes. Finalmente realice un pequeño programa que permita verificar que al mover un punto P cualquiera de la cónica, la razón de su distancia a un foco a su distancia a su respectiva directriz, es la excentricidad.*

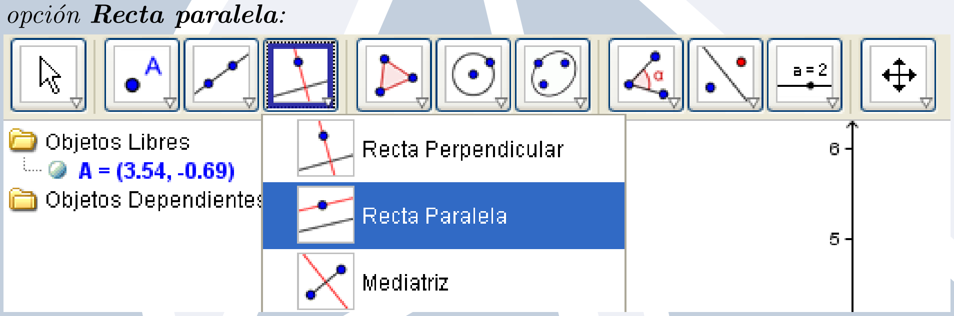
   (a) *Dibujando los ejes.*

   i. *Se indica el nuevo origen de los ejes traslados. Para ello en Entrada se escribe*

$$\text{Entrada:} \ \left(\frac{46}{13}, -\frac{9}{13}\right)$$

   Este punto será el punto A.

   ii. *Se dibuja el sistema $X'Y'$. Basta trazar paralelas a los ejes por A. Seleccione del ménu la opción* ***Recta paralela****:*

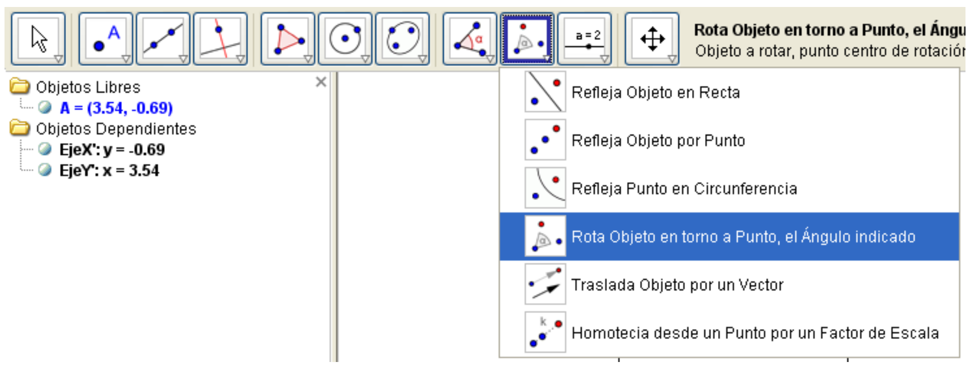


*y luego seleccione el eje X y el punto A, para trazar la recta que será el eje X'. Similarmente, seleccione el eje Y y el punto A, para trazar la recta que será el eje Y'. Con clic izquierdo en cada recta, elige la opción **Propiedades** o **Renombra** y le cambia el nombre por $EjeX'$, $EjeY'$ (el nombre es sin espacio).*

iii. Se dibuja el sistema $X''Y''$. Como el ángulo de rotación cumple que

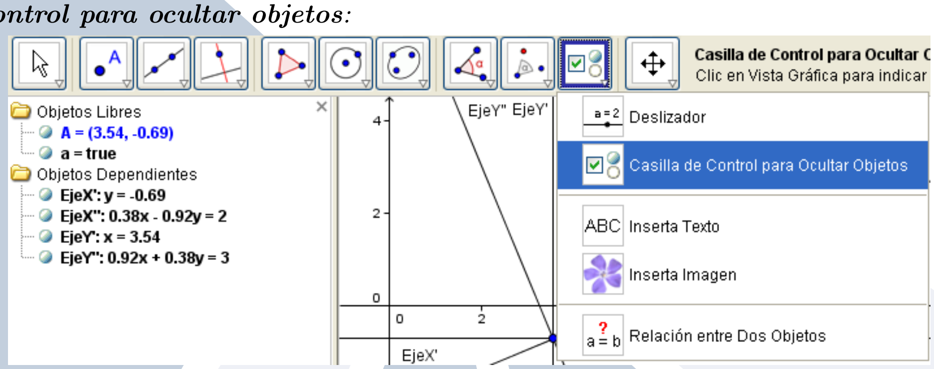
$$\tan(2\theta) = \frac{120}{119} \Longrightarrow \theta \approx 22.62^\circ$$

*Se elige la opción **Rota objeto en torno a Punto, el Ángulo indicado**:*

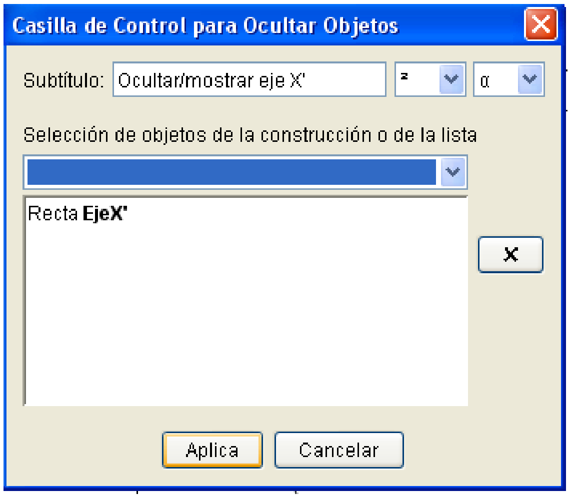


*y selecciona el eje X' y el punto A, luego escribe en la ventana energante el valor de $\theta : 22.62^\circ$ y elige la opción **Sentido antihorario**. Así, crea la recta que será el eje X''. Luego traza la recta (eje Y'') perpendicular al eje X'' que pasa por A. Finalmente, les asigna el nombre correcto a ambas rectas creadas: $EjeX''$, $EjeY''$.*

*iv. Casillas de Control para ocultar/mostrar los ejes creados. Elige la opción **Casilla de Control para ocultar objetos**:*



Luego dé clic en algún lugar vacío donde quiera colocar la casilla. En la ventana emergente indique como título "Ocultar/Mostrar eje X'" y selecciona el eje X' :

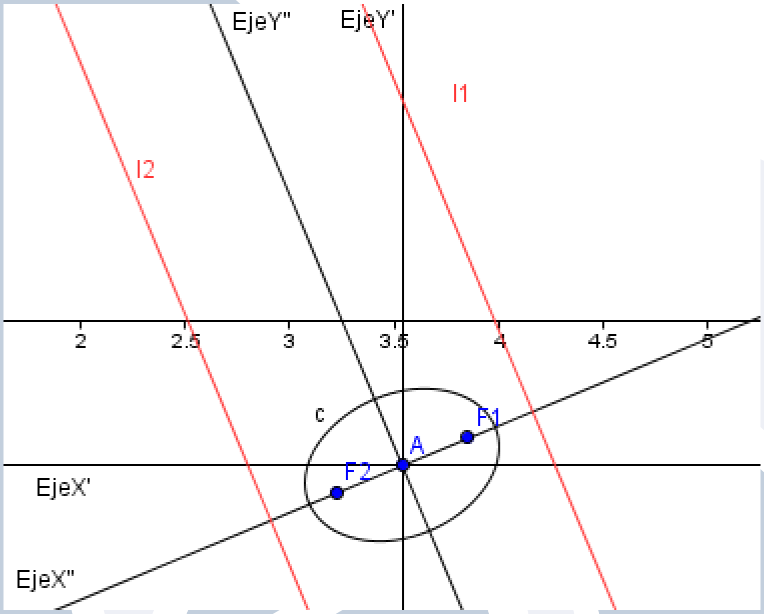


Y oprime Aplica. La casilla realizada muestra y oculta el eje X'. Realizar lo mismo para los otros ejes.

(b) *Dibujando los demás elementos. Para trazar la curva los focos y las directrices, se colocan sus ecuaciones o coordenada en* ***Entrada****, y luego de creadas les reasigna el siguiente nombre:*

Entrada	*Renombrar*
$194x^2 - 120xy + 313y^2 + 858y - 1456x + 2834 = 0$	
$\left(\frac{6}{169}\sqrt{78} + \frac{46}{13}, \frac{5}{338}\sqrt{78} - \frac{9}{13}\right)$	$F1$
$\left(-\frac{6}{169}\sqrt{78} + \frac{46}{13}, -\frac{5}{338}\sqrt{78} - \frac{9}{13}\right)$	$F2$
$156x + 65y - 507 = 13\sqrt{78}$	$l1$
$156x + 65y - 507 = -13\sqrt{78}$	$l2$

Obteniendo el siguiente dibujo:

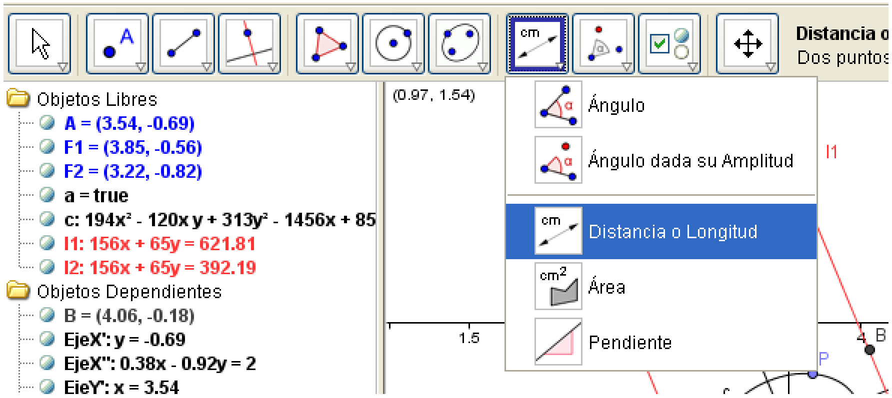


(c) *Programa que permita verificar que al mover un un punto P cualquiera de la cónica, la razón de su distancia a un foco a su distancia a su respectiva directriz, es la excentricidad.*

i. *Coloque un punto sobre la elipse y renómbrelo P.*

ii. *Halle el pie de la perpendicular a $l1$ por P. Renombre este punto como B. Note que la distancia de P a la directriz $l1$ es PB. Oculte la recta perpendicular.*

iii. *Cálculo de distancias. Seleccione la opción* ***Distancia o Longitud***



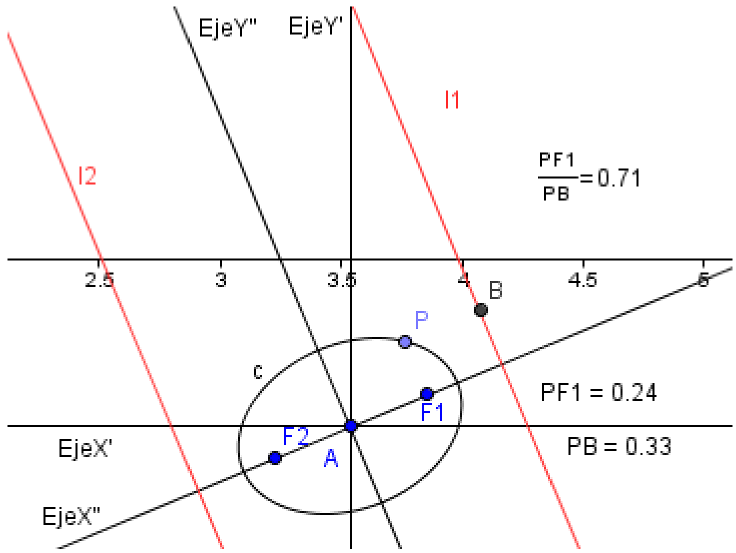
Señale los puntos P y $F1$, para obtener la distancia de P a $F1$, está Geogebra la denomina "distanciaPF1" y coloca en el área de trabajo "PF1=...". Similarmente obtenga la "distanciaPB". Luego, elige la opción ***Inserta texto*** *y en la venta emergente escriba lo siguiente (esto permite hallar el valor de $\frac{PF1}{PB}$):*

```
"\frac\{PF1\}\{PB\}=" + (distanciaPF1 / distanciaPB)
```

y active la casilla Fórmula Latex. Si todo esta correcto el valor de $\frac{PF1}{PB}$ debe ser aproximadamente la excentricidad:

$$e = \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0.71$$

El programa creado, permite mover P en la curva y ver que aunque $PF1$ y PB cambian, el valor de $\frac{PF1}{PB}$ se mantiene constante y es la excentridad.



2.3 Ecuaciones paramétricas

Recuerde que una **cicloide** es el lugar geométrico descrito por un punto fijo de una circunferencia que rueda, sin resbalar, sobre una recta fija. Las ecuaciones paramétricas del cicloide son

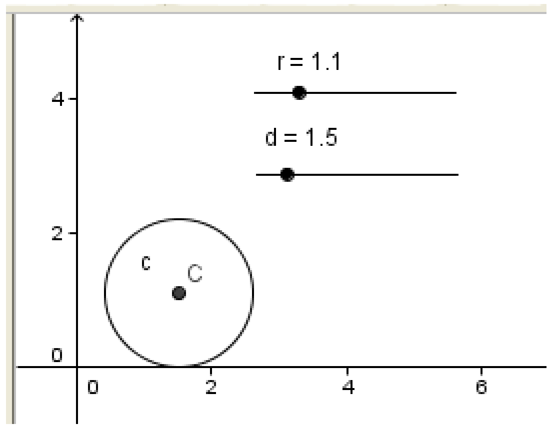
$$\begin{cases} x = b\theta - b\mathrm{sen}\theta \\ y = b - b\cos\theta \end{cases}, \quad \theta \in \mathbb{R}.$$

donde b es una constante correspondiente al radio de la circunferencia.

Ejemplo 4 *Utilizando Geogebra se puede obtener la gráfica de la cicloide con $b = 1$ escribiendo en la entrada: Curva*$[t - \sin(t)\,, 1 - \cos(t)\,, t, -4\ \pi, 4\ \pi]$

Con geogebra se puede también hacer un programa que simule la construcción de la cicloide a partir de su definición, utilizando un punto generador de la curva.

Ejemplo 5 *(**Simulación del cicloide**) Primero se crea el deslizador **r** que indicará el radio de la circunferencia que rueda, y puede variar de 0 a 5. Luego se crea el deslizador **d** que indicará la distancia recorrida por la circunferencia que rueda a partir del origen, y puede variar de 0 a 20. Inicialmente, cuando $d = 0$, el centro de la circunferencia está sobre eje Y, pero si se ha recorrido d unidades el centro tiene coordenadas $C(d, r)$. Así se escribe en la entrada el punto (d, r) para graficarlo y se renombra C. Seguidamente se dibuja la circunferencia, para ello elija la herramienta "Circunferencia dado su centro y radio", seleccione el punto C y indique que el radio es r en la ventana emergente, obteniendo:*



Se debe hallar el punto P que genera el cicloide. Grafique el punto B : pie de la perpendicular trazadas desde C al eje X, para ello basta indicar sus coordenadas en la Entrada: $(d, 0)$. De acuerdo a la demostración anterior, note que

$$d = r\theta \Longrightarrow \theta = \frac{d}{r}$$

donde $\theta = m\measuredangle BCP$ por lo tanto:

1. *Se define θ. Se escribe en la Entrada:*

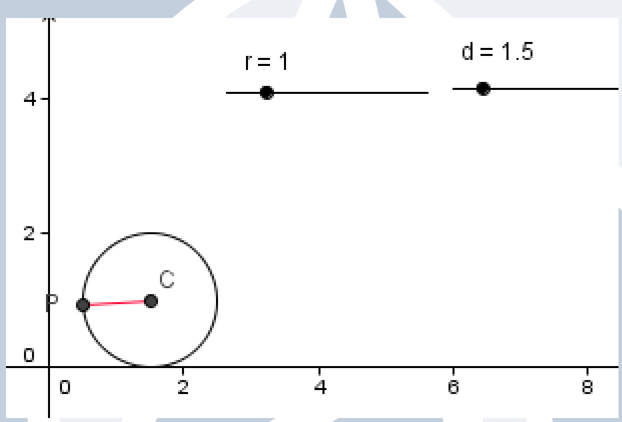
$$\theta = d/r$$

2. *Se halla el punto P. Se selecciona la herramienta "Rota objeto en torno a Punto, el Ángulo indicado" y se selecciona el punto B (punto a rotar), luego el punto C (centro de rotación). Finalmente en la ventana emergente se indica como ángulo de rotación el ángulo θ y se elige la opción sentido horario.*

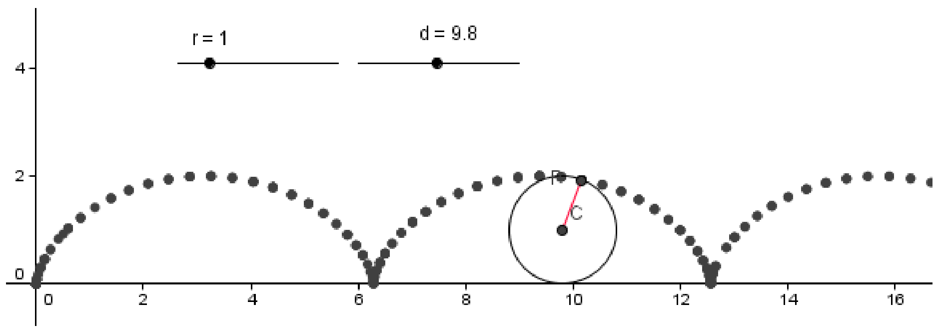
3. *El punto B' se renombra P.*

4. *Se dibuja el segmento CP y se pone de color rojo para resaltarlo.*

5. *Se pone el radio r en 2 y se ocultan el punto B y algunas etiquetas si las hay, obteniendo:*



6. *Finalmente active el rastro de P y mueva el deslizador d :*



Adicionalmente, se puede graficar el cicloide indicando en Entrada:

$$Curva[r\ t - r\ \ \sin(t), r - r\ \ \cos(t), t, 0, 20]$$

y observar que el rastro de P coincide con la curva.

3 Conclusión

Las actividades anteriores evidencian la ayuda que puede brindar Geogebra al curso MA-421 Geometría Analítica. Además, las actividades realizadas son fácilmente adaptables a otros cursos que tienen algunos tópicos de Geometría Analítica, como por ejemplo Cálculo Superior.

La propuesta fue incorporada en un material (folletos) que incluye la teoría desarrollada, ejemplos con Geogebra y ejercicios tanto teóricos como del uso de Geogebra. Durante los años 2011 y 2012 algunos de estos ejercicios conformaron las tareas, el curso contó con aproximadamente 5 tareas. El material se reatroalimentó con su uso en el 2011 agregando más ejemplos, mejorando lo que se tenía e incorporando más ejercicios. Dado que el curso se imparte en dos clases por semana (una de dos horas y otra de tres horas), para el 2012 se planteó a la directora de la carrera la necesidad de que una de las clases fuera realizada en el laboratorio. Esta petición fue aceptada, por lo que en el 2012 la experiencia del uso del Geogebra en el curso fue más rica.

Finalmente algunas de las observaciones que indicaron los estudiantes sobre el curso en la Evaluación Docente[2] fueron:

1. "La parte de laboratorio es excelente. Pues nos sirve para ejercer en el futuro nuestra profesión".
2. "Es un curso muy interesante y con la nueva modalidad de laboratorio es muy rico el hecho de aplicar todo".

[2]Esta evaluación es desarrollada por la Escuela de Matemática finalizando el semestre. La información es compilada y entregada al docente el siguiente semestre, esta incluye observaciones de los estudiantes.

3. “Son excelentes los trabajos que aprendimos con Geogebra, pero sería bueno que la parte teórica la trabaje con otro método”.
4. “El curso est interesante, además que el uso de la laboratorio sirve para poder observar lo que estamos viendo en la teoría”.

VIII CIEMAC
Congreso Internacional
sobre la Enseñanza de la
Matemática Asistida por Computadora
www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Cónicas en un entorno virtual: un apoyo a la educación presencial

Marta Caligaris, Georgina Rodríguez, Mercedes Marinsalta, Lorena Laugero, Jordán Tello[1]

Resumen

El desarrollo y uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) plantean un desafío en la educación universitaria, relacionado con las distintas posibilidades que las TIC conceden a la innovación en la formación académica. En este marco, el Grupo de Ingeniería & Educación (GIE) ha desarrollado diversos sitios web sobre temas de Análisis Matemático, Análisis Numérico, Álgebra y Geometría Analítica, tanto para potenciar la enseñanza en el aula como para proponer como alternativa a los alumnos recursantes, adaptándose a un estilo semipresencial.
El objetivo de este trabajo es mostrar un nuevo sitio web, cuya finalidad es mejorar la comprensión del tema cónicas. Este sitio está concebido como recurso educativo abierto y es una herramienta diseñada para apoyar de manera contextualizada el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

Introducción

Las instituciones educativas transitan un proceso de transformación social y cultural, en el cual las experiencias educativas mediadas por tecnologías digitales ocupan un lugar clave que ponen en discusión, entre otros aspectos, los modelos educativos tradicionales, impulsando una reestructuración de los mismos. Estas experiencias educativas, mediante una ampliación de los entornos de aprendizaje a través de las tecnologías digitales, presentan una expansión continua y creciente, de la cual los docentes universitarios no pueden quedar al margen.

[1] Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – San Nicolás – Argentina – gie@frsn.utn.edu.ar

Para Bartolomé [1] la idea clave del cambio metodológico no tiene por finalidad aprender más, sino aprender diferente. Y es el sistema educativo el responsable de preparar a los ciudadanos, inmersos en una sociedad, donde el acceso a la información, y la toma de decisiones son los elementos que caracterizan una educación de calidad.

En ese contexto se sitúa el Proyecto de Investigación y Desarrollo denominado "Asistencia computacional en la enseñanza en carreras de Ingeniería", que el Grupo de Ingeniería & Educación (GIE) está desarrollando en la Facultad Regional San Nicolás de la Universidad Tecnológica Nacional. El objetivo general del proyecto es diseñar herramientas visuales para ser utilizadas en diferentes asignaturas, ya sea en el aula o en entornos virtuales, y estudiar su impacto en el proceso de aprendizaje.

Como apoyo a la enseñanza presencial, se han desarrollado diversos sitios web, de libre acceso, sobre distintos temas de Análisis Matemático, Análisis Numérico, Álgebra y Geometría Analítica, tanto para potenciar la enseñanza en el aula como para permitir una mayor flexibilidad del espacio y el tiempo que el alumno destina a sus estudios [2].

Este trabajo tiene como objetivo mostrar un nuevo sitio web, realizado por el GIE, cuya finalidad es aportar material interactivo para el estudio del tema cónicas.

Este sitio web, concebido como recurso educativo abierto, es una herramienta diseñada para apoyar de manera contextualizada el proceso de enseñanza y de aprendizaje, y se encuentra disponible para ser utilizado tanto en propuestas curriculares presenciales, como en las organizadas en la modalidad de aula extendida. Considerando el concepto de aula extendida según la definición planteada por Peter Van de Pol, como "*la ampliación del entorno de aprendizaje más allá de sus tradicionales límites físicos, geográficos o temporales a través del uso de tecnologías digitales en red"* [3]

Para el tratamiento de los contenidos digitales presentados, se tiene en cuenta uno de los principios básicos del diseño curricular de la UTN, que establece que la metodología de enseñanza de la matemática debe ser "motivada y no axiomática" (Resolución N° 68/94 del Consejo Superior Universitario de la Universidad Tecnológica Nacional)

Con las características propias de un objeto de aprendizaje, estos recursos, promueven en el estudiante un cambio de paradigma, del aprendizaje por repetición al aprendizaje por descubrimiento. En este entorno virtual, es el estudiante quién decide qué desea o necesita aprender y cómo lo hace, mediante del uso de recursos digitales desarrollados por docentes que buscan relacionar la teoría, la práctica y sus aplicaciones.

Con el objetivo que los estudiantes valoren los contenidos se presentan aplicaciones y usos tecnológicos de los conceptos desarrollados tales como: telescopios, reflectores, el tratamiento de los cálculos renales mediante propiedades reflexivas de las cónicas, y puentes y arcos utilizados en arquitectura, generando de este modo propuestas motivadoras de aprendizajes significativos.

Por esto, retomando a Bartolomé, se busca ofrecer "… al alumno un entorno rico en recursos de modo que el sujeto pueda determinar sus necesidades de formación, encontrar los recursos que pueden ayudarle a solucionarlas y aplicarlos de modo efectivo" [4].

Los sitios publicados por el Grupo Ingeniería & Educación

El acceso a los distintos recursos del GIE se realiza desde la URL: www.frsn.utn.edu.ar/gie. En la opción de menú Recursos, Figura 1, se podrán encontrar los distintos sitios desarrollados hasta el momento.

Figura 1: Página de recursos del GIE

Descripción del sitio “Cónicas”

Se accede al sitio “Cónicas” mediante la URL http://www.frsn.utn.edu.ar/gie/conicas. En la Figura 2 se muestra su página de inicio.

Las secciones a las que puede acceder el alumno desde el menú que se halla en la página de inicio son: **Secciones cónicas**, **Circunferencia**, **Elipse**, **Hipérbola**, **Parábola**, **Rotación de ejes**, **Autoevaluación**, **Vínculos de interés**, **Bibliografía** y **Comentarios**.

Secciones cónicas muestra las curvas determinadas por la intersección de un plano con un cono circular recto, incluyendo los casos particulares que se presentan cuando el plano pasa por el vértice de la superficie cónica.

Las secciones **Circunferencia**, **Elipse**, **Hipérbola** y **Parábola** tienen una estructura similar, dividida en subsecciones. Éstas son: **Ecuaciones**, **Intersecciones** y **Tangentes** para **Circunferencia** y **Ecuaciones**, **Elementos**, **Traslación de ejes** y **Tangente** para las restantes cónicas.

Figura 2: Página de inicio del sitio “Cónicas”

La página de inicio de cada cónica presenta la definición de la cónica respectiva y una animación de esta definición. La Figura 3 muestra la página de inicio de la sección **Parábola**.

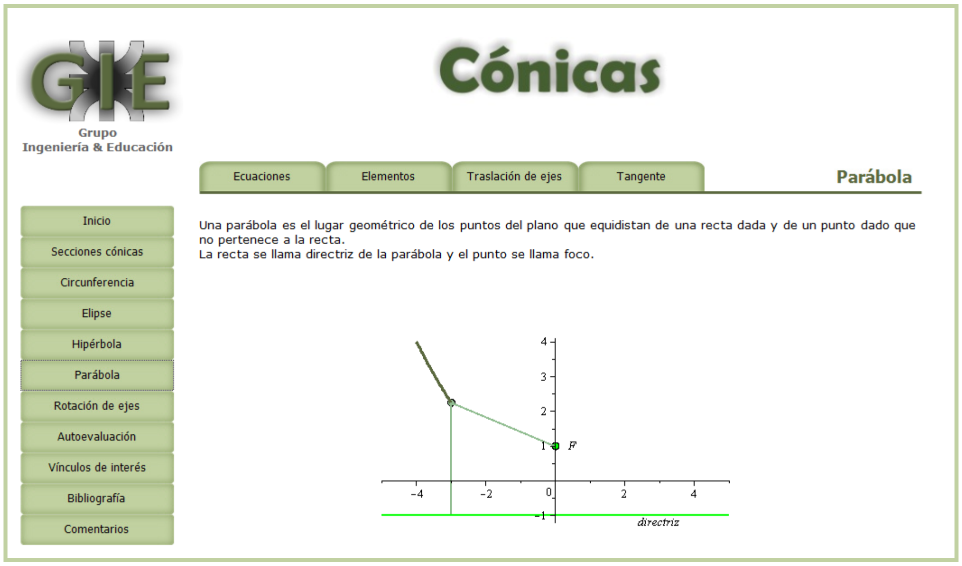


Figura 3: Página de inicio de la sección **Parábola**

La Figura 4 presenta distintas subsecciones de las secciones **Hipérbola** y **Elipse**. En la correspondiente a elipse, en la que se discute la tangente, se observa un recuadro con una propiedad de las tangentes de las elipses que se usa en diversas aplicaciones.

Cuando aparezca el símbolo mostrado en el recuadro en la Figura 4, se estará indicando que el sitio ofrece más información de la que aparece a la vista, la que se desplegará pasando sobre estas imágenes.

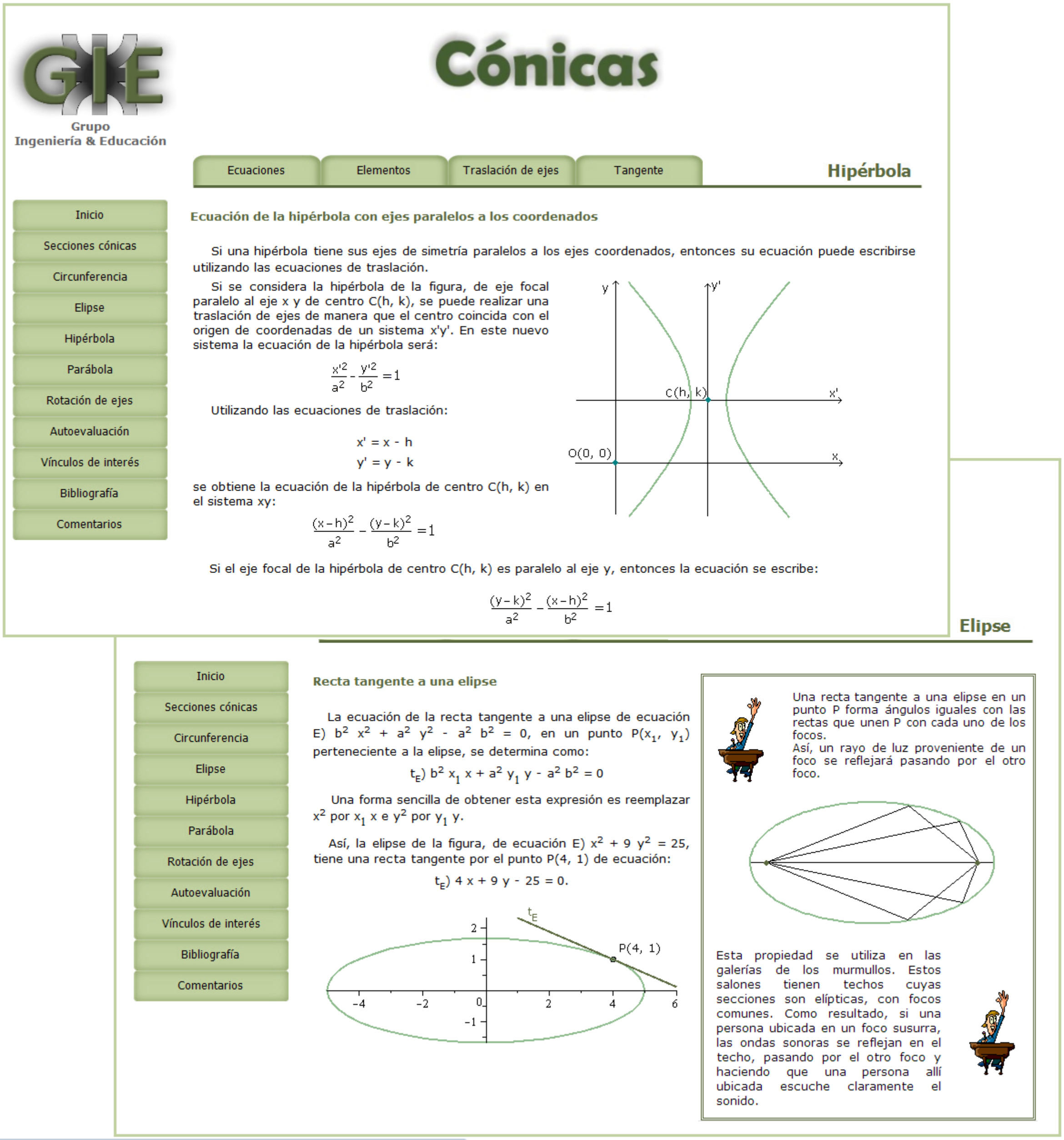


Figura 4: Distintas subsecciones de **Hipérbola** y **Elipse**

La Figura 5 presenta un ejemplo de la forma en que esta información se despliega, en particular, se muestran las distintas ventanas que aparecen en la subsección **Tangente** de la sección **Elipse**.

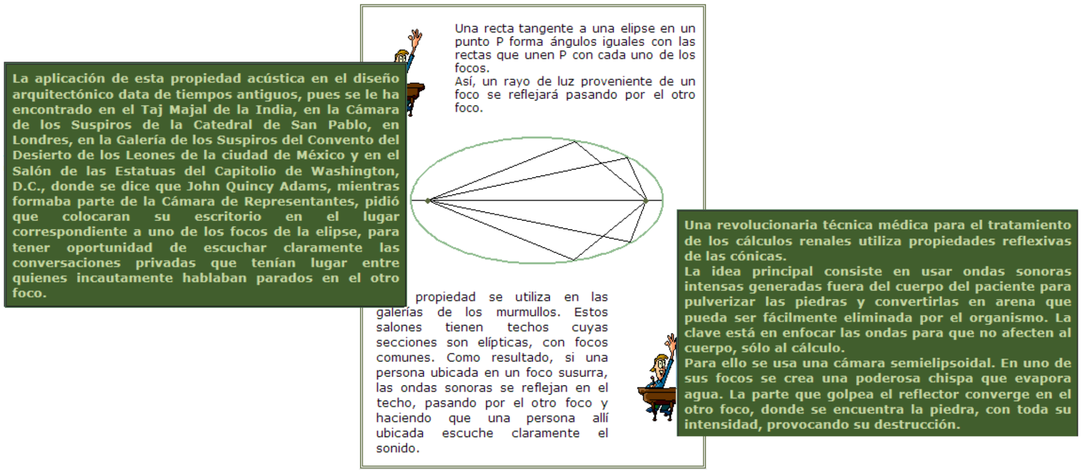


Figura 5: Información adicional que se despliega desde la sección **Elipse**

La Figura 6 presenta la página de inicio de la sección **Rotación de ejes**. Allí se puede observar que a partir de la definición de la elipse se obtiene una ecuación en la que aparece un término rectangular, ya que los focos no están en una recta paralela a los ejes coordenados. En la sección **Clasificación de las cónicas** se discute qué tipo de cónica representa una ecuación general de segundo grado en dos variables analizando el valor de un conjunto de expresiones, denominadas invariantes, que mantienen su valor si la ecuación de la cónica está referida a otros ejes coordenados, girados respecto de x-y.

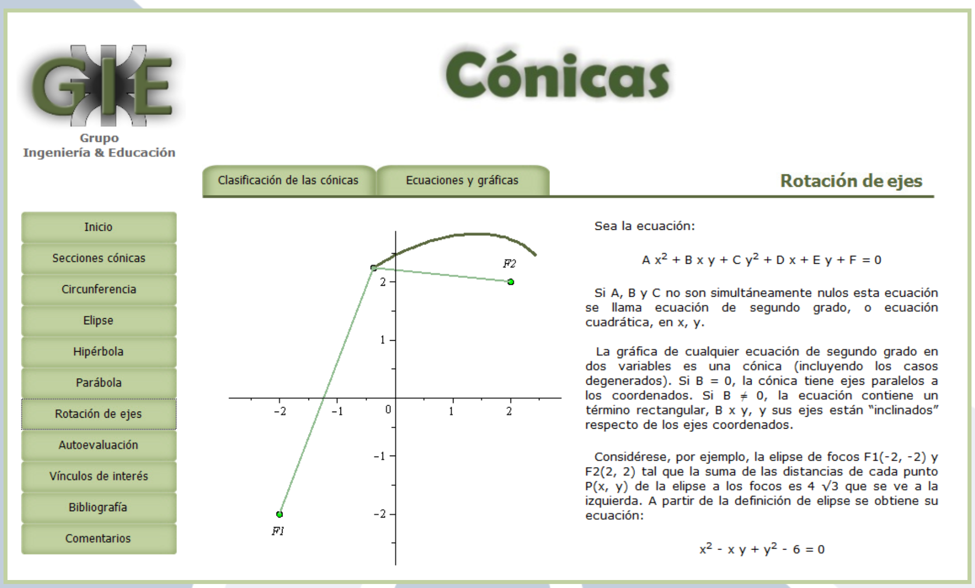


Figura 6: Página de inicio de la sección **Rotación de ejes**

En la sección **Ecuaciones y gráficas** se discute cómo obtener la ecuación canónica de una cónica, referida a un sistema x’-y’ de ejes coordenados ortonormales que tiene el mismo origen que x-y, dada su ecuación de segundo grado en dos variables.

Con el propósito de que el alumno afiance y utilice todos los conocimientos aprendidos, el sitio web dispone de la sección de **Autoevaluación**, Figura 7, donde al resolver las situaciones planteadas, el estudiante podrá determinar su estado con respecto al proceso de aprendizaje realizado.

Figura 7: Página de inicio de la sección **Autoevaluación**

Se podrán realizar distintas evaluaciones, una para cada cónica estudiada y una autoevaluación final de repaso de la unidad. Todas ellas se han realizado con el programa de edición de sitios web educativos eXe (exelearning.org/wiki) y ofrecen al estudiante la posibilidad de obtener una sugerencia antes de contestar.

En la Figura 8, se muestran algunas de las preguntas propuestas y distintas alternativas de respuesta. Cada vez que se elige una respuesta, se indica en verde si la elección de la misma fue correcta o en rojo, en caso contrario, proporcionando también una breve explicación de la corrección realizada.

En la sección **Vínculos de interés**, Figura 9, se presentan sitios interesantes sobre temas de la unidad.

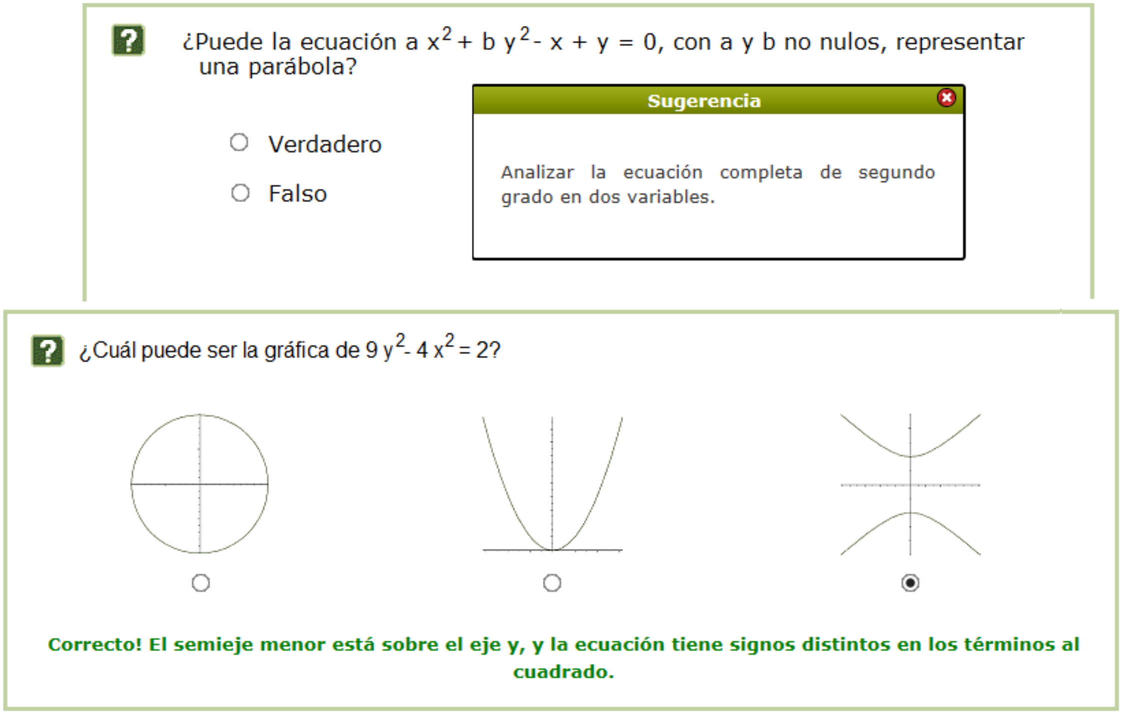


Figura 8: Algunas preguntas de la sección **Autoevaluación**

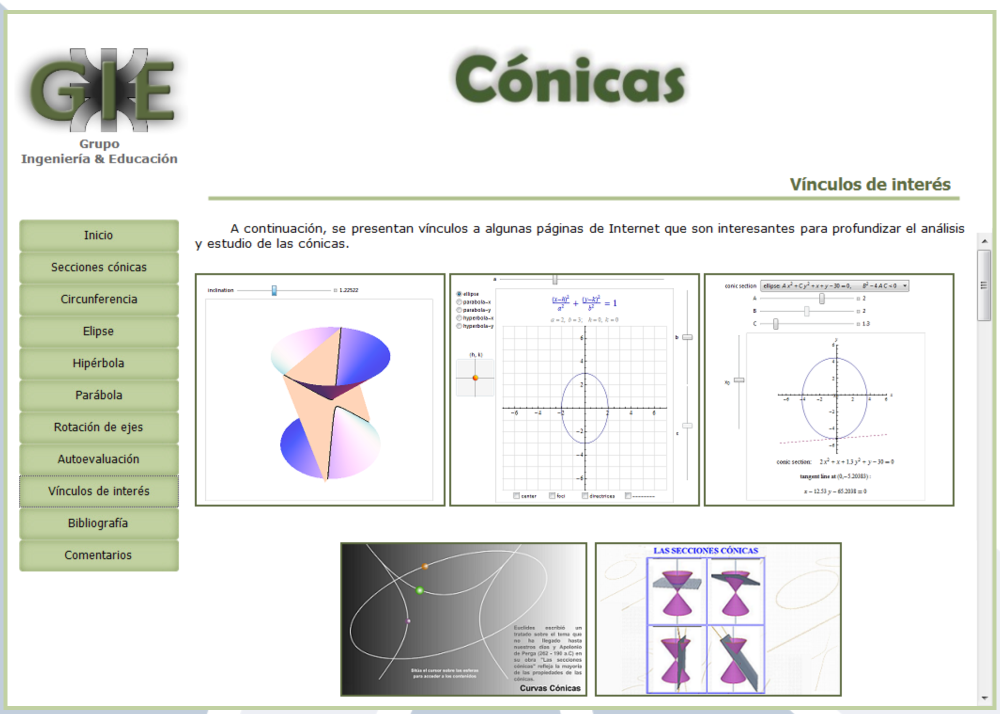


Figura 9: Sección Vínculos de interés

En la sección **Bibliografía**, se menciona el material utilizado para desarrollar el contenido del sitio. Desde la sección **Comentarios**, es posible enviar comentarios sobre el sitio, hacer sugerencias o formular preguntas.

Conclusiones

Producir material de estudio en un entorno digital pone a disposición del alumno una herramienta que permite realizar el proceso de aprendizaje de un modo amigable, interactuando con el medio de distintas maneras. Pero es importante promover no sólo el diseño de nuevos materiales, sino también la búsqueda de aquellos ya existentes para su empleo en el proceso de enseñanza. El sitio presentado es de acceso libre en la web, y cualquier docente podrá utilizarlo, proponiendo distintas actividades de acuerdo a sus necesidades.

Bibliografía

[1] Bartolomé, A. (2004). Blended Learning, Conceptos Básicos. Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación. N° 23, pp. 7-20. http://www.sav.us.es/pixelbit

[2] Sangrá, A. (2002). "Educación a distancia, educación presencial y usos de la tecnología: una tríada para el progreso educativo". Revista Electrónica de Tecnología Educativa, 15.

[3] Prieto Castillo, Daniel; Van de Pol, Peter (2006) "Un modelo pedagógico para e-Learning", en "E- LEARNING, comunicación y educación. El dialogo continua en el ciberespacio", Bogotá, RNTC, pp. 141-161. www.recursostic.javeriana.edu.co/.../e_learning_comunicacion_y_educacion.pdf

[4] Bartolomé, A (2008) Entornos de Aprendizaje Mixto en Educación Superior RIED V. 11: 1, pp. 15-51. http://www.utpl.edu.ec/ried/images/pdfs/volumen11/bartolome.pdf