CIEMAC

Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora

TEC | Tecnológico de Costa Rica

MEMORIAS

VI Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora

Cartago, Costa Rica

2009

Instituto Tecnológico de Costa Rica. Escuela de Matemática. Teléfono: (506) 2550 2225
www.tec.ac.cr/congresociemac

TALLERES

Taller
Actividades computacionales como complemento para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística en secundaria a través del paquete Estadístec

Luis Ernesto Carrera Retana
lcarrera@itcr.ac.cr

Greivin Ramírez Arce
gramirez@itcr.ac.cr

Uno de los objetivos que presenta el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005) en el Programa de Estudio Matemática III Ciclo es propiciar el conocimiento del proceso de obtención y análisis crítico de la información estadística, suministrada por los medios de comunicación, para interpretar la realidad costarricense, y su relación con la de otros países. Sin embargo, se ha dado la utilización en forma excesiva de las medidas de tendencia central, considerando la variabilidad sólo como sinónimo de desviación estándar. A los estudiantes se les dificulta analizar las representaciones que se construyen a partir de los datos, esto quizás porque él mismo se ha enfrentando poco a las dificultadores que representa construirlas. Además, muchas veces los profesores sugieren utilizar paquetes estadísticos que están orientados hacia el análisis exploratorio de datos más que al proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que le brindan un producto acabado, evadiendo el proceso de abstracción que necesita un aprendiz inicial. Así, este taller tiene por objetivo evaluar, a través de actividades, el software educativo Estadístec que permite fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística en secundaria.

Tiempo: 1,5 horas a 2 horas.
Requerimientos: un laboratorio con computadoras.

Matemática Recreativa y Formación Integral

Rompecabezas Antiguos - Retos Modernos

Juan Carlos Basto Pineda[1]

Resumen: En este taller se mostrará que la matemática recreativa puede generar espacios para la formación integral de los estudiantes. Abordaremos situaciones específicas de aprendizaje en que la matemática estimula el desarrollo de la creatividad, así como de las competencias comunicativas y del lenguaje. Se mostrará además que el uso de la matemática lúdica no sólo fomenta un ambiente agradable y mejora los niveles de motivación, sino que ilustra y refuerza conceptos matemáticos concretos y los dota de significado, mejorando su comprensión y aprendizaje. El vehículo para esta experiencia serán algunos rompecabezas geométricos como el tangram, y los pentominós.

Materiales: Cartulina de colores, tijeras, lápices y reglas.

Parte I: La importancia de la Matemática Recreativa

¿Existe un problema con la enseñanza de la matemática? Muchos docentes con seguridad responderán que sí; quienes no están de acuerdo pensarán al menos que puede haber un problema en la actitud de los estudiantes, o de la sociedad en general hacia la matemática, y es esto lo que dificulta su enseñanza. En cualquier caso queda claro que existe la necesidad buscar situaciones nuevas de enseñanza-aprendizaje, que sean más llamativas. Si bien no aspiro a decir que hemos encontrado la raíz del asunto, estoy de acuerdo con diferentes autores en que un grave problema es la falta de significado que para los jóvenes tiene el estudio de la matemática, absolutamente ajena a sus intereses y vivencias; ¿cuántas situaciones de aprendizaje, plenamente significativas para el docente y su estructura de pensamiento, no le resultan completamente lejanas y abstractas al estudiante?

Otro problema es que la enseñanza de la matemática se ha enfocado tradicionalmente en las operaciones y ejercicios repetitivos, a veces sin una comprensión amplia de los conceptos. En la llamada sociedad del conocimiento esto no parece muy lógico, pues se debería favorecer la capacidad de imaginar soluciones, no por simple repetición, sino a través de una organización apropiada de la información y la búsqueda de estrategias con base en el conocimiento profundo de las relaciones entre los elementos que la conforman.

Estas son algunas de las cuestiones que la matemática recreativa puede ayudar a resolver. Si tenemos presente que el juego es una necesidad universal de los seres humanos que se extiende por todas las épocas y regiones geográficas, tendremos evidencia suficiente de tipo

[1]*Universidad Cooperativa de Colombia. Colombia. bastoto1@gmail.com*

cultural, social y emocional para justificar su inclusión dentro del aula. Si además tomamos en cuenta que algunos juegos educan el razonamiento lógico, abstracto, hipotético, el pensamiento geométrico y espacial, las habilidades de planeación y la generación de estrategias, tendremos argumentos para apoyar su uso en la clase de matemáticas. Quien haya incorporado un juego en una de sus clases no dudará en confirmar que existe una curiosidad natural de los chicos por estas situaciones nuevas de aprendizaje, que canalizada de forma apropiada, las convierte en una herramienta de gran valor.

Parte II: Matemática Recreativa y Formación Integral

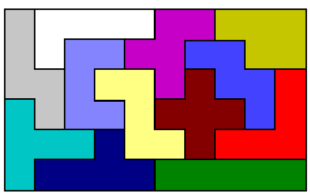
La incorporación de actividades de tipo lúdico a la clase no es sólo una oportunidad de mejorar la educación matemática, sino de estimular muchas otras habilidades y competencias primordiales para los seres humanos. Entre ellas podemos citar:

- ✓ Creatividad
- ✓ Trabajo en equipo
- ✓ Percepción visual y auditiva
- ✓ Habilidades comunicativas
- ✓ Habilidades de planeación
- ✓ Auto control y auto estima
- ✓ Habilidades motrices

En las actividades sugeridas en este artículo, a trabajar en el taller del mismo nombre, vamos a hacer énfasis en la posibilidad de desarrollar las habilidades comunicativas y la creatividad de forma simultánea al estudio de conceptos numéricos y geométricos concretos, así como la capacidad de planeación y formulación de estrategias.

Parte III: El maravilloso mundo de los rompecabezas

La historia de los rompecabezas es muy antigua. Se dice que el tangram chino, quizá el juego matemático más popular en el mundo, tiene no menos de 1000 años de existencia. Un ejemplo más moderno es el pentominó, inventado apenas el siglo pasado.



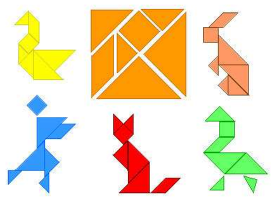


Figura 1. Dos rompecabezas famosos, los pentominós y el tangram.

[1]Universidad Cooperativa de Colombia. Colombia. bastoto1@gmail.com

El desarrollo del taller estará basado principalmente en el uso de estos dos juegos, retomando algunas actividades conocidas e incluyendo propuestas novedosas sobre su implementación. Las actividades desarrolladas por los profesores son las mismas que podrán proponer luego a sus estudiantes. También compartiremos un juego de autoría propia recién inventado, el Geo-Challenge, enfocado no sólo hacia el pensamiento geométrico sino a estimular el planteamiento de estrategias y el pensamiento numérico.

Actividades

- **Introducción: La importancia de la matemática recreativa / matemática recreativa y formación integral.** Se hará énfasis en 3 argumentos principales: el juego es una estrategia importantísima de motivación; existen juegos con un contenido concreto y elevado de componentes matemáticos; además de mejorar la formación matemática estimulan muchas otras habilidades, favoreciendo una formación integral.
- **El tangram: leyendas sobre su origen.** Se cuentan estas historias a los participantes de un modo teatral como estrategia de motivación. Puede pedirse luego que las representen o escriban en sus propias palabras.
- **Las figuras geométricas elementales**. Es posible introducir nociones básicas acerca de triángulos, cuadriláteros y cuadrados: definición, ángulos, perímetro, área, teorema de Pitágoras.
- **Ilustración de una historia con las figuras del tangram:** se cuenta a los participantes una historia fantástica, que pasaran a ilustrar mediante figuras armadas con las piezas del tangram. Se pueden recortar y armar una cartelera o mural grande con texto y dibujos.
- **Exploración de los conceptos de área, similitud y congruencia.** Es posible construir las mismas formas en pequeño y en grande, y ver las relaciones de proporcionalidad entre segmentos y áreas.
- **El tangram con palabras**. ¿Cómo le explicarías a alguien cómo construir su propio tangram sin utilizar ningún dibujo?
- **Pentominós:** Las fichas y la estrategia de conteo por casos.

[1]*Universidad Cooperativa de Colombia. Colombia. bastoto1@gmail.com*

- **Exploración de conceptos geométricos y numéricos**. Construcción de figuras semejantes; construcción de rectángulos y cálculo de áreas.
- **Retos para todos los niveles**. Múltiples desafíos de dificultad variable.
- **Creación de las propias figuras**. Estimular la creatividad y el ambiente de camaradería mediante la invención de figuras propias y el intercambio entre los participantes. Creación de un móvil gigante con figuras en colores.
- **Geo-Challenge**: Habilidades de planeación y creación de estrategias mediante un juego nuevo.
- **Invención de un rompecabezas propio.**

Bibliografía

ALCALÁ, Manolo, Et. Al. *Matemáticas re-creativas*. Editorial GRAO. Barcelona, 2004.

SHLOMI, Bar Lev. *Syllabus*. Dilemma-Games, Israel, 2001.

ARRIETA, Modesto. *Los pentominós y la superficie*. Revista Sigma, No. 22. Bilbao, 2003.

[1]*Universidad Cooperativa de Colombia. Colombia. bastoto1@gmail.com*

Matemática Recreativa: Mucho Más Que Simple Diversión

Pensamiento recursivo y el proceso de generalización.

Juan Carlos Basto Pineda[1]

Resumen: Con este taller se busca mostrar que la matemática recreativa, además de ser una estrategia para la motivación, permite explorar conceptos matemáticos concretos e importantes de manera formal. Mediante el uso de 4 juegos distintos abordaremos el proceso de generalización; también mostraremos su utilidad para reforzar conceptos de potenciación y sistema binario de numeración. Adicionalmente, se trabajarán actividades complementarias que muestran las posibilidades de la matemática recreativa para integrar el estudio de la matemática con el desarrollo de las habilidades comunicativas, del lenguaje, de la creatividad y del trabajo en grupo.

Parte I: La Matemática Recreativa es mucho más que diversión

La matemática recreativa ha venido ganando un espacio cada vez más amplio en los procesos educativos tradicionales. La razón principal es que el uso de la lúdica eleva los niveles de motivación, gracias a la curiosidad natural de los chicos y a la necesidad universal que los seres humanos tienen del juego; al mismo tiempo permite dotar a la matemática de significado, poniéndola al alcance de los intereses y experiencias de los estudiantes.

Sin embargo, no se debe creer que el único objetivo de los juegos es la diversión, pues el potencial pedagógico que encierran es gigantesco; de hecho es la manera en que las crías de casi todas las especies superiores adquieren las habilidades que necesitarán el resto de la vida.

Para comprobar que la misma utilidad se puede aprovechar en la enseñanza de las matemáticas, en este taller vamos a practicar actividades que permiten abordar, de manera más o menos rigurosa, el estudio del proceso de generalización, mediante la búsqueda de patrones y secuencias presentes en diferentes juegos matemáticos.

Parte II: Actividades

Las actividades mencionadas en este artículo, y que se desarrollarán en el taller del mismo nombre, son las mismas que los docentes podrán luego reproducir con sus estudiantes, profundizando por supuesto en el análisis matemático que de ellas se desprende para brindar a los docentes elementos adicionales y motivar la exploración posterior. Siempre seguiremos un proceso inductivo, partiendo de los primeros casos hasta llegar a construir

[1]*Universidad Cooperativa de Colombia. Colombia. bastoto1@gmail.com*

una solución general. Por momentos los participantes se enfrentarán a los juegos de manera individual, otras veces lo harán por grupos.

Trabajaremos con 4 juegos diferentes, y un elemento adicional:

- ✓ **El truco de las 11 monedas**: hay 11 monedas alineadas, 10 iguales, una más grande al final. Dos jugadores, de manera alternada, van tomando una o dos monedas del principio de la fila. Gana el que tome la última. ¿Quién tiene una estrategia ganadora en el caso general de N monedas?
- ✓ **Tableros de magia numéricos**: tableros con números en que el docente puede adivinar un número escogido por el estudiante. La clave es que la disposición de cada número sobre el tablero revela "secretamente" la representación del mismo en notación binaria.
- ✓ **Torres de Hanoi**: Otro juego matemático antiguo con leyendas interesantes sobre su creación. ¿Cuántos movimientos se requieren para mover un total de N discos? ¿En qué orden se va desplazando cada disco por las columnas?
- ✓ **Switch 8**: 4 fichas negras y 4 blancas a cada lado de una hilera de 9 casillas, una vacía en el centro. Deben cambiarse de lugar siguiendo unas reglas específicas. Se puede explorar el juego con un tablero, o pidiendo a 8 estudiantes hacer el papel de las fichas. ¿Cuántos movimientos se necesitarían si hubiera N fichas de cada color?
- ✓ **Triángulo de pascal** (no es propiamente un juego): Se invita a los estudiantes a descubrir un patrón en la suma de los números de cada fila y a tratar de explicarlo.

En cada uno de ellos, se verá que mediante el análisis de los primeros casos es posible intuir un patrón, el cual pasaremos luego a demostrar con argumentos simples y elegantes. Varios de los juegos son útiles para reforzar además los conceptos relacionados con potenciación y el sistema binario de numeración.

Adicionalmente se explorarán diferentes actividades complementarias con los mismos juegos, que permiten expandir los horizontes de su uso en el aula de clase al desarrollo de las competencias comunicativas y del lenguaje, de la creatividad y de la habilidad para trabajar en grupo. Por ejemplo, se pedirá a los participantes no sólo encontrar una solución

[1]Universidad Cooperativa de Colombia. Colombia. bastoto1@gmail.com

a cada reto, sino tratar de ponerla por escrito; también se invitará a construir los juegos con materiales comunes, y a sugerir variantes de los mismos juegos.

Bibliografía

ALCALÁ, Manolo, Et. Al. *Matemáticas re-creativas*. Editorial GRAO. Barcelona, 2004.

SHLOMI, Bar Lev. *Syllabus*. Dilemma-Games, Israel, 2001.

[1]*Universidad Cooperativa de Colombia. Colombia. bastoto1@gmail.com*

Creando Matemática con Flash

Rebeca Solís Ortega[1]
Catalina Robles Núñez[2]

Introducción

Adobe Flash CS4 Professional es un software multiplataforma el cual permite generar contenidos interactivos de formidable atractivo. Trabaja sobre *"Fotogramas"* y se pueden crear animaciones complejas: aumentar y reducir elementos de la animación, mover de posición estos objetos, y otras cosas sin que la animación ocupe mucho espacio en el disco.

Las aplicaciones de Flash pueden aparecer tanto en una página web como ser reproducidos independientemente por un reproductor Flash.

En este taller se pretende iniciar a los participantes en el uso del programa Adobe Flash CS4 Professional para que estos puedan crear sus propias aplicaciones y utilizarlas en sus lecciones y así contribuir a la creación de un ambiente más activo y menos monótono en las aulas.

Objetivo General

Capacitar a los participantes en el uso del programa Adobe Flash CS4 Professional

Objetivos Específicos

- Desarrollar animaciones básicas para conocer el ambiente de trabajo.
- Creación de una aplicación para ver el alcance que ofrece Flash. en materia de programación orientada a objetos.

Metodología

Se desarrollará en tres sesiones de dos horas de duración cada una.

En la primera sesión se dará a conocer el ambiente de trabajo, se realizarán actividades para conocer las herramientas y estructura del programa. En esta sesión se pretende que el participante sea capaz de animar objetos, como figuras y texto, de forma simple.

[1] Instituto Tecnológico de Costa Rica, Estudiante, rsofye@hotmail.com
[2] Instituto Tecnológico de Costa Rica, Estudiante, catta30@gmail.com

En la segunda sesión se introducirá el ActionScript (lenguaje orientado a objetos que permite ampliar las funcionalidades de Flash), para esto se realizará una aplicación sobre algún tema de secundaria.
En la tercera sesión los participantes realizarán una aplicación con los conocimientos adquiridos en las sesiones anteriores, con algún tema dado por las expositoras. Al final se hará una exposición de algunos de los trabajos realizados.

Bibliografía

- Pascual González, F., Guía de campo de Macromedia Flash 8 (2006), España. RA-MA Editorial.
- Manual Oficial: Utilización de ADOBE® FLASH® CS4 PROFESSIONAL. Extraído el 3 de Agosto de 2009 desde http://help.adobe.com/es_ES/Flash/10.0_UsingFlash/flash_cs4_help.pdf
- Sitios Web de ayuda

  www.adobe.com

  www.cristalab.com

El empleo del software Cabri-Geométre en la enseñanza de la Geometría moderna.

Actualmente, en nuestro País existe un interés creciente por retomar los contenidos de la geometría en todos los niveles educativos. Para poner al día la práctica educativa debemos incluir esfuerzos por incorporar nuevas tecnologías en el salón de clase, con Docentes informados y preparados para adaptar sus experiencias al trabajo con la computadora, donde los educandos sean participantes activos y constructivos, con recursos informáticos que permitan crear modelos, investigar y probar conjeturas acerca de distintos fenómenos. La computadora, tanto como la fotografía, el retroproyector y la fotocopiadora, pueden dar al alumno/a ricas experiencias acerca del desarrollo de habilidades espaciales y de la exploración de conceptos geométricos (perspectiva, proyecciones, transformaciones del plano y del espacio, etc.), pero no deben sustituir nunca completamente la experiencia directa con objetos materiales, el dibujo, las construcciones y el uso de los instrumentos de geometría. Cabri-Géomètre es un paquete de cómputo de geometría dinámica interactiva en tiempo real. Permite hacer la geometría de una manera muy particular: el usuario puede animar una figura desplazándola o deformándola y el resultado se presentará inmediatamente en la pantalla de la computadora. Esta libertad de movimiento permite rebasar los límites impuestos por el papel y el lápiz de la geometría tradicional. Es un medio de trabajo donde el estudiante tiene la posibilidad de experimentar con una materialización de los objetos matemáticos, de sus representaciones y de sus relaciones, de tal forma que los estudiantes puedan vivir un tipo de experimentación matemática que no es posible tener de otra forma.

Hoy en día la presencia de la Tecnología Informática en nuestra vida diaria es tan común, que no debe sorprendernos el vertiginoso desarrollo de las comunicaciones. Nos enteramos rápidamente de las innovaciones tecnológicas del mundo entero, de nuestra realidad mas cercana y en fin de todo lo que sea de interés para el ser humano del siglo XXI.

El mecanismo idóneo para estar al tanto de las informaciones, de los conocimientos educativos, de los temas de mayor actualidad, es sin duda el computador personal (P.C); con estos equipos podemos poseer la capacidad de reabrir, transmitir y/o guardar documentos e ideas de gran valor para la enseñanza y el aprendizaje. Para el área formativa del ciudadano y ciudadanos de esta época el uso de las P.C, es un instrumento indispensable ya que se procesan datos, se transportan a grandes distancias en pequeños intervalos de tiempo con altos índices de beneficios por costo y sumamente confiables. Existen diferentes métodos de interacción para el uso de estas herramientas tales como: hipertextos, videos, animaciones, paginas evaluativas y especialmente el uso generalizado de software de aplicación general o mediante asistentes matemáticos o de otro modelo. Con el uso racional de las P.C podemos simular complejas prácticas de laboratorio, hacer procesamiento de datos con rapidez y así mismo de modo progresivo ir sustituyendo los métodos tradicionales (lápiz, papel, entre otros) para la representación de figuras planas o espaciales.

Para mayor comodidad del estudiante y del profesor la P.C se conecta de manera sencilla a un MODEM y a una línea telefónica y estaremos en la RED de redes, Internet, que proporcionan la información requerida en poco tiempo y con la confiabilidad en un alto porcentaje sin descuidar naturalmente lo que podemos llamar el Análisis y Critica de todo lo que recibe o transmite.

Es por todo esto que la Escuela de hoy no puede estar apartada de las ventajas que nos brinda el acceso y uso de la informática. El profesor, maestro, educador deben asumir con la profesionalidad del caso, las nuevas tendencias educativas. Entender que en la dinámica de estos tiempos es menester dejar a un lado esos esquemas de trabajo tradicionales y asumir la modernidad con esmero y dedicación. Sabido es, que la educación es el principal elemento en la formación del hombre y la mujer nueva, y que el desarrollo mismo de las tecnologías es un reto que debemos asumir para estar acorde con los planteamientos que se están formulando a diario; es por ello que el Instructor, maestro, profesor, debe mantener una alta escala en conocimientos y poseer una creatividad a fin a los niveles requeridos que impone los nuevos tiempos.

Específicamente para la enseñanza de la matemática en la educación básica es primordial el uso de la computación, ya que esta: estimula la creatividad, impulsa los deseos de aprender, afianza los conocimientos y promueve el desarrollo del intelecto. El objetivo de esta etapa de la educación es lograr que el estudiante alcance un grado de afinidad matemática tal que, pueda comprender, usar, interpretar, aplicar, manejar y transmitir los enunciados y procedimientos matemáticos. Un estudiante debe tomar en cuenta para su cabal aprendizaje varias tareas importantes: averiguar el tema que se este estudiando, buscando e indagando, concentrarse en el trabajo a realizar, hacer una valoración del mismo, clasificar y ordenar los diferentes ítems, verificar su autenticidad, comprobando su factibilidad y valorar el contenido del tema investigado, desde esa perspectiva establecer con propiedad que la matemática esta íntimamente relacionada con la vida y con los aspectos cotidianos que nos rodean, en todos los ámbitos donde se desenvuelve el ser humano.

Todos estos estudios nos han llevado a la conclusión de que el método tradicional de la enseñanza de la matemática no ha sido totalmente eficaz y es por eso que se impone un cambio en la metodología empleada hasta hoy.

De acuerdo a investigadores estadounidenses en un libro titulado “mejores practicas, nuevos estándares para la Enseñanza y el Aprendizaje” (Zemelmman, 1998). Las mejores prácticas deben ser usadas para el aprendizaje de la matemática, y una de ellas es la incorporación de las TIC en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. El uso de calculadoras, software etc, está considerado de una gran versatilidad en este sentido, sin embargo algunos investigadores opinan que hay una falta de instrucción, representada por la escasez de conocimientos de esa herramienta tecnológica, que es necesario afrontar.

Para la búsqueda de superar estas dificultades, se impone la preparación de los Docentes en el manejo y aplicación de estas tecnologías. Aun cuando exista cierta resistencia al cambio en algunos Educadores por falta de esquemas satisfactorios de motivación al logro, se hace necesario y hasta indispensable la incorporación de las nuevas tecnologías y la adaptación de los Profesores a estas innovaciones.

Tomando como base la incorporación de estos métodos a la enseñanza y el aprendizaje nos vamos a referir a la pertinencia de la enseñanza de la Geometría, considerada ésta como sabemos una de las ramas más formativas de la Matemática. Allí se emplea con mucha regularidad los medios visuales, modelos de cuerpos geométricos, instrumentos de dibujo y medición, equipos ópticos y eléctricos, medios auxiliares y las TIC; pero, es lamentable decirlo aun no se ha logrado que los estudiantes asimilen los conceptos y conocimientos geométricos, a pesar del uso de diversos métodos de enseñanza y los esfuerzos profesorales.

Desde los años 93, 95, 99 hasta los inicios del nuevo siglo se conocen variantes metodológicas que intentan superar estas dificultades; y existen reflexiones acerca del uso o empleo de la "Geometría Dinámica" para enseñar Geometría. De este modo recordamos a Rizo-Campistrous; 2001, cuando nos dice: "la Geometría Dinámica permite a los alumnos formarse conceptos mucho más generales acerca de las figuras geométricas y comprender, de una manera mas completa las propiedades geométricas, de esa manera el alumno no va asociar cada propiedad de una forma particular de la figura".

También se conoce el uso del Cabri-Geométre, llamado software dinámico, que se emplea tanto en Educación Básica, como en Educación Media. Hay una experiencia en este tema que fue desarrollado por Salgado (2002), conocido como: "Geometría Dinámica asistida por computadoras" donde se muestra la accesibilidad de este software y se dan ejemplos de clases como sugerencias para su implementación y lo mas importante es que se ha demostrado "el mejoramiento del aprendizaje".

Para lograr los mejores resultados es conveniente la investigación de las diferentes tecnologías ya que ello se traducirá en cambios sustanciales en la elevación de la calidad de la enseñanza y por consiguiente en el aprendizaje de los alumnos. No obstante hay que destacar que las TIC por si solas no serán capaces de modificar estos aspectos, sino que se impone una dirección perfeccionada de la Didáctica, es decir: adecuar los métodos de la enseñanza y el aprendizaje a la dinámica que esta tomando la era tecnológica.

Como conclusión podemos decir que es de singular importancia la explicación detallada y concienzuda de la implementación del Software Educativo, de tal modo que nos permita obtener un resultado eficaz e innovador y no un sistema que emule las actuaciones tradicionales en materia educativa.

Una de las actividades a cumplir para alcanzar los objetivos propuestos tiene que ver con las teorías Psicológicas y Pedagógicas como lo son: La Motivación, La participación activa del estudiante y del profesor en la construcción de los nuevos contenidos y un desarrollo e implementación independiente de cada trabajo a realizar.

ACTIVIDADES A DESARROLLAR

En los bloques de horas destinadas al taller, estaría dividido en una presentación del software su historia y características. Entrega a cada participante de un CD contentivo del programa Cabrí Geométre. Luego se procede al desarrollo del taller en base a una guía teórico-practica facilitada por mi persona, donde se desarrollaran las principales aplicaciones del software en base a ejercicios de aplicaciones geométricas en el área de la Educación Matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Albarrán, D. et al. (2001) Matemáticas. Geometría y trigonometría. Universidad Autónoma de Guerrero.

______________ (2001) La declaración de los fundamentos gnoseológicos de la Metodología de la enseñanza de la Matemática. ¿Un problema resuelto? Facultad de Ciencias. ISPEJV. (Inédito)

Villiers, M (1996) Algunos desarrollos en enseñanza de la geometría. Software de Geometría Dinámica. En: http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/futured

Zemelman, S (1998) Mejores Prácticas, Nuevos Estándares para la Enseñanza y el Aprendizaje". Editorial Hinemann.

Cobo, Pedro y Joseph Fortuna, "La tutorización humana y artificial en la resolución de problemas de matemáticas", RED. *Revista de Educación a Distancia*.

Squires, McDougall(1997), *Cómo elegir y utilizar software educativo. Guía para el profesorado*, Editorial Morata.

El rol de los juegos en el desarrollo de la capacidad de abstracción en los estudiantes

Mario Marín Sánchez

Marjorie Ramírez Artavia

Descripción: Este es un taller motivacional para la reflexión acerca de las posibilidades que ofrecen los juegos para contribuir con el desarrollo de las capacidades de abstracción en niños y jóvenes. El taller está orientado hacia un público general de primaria y secundaria y de acuerdo con la conformación de los grupos se organizará las actividades grupales. El taller incluye dos sesiones de dos horas cada una para un máximo de 20 personas.

Objetivos:

- Explorar con los docentes alternativas para fomentar el trabajo en grupo.

- La exploración individual, en equipo y la formulación y prueba de conjeturas.

Metodología del taller: Exposición por parte de los encargados para presentar algunos aspectos teóricos relacionados con la temática. Luego los participantes se organizarán en grupos para analizar y discutir diversas posibilidades de uso de juegos. Se realizará una actividad de reflexión grupal sobre posibilidades de los juegos en contextos de educación matemática.

Propuesta de una unidad didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos de estadística para III ciclo establecidos por el MEP

Licda. Carolina Morales[1]

Lic. Adriana Monge[2]

Resumen

El taller que se presenta a continuación pretende desarrollar una propuesta para una unidad didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos de estadística para el III ciclo establecidos por el MEP, mediante una serie de actividades en las que se propiciará la participación activa de los asistentes, así como el uso de la tecnología. Se desarrollarán discusiones y análisis de problemas recopilados y contextualizados a la realidad de los estudiantes de secundaria. Al finalizar este taller el profesor contará con material de apoyo e ideas que le servirá para diseñar sus planes de lección.

La necesidad de un conocimiento básico de estadística en muchas profesiones y su papel en el desarrollo de un razonamiento crítico han hecho que se incorpore en los programas de estudio.

En los Programas de Estudio de Matemáticas de III Ciclo en Costa Rica se incluye la enseñanza de la estadística en la educación secundaria, enfatizando en esa actitud crítica que debe tener un estudiante ante la información que se le presenta.

Los ejercicios que planteen los profesores deben ser obtenidos de la realidad inmediata, destacando la recolección de datos, la interpretación de la información, el razonamiento, la formulación de conjeturas e inferencias que lleven al estudiante a establecer conclusiones y a tomar decisiones oportunas (MEP, 2005).

El profesor debe ser consciente de la complejidad de los conceptos estadísticos, incluso los "elementales". Comprender progresivamente las ideas fundamentales no es una tarea sencilla, puesto que es necesario adaptar estas ideas a las capacidades cognitivas de los estudiantes y diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje significativo (Batanero, 2000).

[1] Profesora Liceo Laboratorio Emma Gamboa, Costa Rica, carolinamoralesquiros@yahoo.es
[2] Colegio del Mundo Unido Costa Rica, Costa Rica, a.monge@costarricense.cr

La comprensión de un concepto no puede reducirse solo a conocer las definiciones y propiedades, sino a reconocer los problemas donde debe emplearse el concepto, las notaciones y palabras con que lo denotamos y en general todas sus representaciones, además la habilidad operatoria en los diferentes algoritmos y procedimientos relacionados con el concepto y la capacidad de argumentar y justificar propiedades, relaciones y soluciones de problemas (Batanero, 2000).

Tradicionalmente, en el aprendizaje de la estadística, se ha dado una gran importancia al cálculo, que ahora pierde importancia, debido a las nuevas tecnologías. En lugar de tener que ejercitarse en la realización con lápiz y papel de cálculos y gráficos, el alumno debe aprender el uso de programas de computación, como la hoja de cálculo Excel u otros. Las nuevas tecnologías introducen también nuevos elementos, ya que el rango de representaciones disponibles es mucho mayor. Permiten también plantear situaciones de aprendizaje en las que el estudiante se enfrente a problemas más reales cuya solución requiere el uso y aprendizaje de conceptos estadísticos. Estas situaciones requieren también el trabajo cooperativo, motivan el interés del alumno y le permiten explorar tanto los datos, como los conceptos implicados (Batanero, 2000).

Los contextos y la vida cotidiana deberían desempeñar un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación, sino también en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o aún mejor reinventan las matemáticas. Los contextos son importantes porque pueden motivar a los estudiantes, ayudarlos a comprender por qué las matemáticas son útiles y necesarias. Pueden aclarar por qué ciertos ámbitos de las matemáticas revisten importancia, y pueden contribuir a que los alumnos entiendan el modo en que se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana (Van Reeuwijk, 1997).

Dada la importancia de la utilidad de la estadística en las diferentes profesiones y tomando en cuenta el trabajo en grupos, los contextos y la vida cotidiana, en este taller se presentará una propuesta didáctica para desarrollar los conceptos de estadística para tercer ciclo, propiciando la integración de diversos valores que es necesario que los estudiantes desarrollen, dado que el profesor no debe limitarse a enseñar una asignatura, también debe recordar que de alguna forma está modelando la vida de sus estudiantes.

Objetivo

Diseñar una unidad didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos básicos de estadística de octavo año.

Descripción de actividades

1. Contestar de forma individual una encuesta para obtener información que posteriormente se utilizará en el taller.
2. Concepto de estadística. A cada participante se le entregara una pieza de un rompecabezas sobre el concepto de estadística extraídos de diferentes libros de texto. La idea es que se formen grupos con estas piezas, y hallan 5 diferentes definiciones de estadística, es los respectivos grupos compartir y comentar la definición encontrada.
3. Discusión sobre el concepto de estadística.
4. Analizar en los subgrupos problemas abiertos relacionados con situaciones cotidianas para encontrar una posible solución.
5. Establecer los conceptos población, muestra, variable y datos estadísticos, según la encuesta que realizaron.
6. Utilizando los datos recolectados en la encuesta crear distribuciones de frecuencia absoluta.
7. Usando Excel obtener la frecuencia relativa del punto anterior y crear gráficos de bastones, gráfico de barras o gráfico circular según corresponda.
8. Interpretación de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.
9. Analizar problemas no típicos sobre medidas de tendencia central, donde se deba hacer uso de la habilidad operatoria en los diferentes algoritmos y procedimientos relacionados con el concepto y capacidad de argumentar y justificar propiedades.

Referencias Bibliográficas

Batanero, C (2000). *Significado y comprensión de las medidas de posición central*. En Revista Uno: Construcción de conocimientos matemáticos para el siglo XXI. España: Editorial Graó.

Cirrito, F (2002). Métodos Matemáticos. Australia: IBID Press, Victoria, Segunda Edición.

Coad, M et (2004). Mathematics for the international student Mathematical Studies SL. Australia: Haese and Harris Publications

MEP, (2005). Programas de Estudio Matemáticas III Ciclo. San José, C.R.

Morales, C (2006). Jaque Mate 8. San José, C.R.: Editorial Santillana

Van Reeuwijk, M (1997). *Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas* . En Revista Uno: Las matemáticas en el entorno. España: Editorial Graó.

Víquez, M. (2005). Estrategias Matemáticas 8. San José, C.R.: E.V.N. Eduvisión.

Fracciones continuas, algorítmos y curiosidades

Lourdes Quesada Villalobos[1]
Jorge Luis Chinchilla Valverde[2]

Resumen

El presente trabajo muestra una breve descripción sobre el concepto de fracciones continuas, algunas definiciones, teoremas y algoritmos sobre la misma. El uso de una tabla para la aproximación de raíces cuadradas, con su respectivo subradical entero positivo, esto mediante un algoritmo. Además cuenta con diversos ejercicios resueltos y aplicaciones: como números metálicos y aproximaciones de los números π, e mediante fracciones continuas.

1 Fracciones continuas y curiosidades

1.1 Reseña histórica

Las fracciones continuas, es una de las herramientas más utilizadas a lo largo de la historia de las Matemáticas. Sus inicios se remonta con el Algoritmo de Euclides, que constituye un procedimiento para encontrar el máximo común divisor de dos números naturales m y n. Este algoritmo introdujo la idea de dividir para extraer un nuevo resto y entonces dividir por el nuevo resto de nuevo y así, sucesivamente.

Posteriormente, aparecen las fracciones continuas finitas en la historia de las Matemáticas. El hindú Aryabhata (476-550) ya las utiliza para resolver ecuaciones diofánticas[3]. Más tarde, en el siglo XVI, los matemáticos italianos Bombelli y Cataldi encuentran aproximaciones de raíces cuadradas por medio de fracciones continuas infinitas. Esto supuso un gran hallazgo, pero ni ellos ni ningún matemático de la época se dedicó al estudio de sus propiedades. Habría que esperar un siglo más, a Wallis (Opera Mathematica, 1695), quien introdujo el término "fracción continua" en la literatura matemática. Nuevas técnicas de análisis mátematico habían sido presentadas por Newton y Leibniz y una generación de contemporáneos de Wallis se pusieron a usar el término inmediatamente y más tarde Euler (1707-1783), publicó en 1748 un teorema muy importante mostrando que un tipo particular de fracción continua es equivalente a cierta serie infinita muy general, y son Lambert (1728-1777) y Lagrange (1736-1813), quienes establecen definitivamente sus fundamentos teóricos.

1.2 Fracciones continuas

En el presente taller entenderemos por fracción continua lo siguiente

Definición de fracción continua

Una fracción continua, se define como una expresión de la forma

$$\mathrm{a}_0+\cfrac{b_0}{a_1+\cfrac{b_1}{a_2\quad+\quad\cdots}}$$

$$\cdots\quad+\quad\cfrac{b_{n-2}}{a_{n-1}+\cfrac{b_{n-1}}{a_n}}$$

[1]Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Email: loquesada@itcr.ac.cr
[2]Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Email: jochinchilla@itcr.ac.cr
[3]Toda ecuación lineal de la forma $a_1x_1+a_2x_2+...+a_nx_n=c$ donde los a_i y c son enteros y los posibles valores de x_i, soluciones de la ecuación, son números enteros, se llama *ecuación diofántica*.

donde los a_i y b_i números reales o complejos.

Centraremos nuestra atención principalmente en expresiones de este tipo donde cada $b_i = 1$ y los términos a_i tendrán ciertas características, por lo que definimos una fracción continua simple como sigue:

Definición de fracción continua simple

Si en la definición anterior cada $b_i = 1$ y, para $i \geq 2$, todos los a_i son enteros positivos[4], la fracción se llamará fracción continua simple y en este caso de denotará por

$$[a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n] = \mathrm{a}_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots + \cfrac{1}{a_{n-1} + \cfrac{1}{a_n}}}}$$

Los valores a_i se conocen como los términos de la fracción continua. En particular note que $[a_0] = a_0$

Todos los números racionales tienen representación en fracción continua simple finita y algunos irracionales en forma de fracción continua simple infinita. Más adelante, se mostrarán teoremas alusivos a dichas afirmaciones. A continuación se expondrá algunos ejemplos de fracciones continuas asociadas con números racionales positivos y negativos.

Ejemplo 1 *Determine la fracción continua simple asociada a* $\frac{22}{17}$

$$\frac{22}{17} = 1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}$$

Por lo tanto $\frac{22}{17} = [1, 3, 2, 2]$

Ejemplo 2 *Determine la fracción continua simple asociada a* $\frac{251}{802}$

$$\frac{251}{802} = \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{6}}}}$$

Por lo tanto $\frac{251}{802} = [0, 3, 5, 8, 6]$

Ejemplo 3 *Determine la fracción continua simple asociada a* $-\frac{120}{47}$

$$-\frac{120}{47} = -3 + \frac{21}{47} = -3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{5}}}$$

Por lo tanto $-\frac{120}{47} = [-3, 2, 4, 5]$

[4] El término a_0 puede ser negativo.

Ejemplo 4 *Determine la fracción racional asociada a la fracción continua* $[2,3,2,4]$

$$[2,3,2,4] = 2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4}}} = 2+\cfrac{1}{3+\frac{1}{\frac{9}{4}}} = 2+\cfrac{1}{3+\cfrac{4}{9}} = 2+\frac{1}{\frac{31}{9}} = 2+\frac{9}{31} = \frac{71}{31}$$

Para continuar con nuestro esquema de trabajo, necesitamos del siguiente teorema:

Teorema 1 *Si x es un número racional, x se puede representar como una fracción continua simple finita.*

Demostración. Sea $x = \dfrac{p}{q}$ con $q > 0$, por el algoritmo de la división existen a_0, r_1 tal que $\dfrac{p}{q} = a_0 + \dfrac{r_1}{q}$ con $0 < r_1 < q$, además, $a_0 + \dfrac{r_1}{q} = a_0 + \dfrac{1}{\frac{q}{r_1}}$, de nuevo, existen a_1, r_2 tal que $\dfrac{q}{r_1} = a_1 + \dfrac{r_2}{r_1}$ con $0 < r_2 < r_1$, al seguir este proceso, se obtiene una sucesión de residuos r_i tales que $r_{i+1} < r_i$, y como son positivos, por el principio de buen ordenamiento, se concluye que este proceso es finito, con lo cual se determina la fracción continua $\dfrac{p}{q} = [a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n]$, cuando $r_{n-1} = 1$.

Corolario 1 *Toda fracción continua simple infinita representa a un número irracional.*

Demostración. Se sigue del teorema anterior al aplicar la contrapositiva de la implicación.

Teorema 2 *Toda fracción continua simple infinita periódica, representa un número irracional cuadrático.*[5]

Teorema 3 *(De Lagrange) Todo número irracional cuadrático se puede representar como una fracción continua simple infinita periódica.*

Definición de fracción continua periódica

Una fracción continua simple de la forma

$$\begin{aligned} y &= [a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n, b_1, ..., b_k, b_1, ..., b_k, ...] \\ &= [a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n, \overline{b_1, ..., b_k}] \end{aligned}$$

se le denomina periódica.

Nota: Una fracción continua de la forma $y = [\overline{b_1, ..., b_k}]$ se llama periódica pura.

[5]Es solución de la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c = 0$ con $a, b, c \in Z$, puede expresarse mediante una fracción continua periódica y que toda fracción continua periódica representa un irracional cuadrático.

Ejemplo 5 *Determine la fracción continua simple infinita que representa al irracional cuadrático* $\sqrt{8}$.

Sea $y = \sqrt{8}$; como $2 < \sqrt{8} < 3$, entonces:

$$\sqrt{8} = 2 + \left(\sqrt{8} - 2\right) = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{8} - 2}} = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{8} + 2}{4}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{\sqrt{8} - 2}{4}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cfrac{4}{\sqrt{8} - 2}}}$$

$$\sqrt{8} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cfrac{4\left(\sqrt{8} + 2\right)}{4}}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\sqrt{8} + 2}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \left(\sqrt{8} - 2\right)}}$$

Si observamos atentamente se obtiene la misma expresión $\sqrt{8} - 2$, lo que señala que se repite el proceso en forma indefinida, por lo tanto:

$$\sqrt{8} = [2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, ...] \text{ o } \sqrt{8} = \left[2, \overline{1, 4}\right]$$

que es una fracción continua periódica.

Ejemplo 6 *Expresar* $\dfrac{5 + \sqrt{10}}{3}$ *como una fracción continua periódica.*

Como $2 < \dfrac{5 + \sqrt{10}}{3} < 3$, se tiene que 2 es el mayor entero menor que $\dfrac{5 + \sqrt{10}}{3}$. Entonces

$$\frac{5 + \sqrt{10}}{3} = \frac{2 + 5 + \sqrt{10} - 2}{3} = \frac{6 + \sqrt{10} - 1}{3} = 2 + \frac{\sqrt{10} - 1}{3} \Diamond = 2 + \cfrac{\cfrac{1}{3}}{\sqrt{10} - 1} = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{10} + 1}{3}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{\sqrt{10} - 2}{3}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{\cfrac{1}{3}}{\sqrt{10} - 2}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{10} + 2}{2}}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{\sqrt{10} - 2}{2}}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\cfrac{2}{\sqrt{10} - 2}}}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{10} + 2}{3}}}} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \left(\cfrac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)}}} \Diamond$$

Observe que $\left(\dfrac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)$ aparece de nuevo. Por lo tanto, el desarrollo de $\left(\dfrac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)$ en fracción continua nuevamente sería $\cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \left(\cfrac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)}}}$

de ahí que finalmente tenemos: $\dfrac{5 + \sqrt{10}}{3} = \left[2, \overline{1, 2, 1}\right]$

Ejemplo 7 *Determine la fracción continua simple infinita que representa al irracional cuadrático $\sqrt{8}$.*

Encuentre el irracional representado por la fracción continua simple infinita $\left[1,\overline{1,2}\right]$.
Sea $x=\left[1,\overline{1,2}\right]$, entonces:

$$\mathrm{x} = 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}$$

por lo que

$$\mathrm{x}-1 = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\left(\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cdots}}\right)}} = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+(x-1)}}$$

luego, resolviendo

$x-1=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+(x-1)}}$ se obtiene que sus soluciones son $-\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$, y considerando que x es positivo,

se obtiene que $\left[1,\overline{1,2}\right]=\sqrt{3}$.

Ejercicio 1 *Exprese $\sqrt{3}+1$ como fracción continua simple infinita.*

Sea $y=\sqrt{3}+1$; por el ejemplo anterior se sabe que $\sqrt{3}=\left[1,\overline{1,2}\right]$, entonces:

$$\sqrt{3} = 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}$$

$$\begin{aligned}
\Longrightarrow \sqrt{3}+1 &= 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}+1 \\
&= 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}
\end{aligned}$$

Por lo que fracción continua simple infinita que representa a $\sqrt{3}+1$ es

$$2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}=\left[2,\overline{1,2}\right]$$

Números metálicos

Los números metálicos aparecen tanto en los sistemas usados en el diseño de las construcciones por la civilización romana hasta los más recientes trabajos de caracterización de caminos universales al caos.

El más famoso de la familia es el número de oro que ha sido utilizado ampliamente en muchas culturas antiguas como base de proporciones. Otros familiares son el número de plata, el número de bronce, el número de cobre, el número de níquel y otros muchos más.

Todos los números metálicos son irracionales cuadráticos y de acuerdo con el teorema 3, en que toda fracción continua simple infinita periódica, representa un número irracional cuadrático, esto permitirá acercarnos a ellos de diferentes maneras, de acuerdo al desarrollo que se requiera.

La familia de números metálicos (FNM) aparecen como las soluciones positivas de ecuaciones cuadráticas del tipo:

$x^2 - bx - p = 0$, donde b y p son números naturales. Para distintos valores enteros de b,se podrá encontrar en su solución algunos números metálicos.

Así, si $b = 1$ y $p = 1$ entonces $x^2 - x - 1 = 0$ con $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Longrightarrow x_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ se le denomina el número de oro.
Si $b = 2$ y $p = 1$entonces $x^2 - 2x - 1 = 0$ con $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \Longrightarrow x_1 = 1 + \sqrt{2}$ se le denomina el número de plata.
Si $b = 3$ y $p = 1$ entonces $x^2 - 3x - 1 = 0$ con $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \Longrightarrow x_1 = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ se le denomina el número de bronce.

Analicemos el número de oro.

Sea $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Como $1 < \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} < 2$, se tiene que 1 es el mayor entero menor que $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Entonces

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1+1+\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2+\sqrt{5}-1}{2} = 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2}\Diamond = 1 + \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{5}-1} = 1 + \frac{1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} = 1 + \frac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\Diamond}$$

Observe que $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ aparece de nuevo. Por lo tanto, el desarrollo de $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ en fracción continua nuevamente sería $\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)}}}$

Así tenemos finalmente que el número de oro $\phi = [\overline{1}]$

Otra manera para hallar su desarrollo en fracciones continuas, se reescribe la ecuación en la forma $x^2 = x + 1$ y dividiendo por x se obteniendo:

$$\mathrm{x} = 1 + \frac{1}{x}$$

Reemplazando iterativamente este valor de , se encuentra la expresión del número de oro ϕ como un desarrollo en fracciones continuas.

$$\phi = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}} = [\overline{1}]$$

Ejercicio 2 *Muestre que el número de plata* $\sigma_{Ag} = 1 + \sqrt{2}$ *y* $\sigma_{Br} = \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2}$ *se pueden representar de la forma :*$\sigma_{Ag} = [\overline{2}]$ *y* $\sigma_{Br} = [\overline{3}]$

A continuación se presenta la siguiente tabla que permite obtener los términos de las fracciones continuas para $\sqrt{n}$, con $n \in \mathbb{Z}$.

n	$\sqrt{n}$	n	$\sqrt{n}$
2	$[1,\overline{2}]$	27	$[5,\overline{5,10}]$
3	$[1,\overline{1,2}]$	28	$[5,\overline{3,2,3,10}]$
4	$[2]$	29	$[5,\overline{2,1,1,2,10}]$
5	$[2,\overline{4}]$	30	$[5,\overline{2,10}]$
6	$[2,\overline{2,4}]$	31	$[5,\overline{1,1,3,5,3,1,1,10}]$
7	$[2,\overline{1,1,1,4}]$	32	$[5,\overline{1,1,1,10}]$
8	$[2,\overline{1,4}]$	33	$[5,\overline{1,2,1,10}]$
9	$[3]$	34	$[5,\overline{1,4,1,10}]$
10	$[3,\overline{6}]$	35	$[5,\overline{1,10}]$
11	$[3,\overline{3,6}]$	36	$[6]$
12	$[3,\overline{2,6}]$	37	$[6,\overline{12}]$
13	$[3,\overline{1,1,1,1,6}]$	38	$[6,\overline{6,12}]$
14	$[3,\overline{1,2,1,6}]$	39	$[6,\overline{4,12}]$
15	$[3,\overline{1,6}]$	40	$[6,\overline{3,12}]$
16	$[4]$	41	$[6,\overline{2,2,12}]$
17	$[4,\overline{8}]$	42	$[6,\overline{2,12}]$
18	$[4,\overline{4,8}]$	43	$[6,\overline{1,1,3,1,5,1,3,1,1,12}]$
19	$[4,\overline{2,1,3,1,2,8}]$	44	$[6,\overline{1,1,1,2,1,1,1,12}]$
20	$[4,\overline{2,8}]$	45	$[6,\overline{1,2,2,2,12}]$
21	$[4,\overline{1,1,2,1,1,8}]$	46	$[6,\overline{1,3,1,1,2,6,2,1,1,3,1,12}]$
22	$[4,\overline{1,2,4,2,1,8}]$	47	$[6,\overline{1,5,1,12}]$
23	$[4,\overline{1,3,1,8}]$	48	$[6,\overline{1,12}]$
24	$[4,\overline{1,8}]$	49	$[7]$
25	$[5]$	50	$[7,\overline{14}]$
26	$[5,\overline{10}]$		

Ejercicio 3 *Compruebe que* $\sqrt{41}=\left[5,\overline{2,2,12}\right]$. *Determine la fracción continua simple infinita de* $\dfrac{\sqrt{369}+6}{3}$ *y* $\sqrt{41}-5$.

Sea $y=\sqrt{41}$; como $6<\sqrt{41}<7$, entonces:

$$
\begin{aligned}
\sqrt{41} &= 6+\sqrt{41}-6\\
&= 6+\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{41}-6}}\\
&= 6+\frac{1}{\frac{\sqrt{41}+6}{5}}\\
&= 6+\frac{1}{\frac{\sqrt{41}+6+6-6}{5}}\\
&= 6+\frac{1}{2+\frac{\sqrt{41}-4}{5}}\\
&= 6+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{5}{\sqrt{41}-4}}}\\
&= 6+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{5\left(\sqrt{41}+4\right)}{25}}}\\
&= 6+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{\sqrt{41}+4}{5}}}\\
&= 6+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{\sqrt{41}+4+6-6}{5}}}\\
&= 6+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{\sqrt{41}-6}{5}}}\\
&= 6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cfrac{5}{\sqrt{41}-6}}}}
\end{aligned}
$$

$$= 6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cfrac{5\left(\sqrt{41}+6\right)}{5}}}}$$

$$= 6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\sqrt{41}+6+6-6}}}$$

$$= 6+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{12+\sqrt{41}-6}}}$$

Ejercicio 4 *Expresar* $\dfrac{\sqrt{288}-6}{3}$ *como una fracción continua periódica.*

Observe que $\dfrac{\sqrt{288}-6}{3} = \dfrac{3\sqrt{32}-6}{3} = \sqrt{32}-2$
Sea $y = \sqrt{32}-2$; por la tabla anterior se sabe que $\sqrt{32} = \left[5, \overline{1, 1, 1, 10}\right]$, entonces:

$$\sqrt{32}= 5+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+...}}}}}}}}$$

$$\Longrightarrow \sqrt{32}-2 = 5+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+...}}}}}}}}-2$$

$$= 3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+...}}}}}}}}$$

Por lo que fracción continua simple infinita que representa a $\sqrt{32}-2$ es

$$3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10+...}}}}}}}} = \left[3,\overline{1,1,1,10}\right]$$

Definición de convergentes

Las convergentes c_k de la fracción continua simple

$[a_0,a_1,a_2,a_3,...]$, finita o infinita, corresponden a las fracciones finitas

$$\begin{array}{ccc} c_1 & = & [a_1] \\ c_2 & = & [a_1,a_2] \\ \vdots & & \vdots \\ c_k & = & [a_0,a_1,a_2,a_3,...,a_k] \end{array}$$

Ejemplo 8 *Determine el valor de las convergentes de la fracción continua* $[3,2,3,5]$.

A partir de la definición anterior, se tiene que:

$$\begin{array}{lllll} \mathrm{c}_1 = & [3] & = 3 & & \\ \mathrm{c}_2 = & [3,2] & = 3+\frac{1}{2} & = & \frac{7}{2} \\ \mathrm{c}_3 = & [3,2,3] & = 3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}} & = & \frac{24}{7} \\ \mathrm{c}_4 = & [3,2,3,5] & = 3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{5}}} & = & \frac{127}{37} \end{array}$$

Ejercicio 5 *Determine el valor de las cuatro primeras convergentes de la fracción continua infinita* $\left[7,\overline{2,3}\right]$.

Note que :

$$\begin{array}{lllll} c_1 = & [7] & = 7 & & \\ c_2 = & [7,2] & = 7+\frac{1}{2} & = & \frac{15}{2} \\ c_3 = & [7,2,3] & = 7+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}} & = & \frac{52}{7} \\ c_4 = & [7,2,3,2] & = 7+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2}}} & = & \frac{119}{16} \end{array}$$

Es claro que para la fracción continua simple $[a_0, a_1, a_2, a_3, ...]$, finita o infinita, cada convergente c_k de ella representa un racional, por lo tanto, se puede establecer que $c_k = \dfrac{p_k}{q_k}$, $\forall k \in \mathbb{N}$, con p_k y q_k enteros. Esto permite determinar un proceso algorítmico para determinar dichos enteros. Iniciando con $n = 0$ tenemos:

$$\mathrm{c}_0 = [a_0] = \frac{a_0}{1}$$

de ahí que $p_0 = a_0$ y $q_0 = 1$, luego para $n = 1$:

$$\mathrm{c}_1 = [a_0, a_1] = \mathrm{a}_0 + \frac{1}{a_1} = \frac{a_0 a_1 + 1}{a_1}$$

de ahí que $p_1 = a_0 a_1 + 1$ y $q_1 = a_1$, luego para $n = 2$:

Ejercicio 6

$$= \frac{a_0 a_1 + 1}{a_1}$$

$$\begin{aligned} c_2 = [a_0, a_1, a_2] &= a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2}} \\ &= \frac{a_0 a_1 a_2 + a_0 + a_2}{a_2 a_1 + 1} \\ &= \frac{a_2 (a_0 a_1 + 1) + a_0}{a_2 a_1 + 1} \\ &= \frac{a_2 p_1 + p_0}{a_2 q_1 + q_0} \end{aligned}$$

de ahí se tiene que $p_2 = a_2 p_1 + p_0$ y $q_2 = a_2 q_1 + q_0$.♣

Si c_n es el n-ésimo convergente asociado a la fracción
continua simple $[a_0, a_1, a_2, a_3, ...]$ y escribimos $c_n = \dfrac{p_n}{q_n}$, entonces $\forall n \geq 2$ se cumple que

$$\begin{aligned} \mathrm{p}_n &= \mathrm{a}_n \mathrm{p}_{n-1} + \mathrm{p}_{n-2} \\ \mathrm{q}_n &= \mathrm{a}_n \mathrm{q}_{n-1} + \mathrm{q}_{n-2} \end{aligned}$$

Demostración:
Usaremos inducción sobre n
Para $n = 2$ el resultado es cierto. Observe ♣
Supongamos que el resultado es válido para n. Por lo que se asume como cierto

$$\begin{aligned} \mathrm{p}_n &= \mathrm{a}_n \mathrm{p}_{n-1} + \mathrm{p}_{n-2} \\ \mathrm{q}_n &= \mathrm{a}_n \mathrm{q}_{n-1} + \mathrm{q}_{n-2} \end{aligned}$$

Se debe probar que la proposición es válida para $n + 1$, para ello se tiene:
$[a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n, a_{n+1}] = \left[a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1}, a_n + \dfrac{1}{a_{n+1}}\right]$

$$c_{n+1} = \frac{\left(a_n + \dfrac{1}{a_{n+1}}\right) p_{n-1} + p_{n-2}}{\left(a_n + \dfrac{1}{a_{n+1}}\right) q_{n-1} + q_{n-2}}$$

Luego,

$$= \frac{a_{n+1}\left(a_n p_{n-1} + p_{n-2}\right) + p_{n-1}}{a_{n+1}\left(a_n q_{n-1} + q_{n-2}\right) + q_{n-1}}$$

$$= \frac{a_{n+1} p_n + p_{n-1}}{a_{n+1} q_n + q_{n-1}}$$

de donde se concluye que $p_{n+1} = a_{n+1}p_n + p_{n-1}$ y $q_{n+1} = a_{n+1}q_n + q_{n-1}$.

Podemos construir un algoritmo para generar las convergentes de una fracción continua, mediante una tabla

n	a_{n+1}	p_n	q_n
0	a_1	a_0	1
1	a_2	p_1	q_1
2	a_3	p_2	q_2

La tabla la iniciamos colocando los valores a_0, a_1, a_2, p_0, p_1, q_0 y q_1. Luego a partir de $n = 2$, para encontrar los valores para p_n procedemos como sigue: Tomamos el elemento en la casilla superior a a_n, éste se multiplica por el de la casilla a su izquiera y luego se le suma el de la casilla superior a este. Los q_n se encuentran tomando el elemento en la casilla superior a a_n, éste se multiplica por la segunda casilla a su izquiera y luego se le suma el de la casilla superior a este.

Ejemplo 9 *Hallar la décima convergente de la fracción continua simple infinita* $\left[1, \overline{2, 1}\right]$.

Entonces tenemos

n	a_{n+1}	p_n	q_n	c_n
0	1	2	1	2
1	2	3	1	3
2	1	8	3	2.66667
3	2	11	4	2.75
4	1	30	11	2.7272
5	2	41	15	2.7333
6	1	112	41	2.73171
7	2	153	56	2.73214
8	1	418	153	2.73202
9	2	571	209	2.73206
10	1	1560	571	2.73205

Aproximaciones

Las fracciones continuas ofrecen una manera de conocer la irracionalidad de un número. Si su desarrollo es infinito entonces el número es irracional. Podemos realizar aproximaciones para ciertos valores irracionales como los siguientes:

Ejemplo 10 *Aproximar el valor de* π *mediante una fracción continua simple infinita.*

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\ddots}}}}}}}}}$$

Así pues se puede decir que $\pi = [3, 7, 15, 1, 292, 1, 1, 1, 2, ...]$

Ejemplo 11 *Aproximar el valor de e mediante una fracción continua simple infinita.*

$$\mathrm{e} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{\ddots}}}}}}}}}}}}}}}}}}$$

Por lo que se puede decir que $e = [2, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 6, 1, 1, 8, 1, 1, 10, 1, 1, 12...]$, o escrito de otra forma, el desarrollo en fracción continua simple de e, es:

$$e = \left[2, \overbrace{1, 2, 1}, \overbrace{1, 4, 1}, ..., \overbrace{1, 2p, 1}, ...\right] = [2, \overline{1, 2p, 1}] \text{ con } p \in \mathbb{N} - \{0\}$$

Bibliografía

1. De Spinadel, V. La Familia de Números Metálicos. Argentina. http://cumincades.scix.net/data/works/att/4856.content.pdf.
2. Martín, C. Φ, El más "Bello" e Irracional de todos los Irracionales http://camilosanchezmartin.iespana.es/menuinicioylaterales/ventanaprincipal /curiosidades/articulos/elmasbelloeirracional.htm
3. Murillo , M & González J. Teoría de los Números. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Costa Rica, 2006.
4. Pettofrezzo, A & Byrkit, D. Introducción a la Teoría de los Números. Editorial Prentice Hall, España, 1972.
5. Rivero, F. Introducción a la Teoría de Números. http://www.saber.ula.ve/
6. Fracciones continuas, Números metálicos y Sucesiones generalizadas de Fibonacci. Revista Suma, Num 50, noviembre 2005. España.
7. Curiosidades Aritméticas. http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/pacioli/caritmeticas.html

Fracciones en los diversos contextos
Trabajemos con multimedios
CIEMAC 2009

Rebeca Arce

Resumen

El presente taller es un espacio para que los docentes de primaria conozcan y evalúen algunos multimedios disponibles sobre la enseñanza de las fracciones en los diversos contextos. A partir de esta dinámica y la experiencia de los participantes como docentes se espera que identifiquen una serie de características educativas deseables de los multimedios para abordar el tema de fracciones. Además, dadas las dificultades del concepto de fracción se analizarán cinco contextos distintos de su enseñanza.

Palabras clave: Fracciones, multimedios, primaria.

I. Introducción

La sociedad globalizada señala la importancia del dominio tecnológico, el cual se considera como parte de las principales habilidades laborales. El desarrollo y la introducción de las tecnologías de la informática y la comunicación (TIC) ha implicado un cambio en la manera de comunicarnos, en la forma de procesar y manejar la información. Las TIC proporcionan nuevos posibilidades de interacción, lo cual propicia nuevos tipos y formas de aprendizaje.

Las políticas gubernamentales y los planes de desarrollo consideran entre los elementos primordiales para mejorar la calidad de la educación, y por ende la brecha social, la incorporación de las tecnologías. El documento Estrategias para el siglo XXI: Conocimientos e innovación hacia el 2050 en Costa Rica (2006) cita cuatro cimientos para un plan de acciones Nacional:

1. Las complementariedades entre destreza/educación y tecnología.
2. La ciencia y la tecnología ligadas en la innovación.
3. La construcción de una red nacional de innovación y de un Sistema Nacional de Ciencia y Tecnología.
4. La articulación entre lo científico, lo tecnológico y la innovación con las otras disciplinas del conocimiento social y de las humanidades y entre todas estas y la cultura y la sociedad en general.

Estos cimientos indican la importancia de la incorporación de la tecnología como una herramienta que ayudará al mejoramiento educativo y a la calidad de la educación. La incorporación de las tecnologías a nivel macro o micro curricular, necesita de una verdadera planificación, para hacer este proceso más rentable y eficiente.

Aunado a este mundo cambiante, se ha desarrollo Internet, el cual permite vencer las barreras del tiempo y el espacio brindando grandes posibilidades para la difusión del conocimiento. Según García (s.f), entre los rasgos de la tecnología de la informática y la comunicación que permite la red se encuentran los siguientes:

- La macro-información: poner a disposición la mayor biblioteca jamás imaginada.
- Diversidad y dinamismo: La información es diversa, variada y complementaria. La web ofrece múltiples maneras de acceder al conocimiento de forma variada.
- Democratización educativa: Al superar el acceso limitado a la educación por razones laborales, de resistencia, familiares, entre otros.
- Recuperación inteligente: Poseer la capacidad de buscar, seleccionar y recuperar inteligentemente la información.

Se señalan primordialmente los recursos de macro-información y democratización para indicar el papel de la red, con los cuales ponen al alcance diversos recursos educativos como los multimedios, y estos a través de multiformatos pueden estimular el aprendizaje visual, auditivo e interactivo.

El término multimedio viene del latín *multum y médium*, se debe entender como múltiples medios, entre ellos elementos textuales (secuenciales e hiper-textuales), audiovisuales (gráficos, sonido, video, animación) e interactividad.

Bates (2001) señala que los multimedios de aprendizaje bien diseñados pueden ayudar a que los educandos aprendan con mayor facilidad y rapidez mediante las ilustraciones y animación. Además, permiten la interacción y la organización distinta de los materiales.

Bates (2001) también indica que: "Las nuevas tecnologías se pueden diseñar para desarrollar y facilitar unas destrezas de aprendizaje de orden más elevado, como las de resolución de problemas, toma de decisiones y pensamiento crítico".

Según Hernández (s.f) la utilización de multimedios puede ayudar al aprendizaje ya que permite la multipercepción. Romo y otros (2003) mencionados por Hernández (s.f) reconocen:

> …tres procesos básicos para construir la significación del mundo: el visual, el auditivo y el kinestésico, que varían en cada persona, según su vía de ingreso al cerebro, que puede ser a través del ojo o por medio del oído, del cuerpo o de la combinación de los mismos… (p.11).

Los multimedios incorporan imágenes, sonidos e interactividad, con lo cual apelan a la construcción: visual por las imágenes, auditiva por los sonidos y kinestésica al permitir la navegación e interacción constante.

Los multimedios, como instrumento para potenciar el aprendizaje, según Marqués (1999) pueden tener las siguientes funciones: "… informativa, instructiva o entrenadora, motivadora, evaluadora, entorno para la exploración y la experimentación, expresivo-comunicativa, metalingüística, lúdica, proveedora de recursos para procesar datos, innovadora, …"(p.7)

Entre estas funciones de los multimedios es importante señalar la motivación, pues brinda disposición hacia el aprendizaje, además la exploración y la experimentación son medios para la metacognición.

Los procesos visuales, auditivos y kinéstesicos permiten la multipercepción y la motivación, que podrían guiar o ayudar la exploración y experimentación. Además incentivan el aprendizaje significativo ya que se permiten la percepción, la atención y la memoria. La utilización de multimedios puede ayudar al estudiante a desarrollar la habilidad tecnológica, además colaboran en presentar experiencias de aprendizaje más ricas y variadas, donde se consideran sus estilos y ritmos cognoscitivos diferentes.

Dadas las características de los multimedios señalados anteriormente se justifica el porque la tecnología es un elemento esencial para mejorar la calidad de la educación y, como se señala en estrategias para el siglo XIX, es importante el desarrollo del trinomio destreza, educación y tecnología.

Entonces la tecnología puede ayudar a los distintos tipos de aprendizaje, los multimedios son un recurso para acercar al educando a su objeto de estudio, un medio para potenciar aprendizajes significativos. Además podrían permitirle al estudiante: la simulación de situaciones, avanzar a su propio ritmo.

El potencial de los multimedios para el aprendizaje se ve limitado por su producción, Bates (2001) señala: El desarrollo de multimedia generalmente requiere una combinación de experiencia en la materia, programación informática, destreza en diseño de gráficos y del interfaz del ordenador, en consecuencia, los materiales de aprendizaje multimedia de calidad son muy caros y para su producción se necesita mucho tiempo.

Si bien existe un costo de la producción de los multimedios hoy en día la web ayuda a que, aquellos esfuerzos en mejorar la educación por medio de multimedios, se puedan difundir con facilidad. La web permite almacenar recursos multimediales para que estos puedan ser utilizados en otras latitudes, algunos en forma gratuita.

En el aprendizaje de las fracciones matemáticas los siguientes autores señalan su importancia: SERGE (2009); De León (1998); Noguera, Gómez y Galaz. (1998); Llinares (2003); Streeland (1994) mencionado por Llinares (2003); Ayala, Favila y López (2002); Godino, Recio y otros (2003); Vizcarra y Gairín (2005). En particular enfatizan la necesidad de ejemplificar las fracciones en los diversos contextos. Además, indican una serie de problemas conceptuales y de aplicación que enfrentan los estudiantes.

Dados los señalamiento de los autores sobre la dificultad de desarrollar el tema de fracciones, se puede analizar los recursos multimedia en diversos contextos, al respecto SERGE (2009) señala que los datos obtenidos en SERGE en el 2005 indican que: “cada uno de los significados de fracción exige y pone en funcionamiento diversos aspectos del concepto, así como distintos niveles de complejidad lo que lleva a discutir y articular cómo será su abordaje en cada grado escolar”. (p.37)

Entorno a la importancia de la utilización de los distintos significados de fracción, SERGE en el 2005 señala:

> En el conjunto de problemas seleccionados también es necesario tener en cuenta las diferentes representaciones posibles de la noción enseñada, ya que la posibilidad de avanzar en la comprensión de una noción implica reconocerla en todas sus representaciones, pudiendo

> elegir la más conveniente y pasar de una a otra en función del problema a resolver. (p.38)

Los multimedios educativos sobre el tema de fracciones deben contextualizar el concepto en diversas situaciones y guiar al educando a su objeto de estudio. Además incorporar intencionalmente elementos visuales, auditivos e interactivos que propicien la construcción de los aprendizajes.

Hoy los docentes tienen la responsabilidad de una planificación educativa responsable la cual busque, evalúe, y proponga recursos para ayudar al aprendizaje.

Dada la importancia de los multimedios el presente taller brinda un espacio para: difundir materiales multimedias gratuitos relacionados con la enseñanza de las fracciones, evaluar y analizar los multimedios y enlistar una serie de necesidades educativas referentes al tema de fracciones.

II. Objetivos

Propiciar un espacio para la difusión de materiales multimedios gratuitos

Evaluar y analizar multimedios por medio de la discusión y participación grupal

Enlistar necesidades educativas respecto a las fracciones que se podría desarrollar a través de multimedios

Estudiar el concepto de fracción en los diversos contextos

III. Metodología

Se evalúan, en grupos, multimedios referentes a fracciones mediante tablas suministradas por el profesor. Posteriormente los grupos presentan el análisis, según la evaluación. Finalmente se desarrolla y discute las fracciones en los diversos contextos.

IV. Bibliografía

Bates (2001). ¿Cómo gestionar el cambio tecnológico? . España: Editorial gedisa

SERGE (2009). Aportes para la enseñanza de la matemática. Chile: Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe(OREALO/UNESCO) y del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación-LLECE.

Gobierno de Costa Rica (2006).Estrategia Siglo XXI: Conocimiento e innovación hacia el 2050 en Costa Rica.

Llinares, S y Sánchez, M (1997). Fracciones. Madrid: Editorial síntesis, S.A.

Clemente, D; Ayala, F; Favila, L y López, E (2002) *Una propuesta para el aprendizaje de las fracciones*. Consultado: agosto 26, 2009. Sitio web: www.correodelmaestro,com/anteriores/2002/junio/nosotros73.htm

De León, H. (1998). *Procedimientos de niños de Primaria en la Solución de Problemas de reparto*. Revista Latinoamericana en Matemática Educativa, 1, 2, 5-28. Consultado: agosto 27, 2009. Sitio web: http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33510202.pdf

García, L (s.f). ¿Novedad o innovación?. Universidad Estatal a Distancia. Consultado: Octubre, 21, 2009. Sitio web: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/libre_asis/materiales/apr_tec.pdf

Gairín, J y Escolar, R (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. Revista Iberoamericana de Educación Matematica. Consulto: Octubre, 12, 2009. Sitio web http://www.fisem.org/descargas/1/Union_001_006.pdf

Godino. J; Recio, A; Roa, R y Pareja L. (2003). *Recursos interactivos para el estudio de las fracciones.* Revista de Educación de la Universidad de Granada*.* *Consultado:* agosto 28, 2009. Sitio web: *http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cordoba_2003/recursos_fracciones.pdf*

Hernández, C(s.f). El constructivismo social como apoyo en el aprendizaje en línea. Universidad de Guadalajara. Consultado: Octubre, 21, 2009. Sitio web: http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/num7/pdfs/contructivismo.pdf

Noguera, I; Gómez, M y Galaz, J. (1998). *Reflexiones didácticas en torno a Fracciones, Razones y Proporciones*. Recuperado: agosto 25, 2009, desde Ministerio de Educación Gobierno de Chile, Biblioteca Digital: Mineduc. Sitio web: http://www.mineduc.cl/biblio/doc_tema.php?s_id_tema=11

Marques, G (1999). Multimedia educativo: clasificación, funciones, ventajas e inconvenientes. Consultado: Octubre, 21, 2009. Sitio web: http://www.pangea.org/peremarques/funcion.htm

Rodríguez, S y Chacón, D (2008). Bases teóricas y consideraciones prácticas en la elaboración de material multimedia. Recuperado: agosto 25, 2009. Sitio web:

http://revista.inie.ucr.ac.cr/articulos/1-2008/archivos/bases.pdf

Generando competencias en el área de geometría.

Karolina Piedra Segura[1]

Grettel Ovares Granados[2]

Objetivos:

- Contextualizar el concepto de métodos y técnicas de enseñanza en la educación general básica.
- Crear figuras geométricas que evidencien el desarrollo de competencias matemáticas en el área de geometría.
- Identificar cuáles son las competencias básicas que se pueden desarrollar en el área de matemática en la educación general básica.

Resumen:

El rendimiento académico en Matemáticas ha sido un tema que desde hace más de dos décadas ha generado controversia en el sector educativo de Costa Rica, y es una preocupación que se ha incrementado en el nuevo siglo, considerando que el buen desempeño en ésta área, genera habilidades básicas para enfrentarse a los desafíos que se presentan en el Siglo XXI. Los cuestionamientos, en alguna medida apuntan en varias direcciones, una de ellas es la forma en cómo están planteados los contenidos en la propuesta curricular ofrecida por el Ministerio de Educación Pública, por otro lado, se valora si la medición o evaluación de los aprendizajes en esta área promueve el desarrollo de destrezas y habilidades significativas principalmente a la hora de incursionar en un mercado laboral globalizado y competitivo. Entre otros cuestionamientos se piensa, en cual es el tratamiento que el docente le da a los contenidos emitidos a la hora de que éstos son facilitados a los estudiantes.

Es por ello que resulta importante, resaltar que los docentes como profesionales en el ámbito educativo deben asumir un papel preponderante en cuanto al manejo de los contenidos y la instrumentación didáctica (métodos y técnicas) de manera tal que le permitan desarrollar no sólo las temáticas que se exponen en el Programa de Estudio, sino también contribuir al desarrollo de competencias básicas en los estudiantes con el objetivo de que los mismos sean capaces de incursionar en un mundo social y laboral de manera efectiva.

---

[1] Educación primaria, Universidad de Costa Rica – Informática Educativa Escuela Ricardo Jiménez Oreamuno. (karo78k@gmail.com)

[2] Educación primaria, Universidad de Costa Rica – Escuela María Inmaculada. (govaresg15@gmail.com)

El desarrollo de competencias básicas en educación persigue lograr en los estudiantes mayores y mejores desempeños en su incorporación a la vida cotidiana y al mercado laboral. No obstante, implica una reformulación de los métodos y técnicas de enseñanza donde se pretende emigrar del "saber" al "saber hacer" y del "aprender" al "aprender a aprender". Según Vázquez (2008, s.p.) los estudiantes "deben saber aplicar los conocimientos en un contexto real, comprender lo aprendido y tener la capacidad de integrar los distintos aprendizajes, ponerlos en relación y utilizarlos de manera práctica en las posibles situaciones o contextos a los que se tengan que enfrentar diariamente".

En general durante todo el proceso educativo, el docente debe como facilitador de aprendizaje sembrar en el estudiante el deseo de aprender, conocer, interactuar y reestructurar el conocimiento, en función de su aplicabilidad en la cotidianeidad, es por eso que con el presente taller pretendemos dar a conocer algunas estrategias sencillas del área de geometría que promueven el desarrollo de competencias básicas.

Materiales:

- 🕮 Una aula con cinco mesas grandes
- 🕮 Una computadora con proyector multimedia
- 🕮 Un retroproyector

Tiempo:
2 horas

Cantidad de personas:
El taller está diseñado para trabajar con 20 personas.

VI CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE MATEMÁTICA ASISTIDA POR COMPUTADORA

Taller
GeoGebra como recurso en la enseñanza de la matemática

Por:
Mauricio Brenes Catalán
Colegio del Sagrado Corazón de Jesús

Marco Vinicio Gutiérrez Montenegro
Escuela de Matemática
ITCR

Descripción

El taller "GeoGebra como recurso en la enseñanza de la matemática" está diseñado para todos los profesores y profesoras de Matemática interesados e interesadas por conocer las posibilidades educativas del programa GeoGebra en los niveles medios de enseñanza. Este es un software gratuito que se está convirtiendo en una herramienta revolucionaria y versátil en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. GeoGebra permite realizar construcciones dinámicas, fácilmente exportables a aplicaciones web, en las que es posible manipular las expresiones (geométricas, numéricas, algebraicas o tabulares) y observar la naturaleza de las relaciones y propiedades matemáticas a partir de las variaciones producidas por nuestras propias acciones.

Este taller estará basado en el diseño de actividades sencillas por parte de los y las participantes, mediante guías previamente preparadas para tal fin, donde se permita la exploración de propiedades geométricas, y a atrevés de estas poder lograr un conocimiento y manejo básico de las herramientas del programa, que posibilite la creación de objetos dinámicos donde sea posible utilizar efectos de movimiento y animación.

Población meta

Todos y todas las participantes en el CIEMAC.

Objetivo

El objetivo principal es usar las construcciones de GeoGebra como un recurso didáctico que ha demostrado ser útil y enriquecedor en la práctica de la docencia de las Matemáticas. Al tiempo, se ofrecerán los procedimientos para adecuar construcciones de GeoGebra a las necesidades del entorno de aprendizaje y se plantearán proyectos de creación de construcciones sencillas.

Objetivos específicos

1. Conocer las posibilidades de construcciones geométricas que se pueden realizar con el programa.
2. Explorar la interfaz y el entorno interactivo del programa.
3. Conocer los procedimientos básicos para realizar construcciones sencillas.

Contenidos

Los contenidos de este taller son eminentemente prácticos. Se han estructurado de forma que permita un acercamiento paulatino tanto al conocimiento de las posibilidades del programa como al uso de los métodos básicos para realizar construcciones o adaptar otras ya realizadas.

Los contenidos se organizan de la siguiente manera:

- La interfaz de GeoGebra.
- Construcciones sencillas.
- Creación de recursos estáticos.
- Deslizadores y animaciones.
- Applets.

El juego en la enseñanza de la matemática

MSc. Alcides Astorga M[1].

El estudiante necesita desarrollar una comprensión de nociones y procedimientos matemáticos, que le permiten relacionarlos para resolver problemas, además de una actitud positiva en relación a sus propias capacidades matemáticas.

Por lo tanto enseñar matemática consiste en generar las condiciones para que los niños y niñas puedan vivir todas estas dimensiones del proceso. Estas competencias se pueden lograr abordando problemas de manera individual y colectiva, proponiendo y ensayando procedimientos para resolverlos.

El sentido de un conocimiento matemático se construye cuando se confronta con el conjunto de situaciones problemáticas donde este conocimiento se utiliza como herramienta de solución. Estas situaciones deben permitir que los niños elaboren estrategias a partir de los errores cometidos, de sus conocimientos anteriores y de la modificación de los mismos.

La realización de un conjunto de tareas matemáticas del proceso permitirá al alumno acceder al aprendizaje esperado del mismo. Por tal motivo, es importante realizar variadas actividades para ofrecer espacios y relacionarse con recursos, de esta manera es necesario diseñar estrategias para facilitar la interacción del alumno(a), con los elementos matemáticos aprovechando las potencialidades de los alumnos y alumnas para generar aprendizajes significativos, por descubrimiento, constructivo y cooperativos.

Actualmente son muchos investigadores en enseñanza de la matemática que recomiendan el uso de juegos y actividades lúdicas para el trabajo en el aula. También existen abundantes publicaciones de profesionales de la enseñanza que informan sobre sus experiencias con juegos matemáticos con estudiantes de diferentes niveles.

Además, dentro de los diferentes planes de estudio, las escuelas formadoras de docentes recomiendan el uso del juego como una de las estrategias pedagógicas, que pueden ayudar como elemento motivador a los estudiantes para el aprendizaje de la matemática, para esto han incorporado espacios curriculares que incluyen:

a. Información al futuro educador sobre los materiales didácticos existentes para el aprendizaje de la matemática.

b. Reflexión sobre la utilidad y función de dichos materiales en el aprendizaje.

c. Aprendizaje a través del juego.

d. Análisis de distintos materiales en relación con los bloques temáticos curriculares de

[1] Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, alcidesastorga@gmail.com

Educación Primaria.

e. Pautas metodológicas sobre su utilización en el aula

f. Construcción de materiales didácticos caseros adaptados a clases y objetivos concretos.

La idea central es que el alumno, desde el inicio de su etapa escolar, comience a construir sus conocimientos en matemática mediante actividades que involucren manipulables físicos, actividades lúdicas, entre otras.

Los juegos son, en muchos aspectos, matemática en sí mismos. En este punto conviene aclarar esta situación, ya que es muy frecuente que los docentes utilicen los juegos en clase de matemática como un premio cuando el alumno "ha aprendido lo que se le ha explicado". Al contrario de esta idea, los juegos pueden ser útiles para presentar contenidos matemáticos, para trabajarlos en clase y para afianzarlos. En este contexto, los juegos pueden ser utilizados para motivar, despertando en el alumno el interés por lo matemático, y desarrollar creatividad y habilidades para resolver problemas.

Con los juegos se realizan métodos de trabajo propios de la matemática (recoger datos, experimentar y manipular, plantear conjeturas, inducir y deducir). Sirven para desarrollar aptitudes (habilidades espaciales, razonamiento verbal y no verbal) y actitudes (interés hacia la resolución de problemas, por la investigación).

Una clasificación de los juegos:

Aunque no pretendemos dar una clasificación de juegos, en nuestra práctica docente si ha resultado útil distinguir 1os juegos por dos características diferenciadas:
“

1. Hay juegos cuya práctica exige a 1os jugadores que utilicen conceptos o algoritmos incluidos en 1os programas de matemáticas. Así, un jugador consume su turno haciendo una multiplicación, o encontrando la solución de una ecuación, o calculando el área de una figura plana, etc . A estos juegos 1os denominaremos juegos de conocimiento.

   Existen publicados o comercializados muchos juegos de este tipo y su utilización puede efectuarse en diferentes etapas de aprendizaje. Distinguimos tres niveles de aplicación de este tipo de juegos:

   - PRE-INSTRUCCIONAL. A través de estos juegos el alumno puede llegar a descubrir un concepto o a establecer la justificación de un algoritmo. De este modo, el juego se convierte en medio importante para obtener el aprendizaje.

   - CO-INSTRUCCIONAL. El juego puede ser una más de las diferentes actividades que el profesor utiliza para la enseñanza de un bloque temático. En este caso, el juego acompaña a otros recursos del aprendizaje.

- POST-INSTRUCCIONAL. Los alumnos ya han recibido enseñanza sobre un tema, y mediante el juego se hacen actividades para reforzar 1o que han aprendido. Por tanto, el juego sirve para consolidar el aprendizaje.”

2. Hay otros juegos cuya práctica exige poner en ejercicio habilidades, razonamientos o destrezas directamente relacionadas con el modo en el que habitualmente proceden los matemáticos. Por eso, se les ha denominado **juegos de estrategia.** Hay unos que son personales o solitarios en los que el jugador tiene que encontrar la forma de resolverlo; otros son multipersonales y en 1os que la tarea consiste en descubrir la existencia de una estrategia que le permita ganar siempre a sus oponentes. Este tipo de juegos es, sin duda, el que más interés ha despertado en 1os matemáticos de todos 1os tiempos, habiéndose llegado incluso por estos medios a obtener resultados importantes.” (Gairin, pág. 5)

Mediante este taller se busca confrontar al participante con una serie de juegos didácticos y de lógica, de forma tal que se sienta motivado a incorporarlos como una estrategia metodológica más en las situaciones de aprendizaje dentro del aula. Los juegos son un recurso didáctico que si se planifica adecuadamente no es una carga más dentro de las muchas labores que ya tiene el docente, y de no es de ninguna otra forma un elemento que va a impedir cumplir el plan de estudios establecido por el MEP.

Como toda actividad, el éxito o fracaso del uso del juego en el aula dependerá de la planificación que realice el educador, así como, de sus creencias y sobre todo, se necesita un docente que tenga una concepción que la matemática no solamente se debe presentar en una forma rígida y formalista, sino que crea que su aprendizaje se puede lograr en una forma divertida y porqué no, hasta jugando.

Bibliografía:

1. Gairin S. José María, Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas, *Educar,* 17 (1990) 105-118, España.

2. Guzmán, M. de (1984), Juegos matemáticos en la enseñanza, en las *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (IV JAEM),*organizadas por la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton», 10-14 septiembre 1984, pp. 49-85.

LaTeX para principiantes

Nombre del curso: LaTeX para principiantes.
Objetivo: Que los participantes aprendan a editar texto matemático con LaTeX.
Población: El curso está dirigido a profesores que necesiten o deseen aprender sobre la edición de texto matemático con LaTeX, se necesitan conocimientos básicos sobre el uso de programas computacionales en Windows o en Linux.
Listado de actividades:

1. Introducción a LaTeX.
2. Texto normal y texto matemático.
3. Tablas, arreglos y gráficos.
4. Índice temático y bibliografía

POLIESTUDIO 2.0: HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA LA ENSEÑANZA DE POLINOMIOS EN SECUNDARIA.

Modalidad: Taller
Impartido por: Prof. Jeffry Chavarría Molina
Tiempo: 2 horas.

¿Qué es PoliEstudio?

PoliEstudio 1.0 es un programa computacional, de licencia gratuita, elaborado en el segundo semestre del año 2004. Se originó como un proyecto para el curso "Taller de Software Didáctico" impartido para la carrera Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

La segunda versión fue compilada a inicios del año 2008 y cuenta con más facilidades que su predecesor. Para la elaboración de esta segunda versión, se realizó una serie de evaluaciones con estudiantes y docentes que maximizan la versatilidad del programa estas evaluaciones formaron parte de una investigación desarrollada como trabajo final de graduación en la Universidad Nacional.

¿Qué se puede realizar?

Este programa puede realizar varias de las manipulaciones que se abordan en secundaria sobre polinomios univariados, tales como: adición, sustracción, división, factorización, entre otros, así como también es capaz de construir la gráfica de funciones polinomiales, para luego se utilizada en diversas tareas. Una de las primicias del programa que lo diferencias de otros del mercado es la posibilidad de mostrar el procedimiento en la división de polinomios, tanto en la división larga como en la división sintética, las imágenes siguientes muestran un ejemplo de esta peculiar novedad.

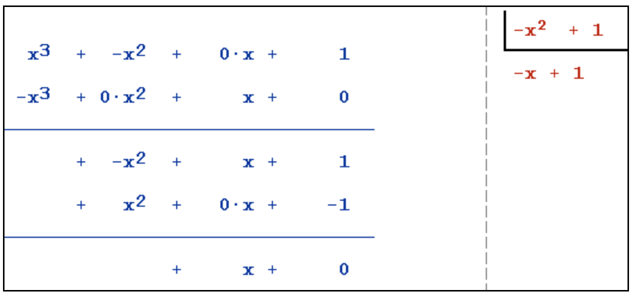


Figura 1: Procedimiento de la división larga.

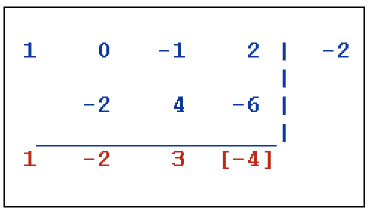


Figura 2: Procedimiento de la división sintética.

¿Qué haremos en el taller?

El objetivo del taller es dar a conocer el software PoliEstudio 2.0 y realizar una breve comparación entre su primera y segunda versión.

Se trabajará algunos tópicos que se desarrollan en el programa de estudios en secundaria, visto con la ayuda del programa. Esto con el objetivo de que los participantes del taller, además de conocer la herramienta, también puedan adquirir ideas de cómo ellos pueden emplearlo en el aula para desarrollas sus clases.

Durante el taller se explorarán además algunas otras alternativas para el uso práctico de esta herramienta.

Teoría de números y solución de ecuaciones con Excel y OpenOffice

Proponentes: Erick Espinoza, Walter Mora

Descripción: Se plantea una capacitación con el fin de brindarle a los y a las profesoras de matemática de enseñanza media, una herramienta de experimentación y motivación que le permita nuevas perspectivas en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Se usará Excel y Calc de OpenOffice.org, éstas son son hojas electrónicas ampliamente disponibles.

Objetivo: Capacitar a una serie de docentes de secundaria en el uso de Excel y en Calc de OpenOffice.org aplicado a en cálculos experimentales propios de la teoría números.

Metodología del taller: Se presentan los aspectos teóricos y procede a una experimentación en papel y luego se procede a la implementación de computacional y la experimentación a un nivel más intenso.

Cada participante trabajará en una computadora y el trabajo se desarrollará mediante guías.

1. Cómo crear funciones: Ejemplo básico "Leer y escribir en una celda"
2. El resto de la división: La función MOD
3. Calendarios: ¿Qué día nació Ud?
4. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo
5. Cómo hacer un cuadrado mágico
6. Pruebas por ensayo y error
    a. Factorizando un número
    b. Cómo decidir si un número es primo o compuesto
7. Refinamiento basado en el Teorema "pequeño" de Fermat
8. Solución de ecuaciones no lineales

Rendimiento en cursos introductorios de Matemática. Principales errores detectados y posibles soluciones

M.Sc. Alejandro Ugalde León[1]

Resumen

En los últimos años, se ha detectado un deterioro en la formación matemática con la que los estudiantes ingresan a las instituciones de educación superior. Esta situación genera una gran variedad de problemas que les impiden a estos estudiantes avanzar en sus carreras y, además, adquirir una adecuada formación académica.

En este trabajo se exponen algunos resultados relacionados con el rendimiento académico en el curso Matemática General de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional durante el período 2007-2009 y relaciones entre las promociones actuales de este curso y las de años anteriores.

Palabras clave: Aprobación en Matemática, Matemática General, rendimiento académico en Matemática.

I. Introducción

En los últimos años la calidad de la formación matemática que reciben los estudiantes en el III Ciclo y la Educación Diversificada se ha deteriorado significativamente.

Un indicador importante que justifica esta afirmación es que un porcentaje importante de los estudiantes que aprueban el examen de bachillerato no adquiere los conocimientos mínimos que en él se evalúan, ni interioriza la mayoría de conceptos matemáticos elementales. Lo anterior se evidencia con los datos de aprobación del curso MAX084 Matemática General de la Universidad Nacional, los cuales son desastrosos a pesar de ser un curso con prácticamente los mismos contenidos que los evaluados en el examen de bachillerato. Estos datos se exponen más adelante. Además, si se toman en cuenta también los resultados del examen de diagnóstico de matemática, aplicado a 847 estudiantes de primer ingreso de distintas carreras UNA a principios del presente año, el cual aprobaron únicamente 35, se confirma nuevamente la afirmación inicial.

Existen diversos factores que originan esta problemática, la cual tiene como consecuencia inmediata el fracaso en los primeros niveles de la educación superior de los estudiantes que ingresan a las universidades públicas.

[1] Coordinador del Área de Cursos de Servicio, Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Costa Rica. E-mail: augald@una.ac.cr

II. MAX084 Matemática General

El curso MAX084 Matemática General es un curso introductorio del tronco común de las carreras de Administración, Agronomía, Biología, Cartografía, Comercio y Negocios Internacionales, Enseñanza de las Ciencias, Geografía y Gestión Ambiental de la UNA, y cuyos contenidos generales de este curso son los siguientes:

III. MAX084 Matemática General

1. El sistema de los números reales
2. Ecuaciones y desigualdades
3. Elementos de geometría analítica en el plano
4. Funciones
5. Función logarítmica y Función exponencial
6. Funciones trigonométricas

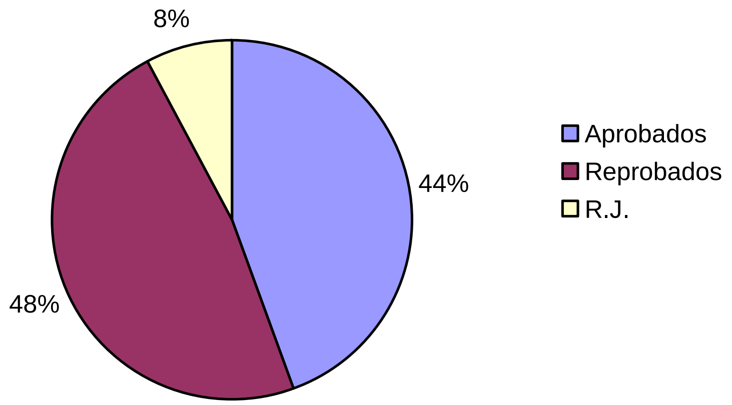
Como puede observarse, los contenidos del curso Matemática General son básicos, muy similares a los que se evalúan en el examen de bachillerato, por lo que se puede intuir que dicho curso no debería presentar mayores problemas para estudiantes universitarios, sobre todo los recién graduados de la secundaria. Lamentablemente, como se expone en el siguiente apartado, esta situación dista mucho de la realidad, lo cual representa uno de los principales problemas educativos presentes en la Enseñanza de la Matemática.

IV. Rendimiento académico en el curso MAX084

En este apartado se exponen los datos de aprobación del curso Matemática General del 2004 al primer ciclo del 2009.

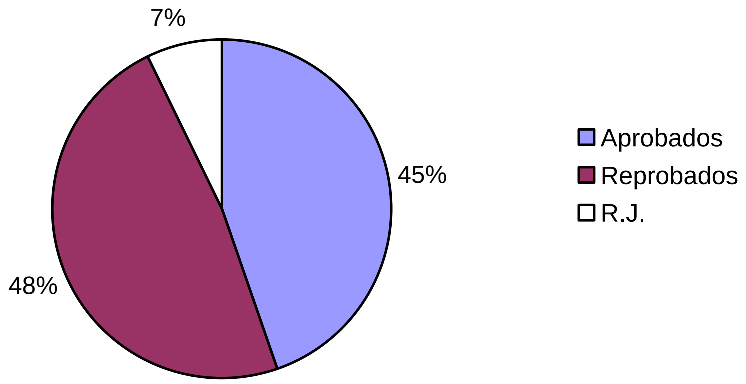
En el I ciclo del 2007, un total de 624 estudiantes matricularon el curso Matemática General, y el porcentaje de aprobación se muestra en el siguiente gráfico:

Gráfico 1. Porcentaje de aprobación del curso MAX084, I ciclo 2007



En el I ciclo del 2008, 728 estudiantes matricularon el curso Matemática General, y el porcentaje de aprobación se muestra en el siguiente gráfico:

Gráfico 2. Porcentaje de aprobación del curso MAX084, I ciclo 2008



En el gráfico 3 se muestra el nivel de aprobación del curso Matemática General en el I ciclo del presente año, en el cual 738 estudiantes estuvieron debidamente matriculados.

Gráfico 3. Porcentaje de aprobación del curso MAX084, I ciclo 2009

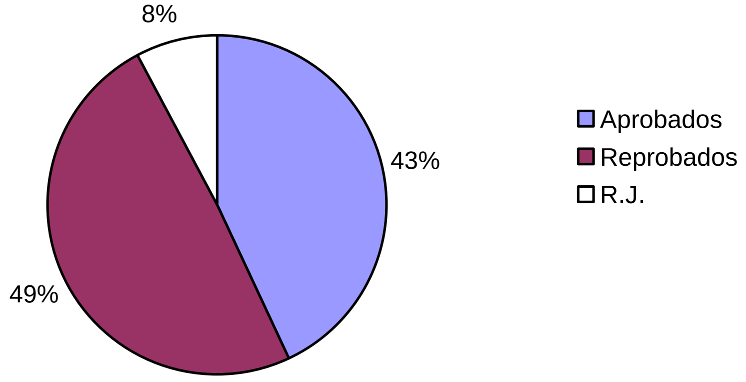
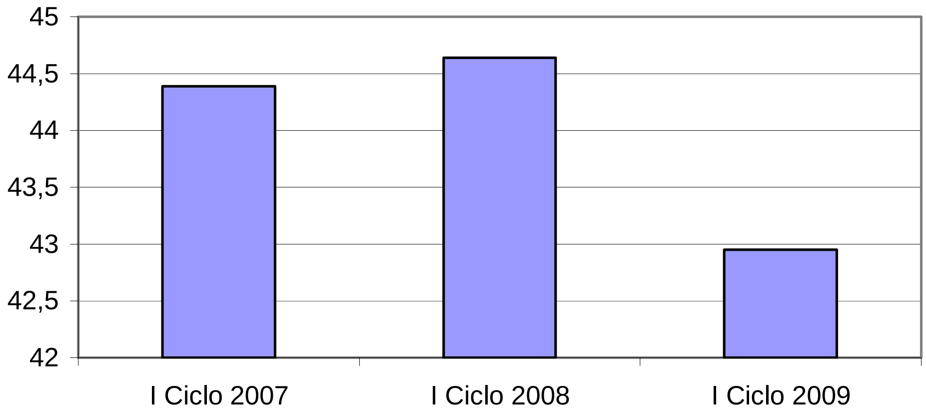


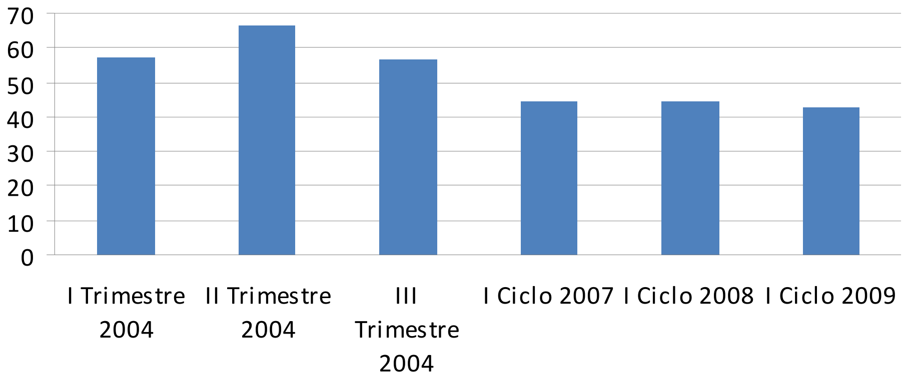
Gráfico 4. Porcentajes de aprobación del curso MAX084 del 2007 al 2009



Estos gráficos muestran que el porcentaje de aprobación del curso Matemática General no varió significativamente del 2007 al 2009, lo cual hace suponer que la formación con la que ingresaron los estudiantes a dicho curso es similar, pero inadecuada pues se puede notar que los porcentajes de aprobación son bajos para un curso de esta naturaleza, sobre todo en el último período analizado.

Si se comparan estos porcentajes de aprobación con los del año 2004, si se encuentran diferencias significativas en el rendimiento académico de los estudiantes. Estos datos se muestran en el gráfico 5:

Gráfico 5. Comparación de los porcentajes de aprobación del curso MAX084



En este gráfico se evidencia que la promoción del curso hace 5 años era muy superior a la actual y, además, se demuestra la marcada tendencia decreciente que ha presentado la promoción en este curso, lo cual, sin duda, obedece al deterioro constante de la educación matemática en la enseñanza media.

V. Causas y posibles soluciones

Esta problemática es causada por múltiples factores, entre los cuales están los siguientes:

- ***Formación docente deteriorada***. El cuerpo docente encargado de la Enseñanza de la Matemática, desde I ciclo hasta la Educación Diversificada, está conformado por un grupo importante de educadores con conocimientos matemáticos muy limitados, debido a la mala formación que un elevado porcentaje de este sector recibe. En el Segundo Informe sobre el Estado de la Educación se exponen ciertos factores que justifican dicha afirmación, como lo son la cantidad de docentes graduados de universidades privadas, la mayoría de las cuales no tienen las condiciones óptimas (cuerpo docente, instalaciones, planes de estudio, etc.) para impartir una carrera de Enseñanza de la Matemática.
- ***Un uso inadecuado de la calculadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.*** En la mayoría de los casos, la calculadora es utilizada para enseñar procedimientos para encontrar la respuesta correcta en cada ítem de examen de bachillerato y no para fomentar el aprendizaje de los conceptos matemáticos necesarios para poder aprobar dicha prueba, lo cual ocasiona que una parte significativa de los estudiantes que se gradúan de

bachillerato en secundaria, no adquiere los conocimientos ni las destrezas mínimas que necesitan para afrontar una carrera universitaria en la que la Matemática sea una herramienta esencial.

- ***Actitud del profesorado.*** La actitud de ciertos docentes que promueven este tipo de prácticas, aún teniendo los conocimientos y las herramientas didácticas necesarias para brindarle al estudiante una formación de calidad.

Debido a esta situación, las siguientes son algunas de las acciones que, de implementarse, serían parte de una solución al problema del rendimiento académico:

- Crear programas de capacitación y actualización permanente para los docentes en conceptos matemáticos, en la didáctica de la Matemática y en herramientas didácticas y tecnológicas para la enseñanza de esta disciplina.
- Implementar el examen de aptitud para optar por plaza en el MEP.
- El MEP debe dar la importancia requerida a las carreras de Enseñanza de la Matemática de calidad, especialmente las acreditadas por el SINAES, cuyos graduados deben tener prioridad a la hora de la contratación para puestos tanto interinos como en propiedad.
- Se debe replantear el examen de bachillerato, para que no sea posible aprobarlo sin tener los conocimientos matemáticos básicos y que, con esto, se potencie el uso de la calculadora como una herramienta y no como un medio para la solución de esta prueba.
- Se debe potenciar el desarrollo de estrategias metodológicas que involucren resolución de problemas para que los estudiantes estimulen la mente y desarrollen habilidades que les permita razonar.
- De ser posible, implementar herramientas tecnológicas en la enseñanza de la Matemática pues, según Galvis (1992), el uso de material educativo computarizado contribuye a generar motivación en el alumno.
- La acción más importante es la actitud de los docentes, estudiantes, directores y padres de familia, la cual debe ser orientada a favorecer un adecuado proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, y no de fomentar prácticas orientadas a impulsar la aprobación de exámenes sin la comprensión de los conceptos necesarios y la adquisición de nuevos conocimientos.

VI. Conclusiones

Las principales conclusiones de este trabajo son las siguientes:

- Los estudiantes de primer ingreso de la UNA llegan con escasos conocimientos matemáticos y deficiente capacidad de razonamiento.
- El curso MAX084 ha perdido su función de nivelación, pues solo está siendo aprobado por los estudiantes que traen una sólida formación matemática.
- Existen diversas acciones que se pueden tomar para dar solución al problema. Solamente se requiere voluntad.

VII. Bibliografía

Galvis, A. (1992). *Ingeniería de Software Educativo.* Ediciones Unidas, Universidad de los Andes. Santa Fe. Colombia.

Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible (2005). Estado de la Educación 2. San José, Costa Rica: CONARE

Ramírez, G., Barahona, C. (2007). *Rendimiento Académico en Matemática: un estudio con estudiantes de ingeniería en los cursos de Matemática General y Cálculo Diferencial e Integral en el Instituto Tecnológico de Costa Rica.* Trabajo presentado en el V Congreso sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, diciembre, Cartago.

Umaña, R. (2008). *Factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes de la UNED que permanecen en el Sistema de Educación a Distancia.* Trabajo presentado en XIV Congreso de Tecnología y Educación a Distancia, noviembre, San José.

Software libre:
Herramientas en la enseñanza

Autores:

- Luís Andrés Ortiz Hernández,
  Correo: hoy200319234@gmail.com
- Carlos Guillén Pérez
  Correo: cguillenp@gmail.com
- Ronald Arias Madriz
  Correo: ramartec@gmail.com

Todos estudiantes de cuarto nivel o graduados de la carrera enseñanza de la matemática asistida por computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica

Abstract:

Además de ahorrarle dinero, el software libre es una de las mejores opciones en funcionalidad, calidad y accesibilidad, ya que atiende las críticas más frecuentes que ofrecen los usuarios y están en constante revisión y perfeccionamiento; por tal motivo se ofrece este taller, ya que, dadas las nuevas tendencias del MEP de utilizar software libre en las instituciones educativas, se propone en el taller dar a conocer una herramienta que es tanto útil para la enseñanza – aprendizaje de la geometría, el álgebra y el cálculo diferencial e integral, entre otros, dicha aplicación es conocida como Geogebra.

Objetivo General:

Justificar el empleo del software libre en la vida cotidiana y en especial en la enseñanza de la matemática.

Objetivos Específicos:

1. Describir los aspectos más sobresalientes del Geogebra.

2. Conocer y utilizar los alcances del Geogebra a través de trabajos desarrollados por lo expositores y otras fuentes.

3. Aplicar los conocimientos adquiridos en la realización de algunos proyectos orientados a la geometría y el análisis de funciones.

Fecha en la que se generó el proyecto: Mayo de 2008

Descripción:

1. Se abordará la importancia del uso de programas gratuitos desde el punto de vista práctico, funcional y competitivo.

2. Breve descripción de las herramientas disponibles en el Geogebra y otros aspectos generales.

3. Se utilizará el Geogebra para el estudio de la geometría plana de forma dinámica.

4. Se aplicarán las herramientas que ofrece el Geogebra para realizar estudios de funciones reales de variable real.

5. Durante el cierre del taller se le mostrará a los asistentes algunos otros programas de uso gratuito tales como AVG, JClic,WinPlot, Poly, entre otros, que estarán incluidos en el CD que se regalará.

Apéndice:

Requerimientos:

1. Un laboratorio con a lo sumo 20 computadoras
2. 1 Proyector multimedia
3. Software a utilizar:
    - Microsoft Windows XP o superior.
    - Máquina Virtual de Java
    - Geogebra 3.0
    - Acrobat Reader, Foxid u otro

- Todos los programas a utilizar serán aportados por los exponentes del taller

Condiciones:

1. Los asistentes del taller deben tener conocimientos de :
    1. Manejo básico del ambiente Windows
    2. Preferiblemente que tengan conocimiento de la teoría de funciones y de geometría euclidiana.

2. Material requerido:
    - Fotocopias de las guías que se van a utilizar
    - CD para copiar los programas que se van a entregar a los asistentes

Bibliografía:

- La Nación, Martes 18 de septiembre de 2007, página 16, Pablo Fonseca Q, Programas Gratuitas Ahorran dinero y atacan la piratería.
- www.geogebra.org, página oficial, 16 de septiembre de 2007.
- www.ubuntu.com, Linux Comunity (Linus Tolvards), agostos de 2007
- http://www.pnte.cfnavarra.es/~iesozizu/departamentos/matematicas/recursos/infos/index3.html, autor desconocido, educacion@pnte.cfnavarra.es, 21 de septiembre de 2007.
- http://recursos.pnte.cfnavarra.es/%7Emsadaall/geogebra/index.htm, Manuel Sada Allo, 16 de septiembre de 2007.
- http://www.mep.go.cr/proyectos/proyectosyprogramas.html
- http://www.mep.go.cr/downloads/Cronos.PDF

Software libre y la matemática
Introducción a GNU/Linux

DES. Jack Rivera Valerín[1]

Abstract

En el mercado existen varias herramientas para la creación de aplicaciones matemáticas que apoyan a las lecciones que imparten los profesores de dicha materia, muchas de estas herramientas son de carácter propietario por lo que debe pagarse cierta cantidad de dinero, la cual está en la mayoría de los casos fuera del alcance de las personas e instituciones de enseñanza pública.

A sabiendas de esto existe una alternativa que es mucho más económica, el software libre o con licencia GNU, por el cual no debe pagarse dinero alguno para poder utilizarlo de manera personal o académica.

Este taller está enfocado en guiar a los participantes a través de sus primeros pasos en el software libre y ampliar sus opciones en software matemático.

Objetivo General

Introducir a los participantes en la instalación y uso básico de GNU/Linux basado en la distribución Ubuntu.

Objetivos Específicos

- Aprender conceptos básicos de software libre, hardware y software.
- Instalar el sistema operativo Linux (GNU/Ubuntu).
- Utilizar comandos básicos de Linux.
- Instalar programas de carácter matemático.

Cronograma

Se desarrollará en tres sesiones de dos horas cada una, todas serán clases prácticas.

Primera Lección	➢ Introducción al software Libre ➢ Conceptos Básicos: (hardware y software). ➢ "Particionar" Disco Duro. ➢ Instalación del Sistema Operativo
Segunda Lección	➢ Inducción al ambiente gráfico de Linux. ➢ Comandos básicos de Linux
Tercera Lección	➢ Introducción a la instalación de programas. ➢ Instalación de programas matemáticos.

Referencias Bibliográficas

http://www.gnu.org/home.es.html
http://www.fsf.org/
http://www.ubuntu.com/
http://www.geogebra.org/download/
http://wxmaxima.sourceforge.net/wiki/index.php/Main_Page
http://sourceforge.net/apps/trac/exe/wiki
http://linuxsan.wordpress.com/2007/12/10/sage-software-matematico-open-source/

[1] Instituto Tecnológico de Costa Rica, Estudiante, jrivera@ic-itcr.ac.cr

Taller: Edición de Videos para la Enseñanza de la Matemática utilizando Camtasia Studio

Juan Félix Ávila Herrera[1] **y Enrique Vílchez Quesada**[2]

Resumen: la labor docente es una tarea que demanda una constante búsqueda hacia la innovación y hacia el refrescamiento de las metodologías que tradicionalmente utilizamos en el salón de clase. El video educativo es un medio de expresión que podría proporcionar aportes importantes en el desarrollo de los aprendizajes en los educandos. Esta es una premisa a partir de la cuál iniciamos hace algún tiempo, el desarrollo de un conjunto de experiencias de enseñanza relacionadas con el tema de las funciones en matemática, en el contexto de un proyecto de investigación circunscrito en la Escuela de Informática de la Universidad Nacional de Costa Rica. Como producto colateral de este proyecto, se ideo una estrategia para la edición de video educativo utilizando la herramienta Camtasia Studio. En el presente trabajo, se comparten algunas de las experiencias acumuladas, con el objetivo de brindar a los colegas una alternativa viable y diferente para la enseñanza de cualquier área disciplinaria.

INTRODUCCIÓN

Nuestra experiencia apoya la idea de que el video educativo puede favorecer el autoaprendizaje de los alumnos en matemáticas. Durante el año 2008 y el presente 2009, nos abocamos por diseñar y desarrollar un tutor virtual para el estudio de las funciones en matemática. Muchos de los módulos integrados en este tutor se basaron en la edición de video educativo a partir de la denominada locución en off. La experiencia acumulada ha sido muy enriquecedora y nos parece fundamental compartirla mediante el desarrollo de un taller.

Con este taller pretendemos que los participantes ejecuten una estrategia de edición de video educativo que se obtuvo como producto colateral del proyecto de investigación anteriormente señalado. La estrategia ordena y sistematiza el proceso completo de desarrollo de un video educativo basado en la locución en off, donde la herramienta de edición seleccionada es Camtasia Studio. Camtasia Studio es un software creado para la edición y postproducción de video no necesariamente educativo, es una herramienta versátil y de uso amigable. Esperamos que con el presente taller los y las colegas puedan valorar su utilización para el diseño de estrategias de enseñanza y aprendizaje.

PRERREQUISITOS

Manejo del sistema operativo Windows.

---

[1] Escuela de Informática, Universidad Nacional de Costa Rica. Email: javila@una.ac.cr
[2] Escuela de Informática, Universidad Nacional de Costa Rica. Email: evilchez@una.ac.cr

OBJETIVOS

- Desarrollar una estrategia para la edición de video educativo en el área de la educación matemática.
- Crear al menos tres videos educativos a través de la estrategia.
- Evaluar la estrategia.

CONTENIDO

El taller consiste en el desarrollo de una estrategia para la producción de videos educativos en el área de la educación matemática. La estrategia contempla las siguientes etapas:

- Levantamiento del guión de contenido y narrativo: para ello es necesario definir una serie de temas a abordar en el video y utilizar algún editor, se recomienda desde luego el formato *.tex*.
- Uso de un editor de imágenes para crear escenarios: definido el guión de contenido es fundamental establecer los escenarios a través de los cuales se aplicará la técnica de locución en off, ello implica el uso de un editor de imágenes que maneje capas.
- Uso del software Camtasia Studio para la edición del video: aquí se recomienda utilizar para apoyar la locución en off los diversos cursores, efectos y transiciones que caracterizan el programa. Los efectos son esenciales para indicar soluciones y las transiciones para indicar pasos separados. Cuide que el cursor no obstaculice la lectura visual en pantalla. Utilice el pilot para indicar aspectos importantes en los enunciados. Juegue con mostrar y ocultar elementos esto aclara muchas explicaciones.
- Post edición en Camtasia Studio: permite refinar los videos obtenidos.
- Codecs: hay que decidir si el video utilizará el códec *tscc*, o se prescindirá de él.

Resulta además importante para las personas neófitas en el tema, señalar algunos consejos muy simples para la edición y post producción de videos educativos:

- Requiere de mucha concentración.
- No lo haga cansado pues se nota en su tono de voz.
- Explique con rigurosidad como si se tratara de un libro, pero al mismo tiempo con flexibilidad como si se tratara de una clase.

- ¡No se estrese!, el temor al micrófono es normal al principio, sea natural y auténtico es lo mejor.
- Seleccione un lugar tranquilo, con poco ruido de fondo.

METODOLOGÍA

La metodología a aplicar durante este taller es la siguiente:

- Se iniciará invitando a los participantes a seleccionar un tema relacionado con matemáticas y al menos tres tópicos relacionados.
- Se solicitará a los participantes desarrollar en SWP (Scientific WorkPlace) los tópicos con al menos: dos definiciones, dos teoremas y dos ejemplos cada uno, exportando la producción en formato PDF.
- Utilizando un video se presentará a los participantes un ejemplo de cómo se puede crear un escenario utilizando Photoshop y Paint.
- Los participantes crearán sus escenarios.
- Se presentará a los participantes un video explicativo del uso del software Camtasia Studio y se solicitará su instalación de prueba por treinta días, a través del enlace: http://www.techsmith.com/camtasia.asp
- Se procederá a crear en un período de tiempo prudencial tres grabaciones de video en off.
- Se evaluarán los resultados de manera colectiva a través de un foro de discusión (el objetivo es al menos publicar uno de los videos por participante en algún sitio externo gratuito).
- Se evaluará la estrategia propuesta mediante otro foro de discusión paralelo al señalado con anterioridad.

BIBLIOGRAFÍA

- Ávila, J y Vílchez, E. (2009). Tutor Virtual para el Estudio de las Funciones. Octava Conferencia Iberoamericana en Sistemas, Cibernética e Informática, USA, 8, 140-146.

Geogebra y demostraciones en geometría

En este taller daremos un recorrido por el programado "geogebra" y veremos el potencial que tiene para la exploración de propiedades geométricas. Por otro lado se presentan algunas ideas para ilustrar y demostrar propiedades básicas de geometría, incluyendo el uso de doblado de papel.

Evaluación de multimedios relacionados con fracciones

Rebeca Arce Núñez[1]

Resumen

El presente taller es un espacio para que los docentes de primaria conozcan y evalúen algunos multimedios disponibles sobre la enseñanza de las fracciones en los diversos contextos. A partir de esta dinámica y la experiencia de los participantes como docentes, se espera que identifiquen una serie de características educativas deseables de los multimedios para abordar el tema de fracciones. Además, dadas las dificultades del concepto de fracción se analizarán cinco contextos distintos de su enseñanza.

Palabras clave: Fracciones, multimedios, primaria.

I. Fundamentación teórica

La sociedad globalizada señala la importancia del dominio tecnológico, el cual se considera como parte de las principales habilidades laborales. El desarrollo y la introducción de las tecnologías de la informática y la comunicación (TIC) han implicado un cambio en la manera de comunicarnos y en la forma de procesar y manejar la información. Las TIC proporcionan nuevos posibilidades de interacción, lo cual propicia nuevos tipos y formas de aprendizaje.

Las políticas gubernamentales y los planes de desarrollo consideran entre los elementos primordiales, para mejorar la calidad de la educación y por ende reducir la brecha social, la incorporación de las tecnologías. El documento Estrategias para el siglo XXI: Conocimientos e innovación hacia el 2050 en Costa Rica (2006) cita cuatro cimientos para un plan de acciones Nacional:

1. Las complementariedades entre destreza/educación y tecnología.
2. La ciencia y la tecnología ligadas en la innovación.

[1] Universidad de Costa Rica, rebear9034@gmail.com

3. La construcción de una red nacional de innovación y de un Sistema Nacional de Ciencia y Tecnología.
4. La articulación entre lo científico, lo tecnológico y la innovación con las otras disciplinas del conocimiento social y de las humanidades y entre todas estas y la cultura y la sociedad en general.

Estos cimientos indican la importancia de la incorporación de la tecnología como una herramienta que ayudará al mejoramiento educativo y a la calidad de la educación. La incorporación de las tecnologías a nivel macro o micro curricular, necesita de una verdadera planificación, para hacer este proceso más rentable y eficiente.

Esta planificación se hace más necesaria, si se toma en cuenta la creciente utilización de la Internet, que ha permitido vencer las barreras del tiempo y el espacio, brindando grandes posibilidades para la difusión del conocimiento. Según García (s.f), entre los rasgos de la tecnología de la informática y la comunicación se encuentran los siguientes:

- La macro-información: poner a disposición la mayor biblioteca jamás imaginada.
- Diversidad y dinamismo: La información es diversa, variada y complementaria. La web ofrece múltiples maneras de acceder al conocimiento de forma variada.
- Democratización educativa: Al superar el acceso limitado a la educación por razones laborales, de resistencia, familiares, entre otros.
- Recuperación inteligente: Poseer la capacidad de buscar, seleccionar y recuperar inteligentemente la información.

Los recursos de macro-información y democratización de la red, permiten poner al alcance diversos recursos educativos como los multimedios, y estos a través de multiformatos pueden estimular el aprendizaje visual, auditivo e interactivo. Recuerde que el término multimedio viene del latín *multum y médium*, se debe entender como múltiples medios, entre ellos elementos textuales (secuenciales e hiper-textuales), audiovisuales (gráficos, sonido, video, animación) e interactividad.

Bates (2001) señala que los multimedios de aprendizaje bien diseñados pueden ayudar a que los educandos aprendan con mayor facilidad y rapidez mediante las ilustraciones y animación. Además, permiten la interacción y la organización distinta de los materiales. También indica que: “Las nuevas tecnologías se pueden diseñar para desarrollar y facilitar unas destrezas de aprendizaje de orden más elevado, como las de resolución de problemas, toma de decisiones y pensamiento crítico”.

Esta posición se complementa con lo expresado por Hernández (s.f) la cual indica que la utilización de multimedios puede ayudar al aprendizaje ya que permite la multipercepción. Romo y otros (2003) mencionados por Hernández (s.f) reconocen:

> …tres procesos básicos para construir la significación del mundo: el visual, el auditivo y el kinestésico, que varían en cada persona, según su vía de ingreso al cerebro, que puede ser a través del ojo o por medio del oído, del cuerpo o de la combinación de los mismos… (p.11).

Replanteando las ideas de la autora los multimedios incorporan imágenes, sonidos e interactividad, con lo cual apelan a la construcción: visual por las imágenes, auditiva por los sonidos y kinestésica al permitir la navegación e interacción constante. Como instrumento para potenciar el aprendizaje, Marqués (1999) señala que pueden tener las siguientes funciones: “… informativa, instructiva o entrenadora, motivadora, evaluadora, entorno para la exploración y la experimentación, expresivo-comunicativa, metalingüística, lúdica, proveedora de recursos para procesar datos, innovadora, …”(p.7)

Entre estas funciones de los multimedios es importante señalar la motivación, pues brinda disposición hacia el aprendizaje, además la exploración y la experimentación son medios para la metacognición.

La utilización de multimedios puede ayudar al estudiante a desarrollar la habilidad tecnológica, además colaboran en presentar experiencias de aprendizaje más ricas y variadas, donde se consideran sus estilos y ritmos cognoscitivos. Como se señala anteriormente los procesos visuales, auditivos y kinéstesicos permiten la multipercepción y la motivación, que podrían guiar o ayudar a la exploración y experimentación, lo cual puede promover el aprendizaje significativo al aludir a la percepción, la atención y la memoria.

Dadas las características de los multimedios señaladas anteriormente se justifica el porqué la tecnología puede ser un elemento esencial para mejorar la calidad de la educación y, como se señala en estrategias para el siglo XIX, es importante el desarrollo del trinomio destreza, educación y tecnología.

Entonces la tecnología puede ayudar a los distintos tipos de aprendizaje, los multimedios son un recurso para acercar al educando a su objeto de estudio, un medio para potenciar aprendizajes significativos. Además podrían permitirle al estudiante: la simulación de situaciones y avanzar a su propio ritmo.

El potencial de los multimedios para el aprendizaje se ve limitado por su producción, Bates (2001) señala: El desarrollo de multimedia generalmente requiere una combinación de experiencia en la materia, programación informática, destreza en diseño de gráficos y del interfaz del ordenador, en consecuencia, los materiales de aprendizaje multimedia de calidad son muy caros y para su producción se necesita mucho tiempo.

Si bien existe un costo de la producción de los multimedios, sin embargo, hoy en día la Internet ayuda a difundir los recursos realizados con facilidad. La web permite almacenar recursos multimediales para que estos puedan ser utilizados en otras latitudes, algunos en forma gratuita.

Por otros lado, varios autores señalan la importancia del aprendizaje de las fracciones, específicamente: SERGE (2009); De León (1998); Noguera, Gómez y Galaz. (1998); Llinares (2003); Streeland (1994) mencionado por Llinares (2003); Ayala, Favila y López (2002); Godino, Recio y otros (2003); Vizcarra y Gairín (2005). En particular enfatizan la necesidad de ejemplificar las fracciones en los diversos contextos, e indican una serie de problemas conceptuales y de aplicación que enfrentan los estudiantes.

Como señala SERGE (2009) “cada uno de los significados de fracción exige y pone en funcionamiento diversos aspectos del concepto, así como distintos niveles de complejidad lo que lleva a discutir y articular cómo será su abordaje en cada grado escolar” (p.37) y agrega que “el conjunto de problemas seleccionados también es necesario tener en cuenta las diferentes representaciones posibles de la noción enseñada, ya que la posibilidad de avanzar en la comprensión de una noción implica reconocerla en todas sus representaciones, pudiendo elegir la más conveniente y pasar de una a otra en función del problema a resolver". (p.38). Estas dificultades justifican la importancia de analizar los recursos multimedia en el tema de las fracciones en los diversos contextos.

Los multimedios educativos sobre el tema de fracciones deben contextualizar el concepto en diversas situaciones y guiar al educando a su objeto de estudio. Además incorporar intencionalmente elementos visuales, auditivos e interactivos que propicien la construcción de los aprendizajes.

El docente tiene la responsabilidad de una planificación educativa responsable, donde la utilización de recursos contemple: búsqueda, evaluación, análisis y adecuación conforme al objetivo estudiando, el nivel y el grado de dificultad. Además el docente como conocedor y responsable del mejoramiento de la enseñanza debe proponer recursos para ayudar al aprendizaje.

Según Meza, J; Berrocal, V y Segura, J (2005) señala que: la evaluación de multimedios debería contemplar cuatro tipos de pruebas realizadas por: experto en programación, experto de contenidos, experto en metodología y usuarios finales. Además una vez corregidos los errores encontrados por las evaluaciones se debe dar una valoración final y una prueba piloto. Además indican que: los multimedios deben contener manual de docente, manual del estudiante y manual técnico. El manual del docente debe contemplar: los requerimientos de hardware y software, forma de utilizar la aplicación para que los alumnos logren los objetivos. Además debe incluir explicaciones sobre los objetivos del material, el papel de profesor como facilitador, la forma en que se debe enfrentar el alumno, las estrategias necesarias para lograr los propósitos didácticos.

Mayer y Moreno (1998) mencionado por Rodríguez, S y Chacón, M (2008) se refieren al principio multimedia, el cual indica que los estudiantes son capaces de construir dos diferentes representaciones mentales-un modelo verbal y un modelo visual- y construyen conexiones entre ambos. También señalan que en el multimedia interviene: narración +

animación y texto + imágenes, narración- texto estos se pueden mezclar de diferentes maneras, con lo nacen los siguientes principios que se pueden resumir como:

- principio de modalidad: es mejor que la información se represente de forma verbal y pictórica
- principio de coherencia: no añadir material visual o auditivo a menos que ayude a ser más inteligible la explicación, es decir no producir sobrecarga en al canal visual y auditivo
- principio de redundancia: en forma de utilizar la animación, narración y el texto, dependen si los utiliza simultáneamente o posteriormente algunos de estos elementos
- principio se señalización: claves que ayudan a resaltar la información esencial

Dada la importancia de los multimedios el presente taller brinda un espacio para: difundir materiales multimedias gratuitos relacionados con la enseñanza de las fracciones, evaluar y analizar los multimedios y enlistar una serie de necesidades educativas referentes al tema de fracciones.

En el taller para evaluar los multimedios se analizará la existencia los principios indicados por Mayer y Moreno (1998) mencionado por Rodríguez, S y Chacón, M (2008).

Además se conceptualizan los errores de los multimedios con la siguiente clasificación: conceptual (concuerda con las definición), retroalimentación (pistas, intentos, evaluación), técnicos (interactividad, aleatoriedad, botones de control), lenguaje (indicaciones, tamaño de la letra, audio, pronunciación, mediación del lenguaje) y motivación. Es importante señalar que un error puede significar otro tipo de errores por ejemplo un error técnico puede implicar un problema conceptual. Los docentes analizarán los multimedios con esta tipología de error, además se pueden indicar otros elementos importantes a evaluar en los multimedios.

II. Objetivos

Propiciar un espacio para la difusión de materiales multimedios gratuitos

Evaluar y analizar multimedios por medio de la discusión y participación grupal

Enlistar necesidades educativas respecto a las fracciones que se podría desarrollar a través de multimedios

Estudiar el concepto de fracción en los diversos contextos

III.Metodología

Primero se expondrá sobre los criterios para evaluar multimedios. Posteriormente en grupos se hará una exploración de multimedios suministrados. Luego se dará la presentación y discusión grupal sobre las características evaluadas en los multimedios. Además se reflexionará sobre características idóneas de los multimedios. Y finalmente se estudiaran el concepto de fracción en cinco contextos.

IV. Bibliografía

1. Libros y documentos

Bates (2001). ¿Cómo gestionar el cambio tecnológico?. España: Editorial gedisa

SERGE (2009). Aportes para la enseñanza de la matemática. Chile: Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe(OREALO/UNESCO) y del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación-LLECE.

Gobierno de Costa Rica (2006).Estrategia Siglo XXI: Conocimiento e innovación hacia el 2050 en Costa Rica.

Llinares, S y Sánchez, M (1997). Fracciones. Madrid: Editorial síntesis, S.A.

2. Artículos internet

Araujo, D; Bermúdez, J y Núñez, S(2007). Criterios de evaluación de aplicaciones multimedia en entornos de educación y formación a Distancia. Consultado: Noviembre, 15,2009. Sitio web: http://www.urbe.edu/publicaciones/telematica/indice/pdf-vol6-2/1-criterios-de-evaluacion-en-aplicaciones-multimedia.pdf

Cabero, J y otros (s.f). Evaluación de medios y materiales de enseñanza en soporte multimedia. Consultado: Noviembre, 15, 2009. http://tecnologiaedu.us.es/bibliovir/pdf/47.pdf

Clemente, D; Ayala, F; Favila, L y López, E (2002). *Una propuesta para el aprendizaje de las fracciones*. Consultado: agosto 26, 2009. Sitio web: www.correodelmaestro,com/anteriores/2002/junio/nosotros73.htm

García, L (s.f). *¿Novedad o innovación?*. Universidad Estatal a Distancia. Consultado: Octubre, 21, 2009. Sitio web: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/libre_asis/materiales/apr_tec.pdf

Gairín, J y Escolar, R (2005). *Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria.* Revista Iberoamericana de Educación Matematica. Consulto: Octubre, 12, 2009. Sitio web http://www.fisem.org/descargas/1/Union_001_006.pdf

Godino, J; Recio, A; Roa, R y Pareja L. (2003). *Recursos interactivos para el estudio de las fracciones.* Revista de Educación de la Universidad de Granada. *Consultado:* agosto 28, 2009. Sitio web: http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cordoba_2003/recursos_fracciones.pdf

Hernández, C(s.f). *El constructivismo social como apoyo en el aprendizaje en línea*. Universidad de Guadalajara. Consultado: Octubre, 21, 2009. Sitio web: http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/num7/pdfs/contructivismo.pdf

Noguera, I; Gómez, M y Galaz, J. (1998). *Reflexiones didácticas en torno a Fracciones, Razones y Proporciones*. Recuperado: agosto 25, 2009, desde Ministerio de Educación Gobierno de Chile, Biblioteca Digital: Mineduc. Sitio web: http://www.mineduc.cl/biblio/doc_tema.php?s_id_tema=11

Marques, G (1999). *Multimedia educativo: clasificación, funciones, ventajas e inconvenientes.* Consultado: Octubre, 21, 2009. Sitio web: http://www.pangea.org/peremarques/funcion.htm

Rodríguez, S y Chacón, D (2008). *Bases teóricas y consideraciones prácticas en la elaboración de material multimedia*. Consultado: Agosto 25, 2009. Sitio web: http://revista.inie.ucr.ac.cr/articulos/1-2008/archivos/bases.pdf

3. Multimedios

Gobierno de España: Internet en el aula.

Meza, J; Berrocal, V y Segura, J (2005). *Elaboración de multimedios.* Editorial UNED

Ruiz, M (2007). *Las fracciones (I).* Paquete de actividades CLIC diseñados para 6 curso de primaria.

Carrillo, M; Hernán, E y Hernán, L (s.f*). Las fracciones.*

Elaboración de cuestionarios interactivos con *PowerPoint*

Víctor José Palencia Gómez[1]
Nora del C. Goris Mayans[2]

Resumen

PowerPoint™ es una herramienta de Microsoft Office frecuentemente utilizada para auxiliar la presentación de conceptos en múltiples áreas, y muy socorrida en el campo de la educación. En este taller se explorará una potencialidad poco conocida de esta herramienta,, consistente en la elaboración de objetos de aprendizaje (ejercicios, cuestionarios) que fomentan la interactividad entre el objeto de aprendizaje y el estudiante.

Objetivos

Identificar la capacidad de *PowerPoint* para generar contenidos interactivos.

Construir un objeto de aprendizaje (cuestionario) interactivo utilizando *PowerPoint*.

Descripción

Una vez establecido el contenido de un cuestionario de opción múltiple y/o de Falso-Verdadero, y determinado el tipo de retroalimentación que se desea dar a las respuestas correctas y a las incorrectas, los elementos fundamentales para la creación de una presentación interactiva del cuestionario utilizando *PowerPoint* es el establecimiento de un diagrama de flujo de las diapositivas y la inserción de hipervínculos en éstas.

En el taller se partirá de elaborar un cuestionario de cinco preguntas sobre conceptos elementales de aritmética y álgebra y se concluirá con una presentación interactiva en *PowerPoint* que contendrá el cuestionario.

El taller está dirigido a cualquier profesor o estudiante que tenga conocimientos básicos sobre el uso de *PowerPoint*.

Metodología

Los pasos para elaborar un objeto de aprendizaje de este tipo son los siguientes:

1. Seleccionar el contenido del objeto de aprendizaje.
2. Crear las preguntas y la retroalimentación.
3. Elaborar un diagrama de flujo.

[1] Universidad Nacional Autónoma de México, México. palencia@unam.mx
[2] Universidad Nacional Autónoma de México, México. noragoris@hotmail.com

4. Elaborar la portada del objeto de aprendizaje.
5. Redactar una introducción.
6. Redactar las instrucciones.
7. Introducir en *PowerPoint* los elementos diseñados anteriormente.
8. Agregar hipervínculos.
9. Bloquear los clics.
10. Guardarla como pps.
11. Revisarla.

Actividades por sesión

1a. Se reconocerá la herramienta PowerPoint y la forma en que se introducen contenidos en las diapositivas. Se determinarán los contenidos del cuestionario a elaborar, se crearán las preguntas y la retroalimentación y se elaborará el diagrama de flujo.

2a. Se elaborarán la portada, introducción e instrucciones y se introducirán en diapositivas todos los elementos que se han diseñado.

3a. Se agregarán los hipervínculos y se terminarán los demás pasos señalados en la metodología.

Requerimientos

Aula con computadoras que cuenten con cualquier versión de *PowerPoint 2000* o posterior.

Bibliografía

Kehoe, Jerard. *Writing Multiple-Choice Test Items*. Practical Assessment, Research & Evaluation, Vol. 4 (9). 1995. En línea: http://pareonline.net/getvn.asp?v=4&n=9

McGreal, Rory. *Learning Objects: A Practical Definition*. International Journal of Institutional Technology and Distance Learning. Vol. 1 No. 9. Sept 2004. pp 21-32

Rodriguez, Michael C. *Three Options Are Optimal for Multiple-Choice Items: A Meta-Analysis of 80Years of Research*. Educational Measurements: Issues and Practice, Vol. 24 – 2, Jun 2005. pp. 3-13

Transformaciones lineales, visualización y tecnología

Héctor Osorio A.[1]

Resumen

Este taller consta de un conjunto de actividades que tienen como objetivo representar gráficamente algunas transformaciones lineales mediante la matriz de transformación, utilizando como entorno de computación el software Matlab. Básicamente se representarán transformaciones lineales de $R^2 \rightarrow R^2$. Dado que estas transformaciones constituyen aplicaciones de todo el plano en si mismo, las actividades que se desarrollarán permitirán visualizar los efectos que producen dichas transformaciones en regiones y curvas en dos dimensiones.

La naturaleza abstracta de la asignatura Algebra Lineal provoca dificultades en el entendimiento de los conceptos que ésta aborda. Oropeza y Lezama (2007) expresan "Es común que en la enseñanza convencional del algebra lineal, la mayor parte de los conceptos se presentan como definiciones formales de objetos cuya existencia no tiene (en la mayoría de los casos) conexión con conocimientos previos ni argumentos geométricos o físicos que motiven la definición presentada. Los problemas asociados se resuelven usando la definición formal junto con argumentos derivados de la lógica. Esto hace que muchos estudiantes perciban que la materia es demasiado abstracta y que los contenidos son objetos que no tienen relación con algo que se pueda aplicar en la realidad" (p. 9).

Uicab y Oktaç (2006) señalan que distintas investigaciones de tipo diagnóstico han mostrado que las dificultades de los estudiantes en álgebra lineal revelan un mismo obstáculo, al cual llaman *obstáculo de formalismo*, que se produce cuando el estudiante manipula las representaciones formales simbólicas, pero no tiene las suficientes aptitudes para comprenderlas, lo cual da pie a que trabajen en el nivel de manipular las expresiones, pero ignoran los significados o las reglas de las matemáticas.

Todo lo expresado anteriormente valida lo señalado por (Duval, 1993, c.p Oropeza y Lezama, 2007, p. 10) "las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático son absolutamente necesarias. En efecto, los objetos matemáticos no son directamente accesibles por la percepción, o por la experiencia intuitiva inmediata como son los objetos comúnmente llamados 'reales' o 'físicos'". Las representaciones semióticas (una figura geométrica, un enunciado en lengua natural, una fórmula algebraica, una gráfica, entre otras) juegan un papel fundamental en la actividad matemática, ya que la aprehensión de los objetos matemáticos obliga a la interacción de

[1] Universidad Autónoma de Chiriquí, Panamá. hosorioa@cwpanama.net

diferentes representaciones semióticas, en otras palabras, es necesario transitar con el concepto por varias representaciones con el propósito de ampliar la gama de sus significados. Además, las representaciones semióticas sirven "para fines de comunicación y son fundamentales en la actividad cognoscitiva, porque pueden permitir el desarrollo de las representaciones mentales, el cumplimiento de diferentes funciones cognitivas, y la producción de conocimiento" (Díaz, 2007, p. 210).

Una de las actividades cognitivas relacionadas al tratamiento de las representaciones gráficas es la visualización, noción sobre la que hay diferentes concepciones en la investigación en Matemática Educativa. Zimmerman & Cunningham (1991 c.p. Dolores, 2007, p. 481) caracterizan el término visualización matemática "como los procesos de formación de imágenes (tanto mentalmente como con la ayuda de lápiz y papel o con la ayuda de tecnología) y el uso efectivo de tales imágenes para el descubrimiento matemático y la comprensión". Por otro lado, (Cantoral y Montiel, 2001, c.p. Calvillo y Cantoral, 2007 , p. 424) definen la visualización "como la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual".

Según (Socas, 1989, p. 142) "la experiencia y la historia han mostrado la importancia de la visualización como una «herramienta» fundamental para la comprensión de muchos argumentos y fórmulas algebraicas", y más adelante señala "Conviene observar que en ningún momento las generalizaciones teórico-algebraicas aparecen automáticamente de la visualización, sino que ésta complementa el entendimiento de tales generalizaciones".

Hay investigaciones en el campo de la enseñanza de la Matemática que afirman que las generalizaciones que los estudiantes deben realizar en el proceso de cambio conceptual, proceso considerado como esencial por algunas teorías del aprendizaje de conceptos científicos, se producen y pueden sostenerse de forma más efectiva por medio de métodos visuales con el auxilio de un soporte computacional. Por ello, resulta fundamental tratar de formar o desarrollar la habilidad de visualizar en los estudiantes (Díaz, 2007).

El objetivo de este taller es emplear la tecnología de la información y comunicación para representar gráficamente algunas Transformaciones Lineales, mediante la matriz de transformación, utilizando como entorno de computación el software MATLAB. Básicamente se representarán transformaciones lineales de $R^2 \rightarrow R^2$, entre las cuales se incluyen homotecias, escalamientos diferentes, rotaciones rígidas, rotaciones no rígidas, simetría axial, proyecciones, y composiciones de algunas de estas transformaciones. Teniendo presente que estas transformaciones constituyen aplicaciones de todo el plano en si mismo, las actividades que se desarrollarán permitirán visualizar los efectos que producen dichas transformaciones en regiones y curvas en dos dimensiones, así como algunas propiedades. Fundamentado en lo expresado por (Molina y Oktaç, 2007, p. 272), "Aunque las transformaciones no lineales sean un tema ajeno al algebra lineal, es relevante para la enseñanza de las transformaciones lineales enfatizar en ellas", hemos incluido algunas actividades para representar transformaciones no lineales usando matrices.

Para el desarrollo del taller se requiere un laboratorio de informática que tenga disponible el software Matlab, versión 5, 6 o 7.

Referencias Bibliográficas

Calvillo, N. y Cantoral, R. (2007). Intuición y visualización: demostración en la convergencia de sucesiones. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 20*, pp. 421-426. Camaguey, Cuba.

Díaz, M. (2007). Visualización y generalizaciones: el caso de la determinación de lugares geométricos. En C. Dolores, G. Martínez, R. Farfán, C. Carrillo, I. López y C. Navarro (Eds.). *Matemática Educativa. Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula* (pp.207-229). México: Ediciones Díaz de Santos.

Dolores, C. (2007). Usos de las gráficas y sus representaciones en el aprendizaje de la matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 20*, pp. 479-484. Camaguey, Cuba.

Oropeza, C. y Lezama J. (2007). Dificultades en la interpretación geométrica de algunos conceptos en algebra lineal. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *20*, pp. 9-14. Camaguey, Cuba.

Molina, J. y Oktaç, A.(2007). Concepciones de la transformación lineal en contexto geométrico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(2), pp. 241-273.

Uicab, R. y Oktaç, A. (2006). Transformaciones lineales en un ambiente de geometría dinámica. *Revista Latinoamericana de Investigación en matemática Educativa, 9*(3), pp. 459-490.

Socas, M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández, J. (1989). *Iniciación al Álgebra.* Madrid, España: Editorial Síntesis.

Uso de Jclic en la enseñanza de geometría a nivel de primaria

Angie Solís Palma[1]

Resumen:

Mediante este taller se busca capacitar al docente de primaria en la elaboración de aplicaciones computacionales mediante el uso del programa gratuito Jclic

1. El uso de la computadora como recurso didáctico

Durante los últimos años dentro del ambiente educativo se insiste mucho sobre el uso de la computadora como un medio para mejorar los diferentes procesos de enseñanza - aprendizaje y en particular, el de Matemática.

Sin embargo, a pesar de las buenas intenciones de los diferentes educadores y autoridades la incorporación de la computadora como una herramienta pedagógica no es una realidad en nuestro sistema educativo.

Muchos son los factores que se pueden mencionar, para que se de la situación actual, dentro de los cuales podemos citar: escaso equipo computacional en los centros educativos, altos precios de los programas educativos, falta de capacitación de los docentes en el uso de la computadora. Pero, sin embargo, uno de los elementos que más influye en esta problemática lo constituye, la poca capacitación que tiene el docente en el desarrollo de procesos didácticos asistidos por computadora.

Se debe tener conciencia, que aunque un educador cuente con una potente máquina, variado software educativo y una excepcional motivación para trabajar lecciones asistidas por computadora, la verdad es que esto no es suficiente

Al igual que, cuando se desea desarrollar una lección expositiva o cualquier otro tipo de lección, es necesario un planeamiento, una lección asistida por computadora requiere por parte del educador un planteamiento exhaustivo y tener claro cómo se va a utilizar el recurso computacional.

Aparte de los elementos tradicionales que involucra el planeamiento de una lección, adicionalmente es recomendable la elaboración de un material escrito (guía) en el cual se indican los principales pasos que debe seguir un docente o estudiante para obtener el mejor provecho del recurso computacional. Este tipo de material es a veces obviado, por cuanto la mayoría de usuarios cree, que con sólo sentarse frente a una computadora y comenzar a usar un programa (muchas veces por ensayo y error) ya el proceso didáctico viene automáticamente, gran error el cual a la postre produce frustración y el consabido estribillo “la computadora y yo no nos entendemos” y por tanto vuelvo a lo tradicional.

---

[1] Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, m.c.angies.08@gmail.com

2. Sobre este taller

Este taller tiene como objetivo capacitar al docente de primaria en el uso del programa gratuito Jclic, de forma tal que pueda elaborar sus propias aplicaciones didácticas para el tema de cuerpos geométricos según los lineamientos establecidos por el MEP.

Para el logro del objetivo propuesto, el taller está organizado en dos sesiones distribuidas de la siguiente forma:

Primera sesión:

a. Aspectos generales del programa
b. Construcción de una:
    - Pantalla de información
    - Asociación simple
    - Actividad de identificación

Segunda sesión:

Construcción de una:

- Actividad de “rellenar agujeros”
- Sopa de letras
- Crucigrama

Utilización del software Mathematica como herramienta didáctica

MSc. Federico Mora Mora
Lic. Jorge Arroyo Hernández
Universidad Nacional de Costa Rica
fmoram@una.ac.cr, jorgearr23@gmail.com

Tipo de actividad: Taller.
Nivel educativo: medio y superior.
Dirigido a: profesores y estudiantes en carreras de enseñanza de la Matemática o afines.
Conocimientos previos: No se requieren.
Equipos necesarios: Un laboratorio con el software Mathematica instalado y retroproyector multimedia.

1. RESUMEN

Este taller tiene como fin lograr que los y las docentes de Matemática utilicen el software Mathematica como una herramienta para la enseñanza de la matemática e implementar la tecnología en sus metodologías didácticas. Para lograr esta meta, se realizarán dos sesiones presenciales. En la primera, los participantes podrán analizar, explorar y descubrir las características del software identificando sus características y propiedades principales.

La segunda sesión consiste en la utilización del software para la ilustración de algunos comandos que puedan implementarse en las metodologías didácticas del docente. Para ello, se realizará una guía con los elementos mínimos que se deben considerar para su realización con la ayuda de los facilitadores. La preparación de las guías didácticas se apoyará en los materiales desarrollados.

El modelo propuesto de enseñanza, sus alcances y limitaciones en el proceso enseñanza-aprendizaje, el conocimiento alcanzado y las interrogantes quedan abiertas para una discusión final que retroalimente la actividad.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo General

Utilizar el software Mathematica como herramienta para la enseñanza de la matemática.

2.2 Objetivos Específicos

- Conocer el manejo básico del software Mahematica..

- Realizar guías didácticas para la enseñanza de la matemática con el uso del software Mathematica.

- Motivar a los y las docentes a utilizar e implementar software matemáticos para su quehacer en la enseñanza de la matemática.

3. DESCRIPCIÓN

El software Mathematica es un programa muy fácil utilizar y con muchas aplicaciones didácticas para el docente. El software tiene una animación muy agradable y las figuras se pueden manipular a gusto del operador. Esas son las razones principales por las que se eligió el software para la actividad; sin embargo, la meta es motivar al docente a implementar el uso de la tecnología independientemente de su utilización, de manera que se aproveche los recursos actuales que están a su disposición. El taller se desarrolla en dos sesiones las cuales se describen a continuación.

La primera sesión consiste en la presentación del software, sus características, ventajas y limitaciones. El docente en esta parte aprende los comandos básicos e interactúa en forma individual con el programa por medio y de varias actividades preparadas para tal fin y con la orientación de los ponentes.

En la segunda sesión se desarrolla una guía de trabajo preparada por los facilitadores con ejercicios en los cuales se ilustran las aplicaciones del software. La idea es motivar al docente para implementar el programa en la enseñanza de la matemática y ofrecerle a futuro una alternativa novedosa y diferente para la enseñanza de la matemática por medio de cualquier otro programa. La parte final consiste en la aclaración de interrogantes a los profesores y una discusión en conjunto sobre la importancia del uso de tecnología en su actividad docente.

Utilización del software Mathematica como herramienta didáctica

La finalidad de esta guía es dar a conocer los comandos básicos y algunas aplicaciones del software Math 6.0. Se divide en dos partes, la primera se mencionan algunos comandos básicos de uso de este software. La segunda parte es referente a aspectos básicos de programación tales como estructuras condicionales, ciclos, uso de array, funciones, etc, que se pueden utilizar para la elaboración de guías didácticas.

Previos

Algunos comandos pueden ser sustituidos por la notación que usualmente se utiliza en matemática, por ejemplo la sumatoria

In[4]:= $\sum_{i=1}^{10} a^{i}$

se puede expresar por medio del comando Sum[ ]:

```
In[3]:= Sum[a^i, {i, 10}]
```

Para ambos casos el resultado será el mismo. Sin embargo, es buena práctica conocer ambos métodos de trabajo. Como sugerencia familiarícese con la notación por comandos, así le resultará más fácil la comprensión de la segunda parte de este documento.

I parte: Comandos básicos

Los siguientes comandos son de uso general. Son de fácil uso y por lo general se complementa con la paleta de entrada básica.

Para expresiones algebraicas, Math 6.0 permite la suma, producto, división, simplificación, factorización, desarrollo. Observe los siguientes ejemplos:

El comando Simplifly[ ] simplifica expresiones algebraicas.

$$\text{Simplify}\left[\frac{6x^2-10}{2}+\frac{6x^2-6x+12}{-6}-\frac{8x^2+12x-20}{4}\right]$$

El comando Factor[ ] factoriza polinomios:

3. "Factorizacion de una expresion"

$$\text{Factor}[1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5+7x^6+8x^7+9x^8+10x^9+11x^{10}+10x^{11}+9x^{12}+8x^{13}+7x^{14}+6x^{15}+5x^{16}+4x^{17}+3x^{18}+2x^{19}+x^{20}]$$

La expresión anterior denotar por medio de sumatorias de la siguiente manera:

In[38]:= $\text{Factor}\left[\sum_{i=0}^{10}\left((1+i)*x^i\right)+\sum_{i=11}^{20}\left((21-i)*x^i\right)\right]$

EL comando Expand [ ] desarrolla fórmulas notables. Observe el ejemplo

In[42]:= $\text{Expand}[(a-b)^\wedge 10]$

El comando Apart [ ] expresa un cociente de la forma $P(x)\div Q(x) = C(x)+\frac{R(x)}{D(x)}$.

$$\text{Apart}\left[\left(6x^3+3x^2-24x-9\right)\div(2x-3)\right]$$

De igual forma, también permite expresar una fracción algebraica como la suma de fracciones parciales.

$$\text{Apart}\left[\frac{1}{x^2+3x-4}\right]$$

Para definir funciones, se utiliza la siguiente declaración:

In[49]:= $F[x\_] := \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x+1};$

Para calcular la imagen de 2 en la función anterior, se evalúa

F[2]

Out[50]= $\frac{1}{3^{2/3}}$

Algunas funciones especiales son:

IntegerPart[*x*]: Devuelve la parte entera del número real x.

FractionalPart[*x*]: Devuelve la parte fraccionaria del número real x.

Round[*x*]: Devuelve el entero más cercano del número real x.

Floor[*x*]: Devuelve el entero menor que el número x.

Ceiling[*x*]: Devuelve el entero mayor que el número x.

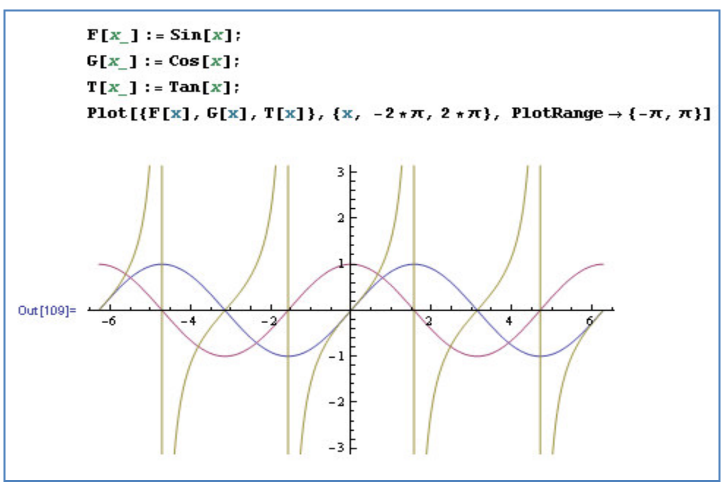
Rationalize[*x*]: Racionaliza un número real.

Abs[*x*]: Devuelve el valor absoluto de un número real x.

Sign[*x*]: Devuelve 1 si el número es positivo, -1 si es negativo 0 si el número es cero.

Para graficar funciones, se utiliza el comando Plot[*x*].

Este comando posee tres argumentos muy importantes separados por comas: la función o funciones, el dominio de graficación y el rango de graficación. Note que se puede incluir varias funciones. Para más opciones de graficación puede utilizar el comando Options[Plot].



El comando Solve[ ] permite resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Algunos de estos ejemplos son:

```
Solve[x^2 - 1 == 0, x]

Solve[x^2 - a == 0, x]

Solve[{x + y == 1, x - y == 1}, {x, y}]
```

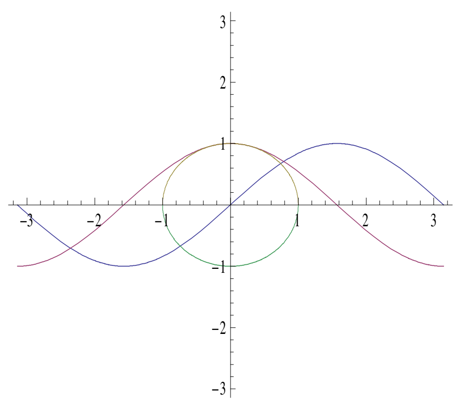
De igual forma, el comando Reduce[ ] permite resolver ecuaciones como inecuaciones.

$$\text{Reduce}\left[\frac{x^2-1}{9-x^2}<0,\ x\right]$$

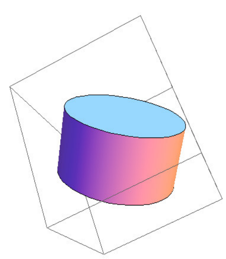
Práctica

1. Con ayuda del *Documentation Center*, calcule el resultado de los siguientes ejercicios.
   - $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{|2-x|}{x^2-4x+4}$
   - $y = \left[\sqrt{1+e^x}\right]^{\frac{1}{x^2}}$, y'
   - $\displaystyle\int \frac{1}{1+e^{-x}}\,dx$

2. Grafique la función seno y coseno. Incluya en la gráfica la circunferencia trigonométrica. El resultado debe de ser como lo muestra la siguiente cuadro:



3. Grafique una esfera de centro (0,0,0) y radio 2.
4. Grafique un cilindro de radio 5 y centro de las tapas (0,0,0) y (3,3,3). El resultado se muestra a continuación.



5. Copie y ejecute el siguiente código:

```
Manipulate[Plot[a*x^2 + b*x + c, {x, -10, 10}, PlotRange -> {-10, 10}], {a, -10, 10}, {b, -10, 10}, {c, -10, 10}]
```

II parte. Aplicaciones básicas

La segunda parte de este documento, es referente algunos comandos que permiten ilustrar ejemplos de temas de secundaria. Se abarcará las estructuras condicionales y ciclos.

1. Estructura if

Sintaxis:

If [condición , V , F]

Ejecuta la instrucción V si la condición es verdadera y F si la condición es falsa.

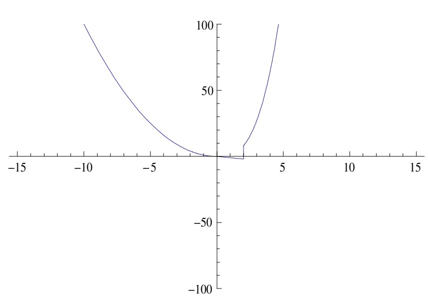
Ejemplos

1. Graficar la función f

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & si \;\; x < 0 \\ -x & si \;\; 0 \le x < 2 \\ x^3 & si \;\; x \ge 2 \end{cases}$$

Para graficar esta función utilizaremos de los comandos vistos en la lección anterior.

```
Print["Grafica de la funcion f"];
F[x_] := If[ x < 0, x^2,
            If[ (0 ≤ x && x < 2), -x, x^3 ]
         ];
Plot[F[x], {x, -15, 15}, PlotRange → {-100, 100}]
```



Práctica

1. Construya un programa que dé el conjunto solución de la ecuación $a\,x^2 + bx + c = 0$.

2. Haga un programa que, dada la medida de los lados de un triángulo, clasifique éste por la medida de sus ángulos.

3. Programe un script en Math 6.0 que indique en que cuadrante está se ubica el rayo final de cualquier ángulo en posición estándar en la circunferencia trigonométrica. Debe de indicar si el ángulo es cuadrantal.

2. Estructura for

Sintaxis:

For [inicio, condición, incremento, cuerpo]

Es una estructura de ciclo que se ejecuta en inicio y evalúa del cuerpo de instrucciones iterando la cantidad de veces que permita la condición. Finaliza cuando la condición se vuelve falsa.

3. Estructura While

Sintaxis

While[condición, cuerpo]

Al igual que la estructura de ciclo anterior, el ciclo while ejecuta el cuerpo de instrucciones mientras que la condición sea verdadera.

Observe los siguientes ejemplos:

1. Calcule el resultado de la siguiente sumatoria para cualquier n:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 - i$$

Solución

```
suma = 0;
n = 10;

For[i = 1, i ≤ n, i++,

    suma = suma + i^2 - i;

]

Print["El total de la suma es ", suma]
```

2. Calcule el factorial de un número n.

Solución

```
(*Valores iniciales*)
factorial = 1;
i = 1;
n = 5;  (*Calcula el factorial del numero n*)

While[i ≤ n,

   factorial = factorial * i;
   i++;
]

Print["El factorial de ", n, " es ", factorial]
```

3. Programe la aproximación del número ***e*** a través de la fórmula:

$$e \approx \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i!}$$

Solución

```
fact = 1;
total = 0;
j = 1;
n = 100;

For[ i = 0, i ≤ n, i++,

   While[j ≤ i,
     fact = fact * j;
     j++;
   ];

  total = total + 1/fact;
 ];



Print[" la aproximacion del numero e es igual a ", N[total, n]];
```

4. Calcule el coeficiente binomial.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\ (n-k)!}$$

Solución

```
(* Ingrese los valores de n y k para calcular (n k)*)

n = 6;
k = 2;

(*Constructor*)
nk = n - k;


(* Funcion Factorial*)
Fact[n_] := (
            i = 1;
            fact = 1;
           While[i ≤ n,
           fact = fact * i;
            i++;
           ]
     );

(*Calcula el factorial de n*)
Fact[n];
nfact = fact;

(*Calcula el factorial de k*)
Fact[k]
kfact = fact;

(*Calcula el factorial de nk*)
Fact[nk]
nkfact = fact;

|
CoeficienteBinomial = Simplify[nfact / (kfact * nkfact)];


Print["El resultado de ", MatrixForm[(n k)], " es ", CoeficienteBinomial]
```

5. Programe el binomio de Newton

$$\forall\, x, y \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}:\ (x+y)^n = \sum_{\kappa=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Solución

```
5.(* El binomio de Newton (x+y)^n = Σ_{k=0}^{n} (n k) x^k y^(n-k)  *)

(*Ingrese los valores*)
n = 2;
x = 3 a;
y = 2 b;

(*Constructor*)
k = 0;
resultado = 0;

(* Funcion Factorial*)
Fact[n_] := (
            i = 1;
            fact = 1;
           While[i ≤ n,
           fact = fact * i;
           i ++;
          ]
     );

(*calculo del biomio de Newton*)

While[ k ≤ n,

  Fact[n];
  nfact = fact;
  Fact[k];
  kfact = fact;
  nk = n - k;
  Fact[nk];
  nkfact = fact;
  resultado = resultado + Simplify[nfact / (kfact * nkfact)] * (x^k * y^(n-k));
  k++;
 ];

Print[resultado];
```

6. Sea f una función definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, $f(x) = (1 + x)^{\frac{1}{x}}$. Utilice la noción intuitiva de límite y mediante una tabla aproxime $x \to 0^+$ para evidenciar que $f(x) \to e$.

Solución

```
(*Digite n *)
n = 20;

(*Funcion f*)
F[x_] := (1 + x)^(1/x);

(*Constructor*)
x = 1;
i = 1;

While[i ≤ n,
 Print["x → ", N[x], " entonces ", " f(x) → ", N[F[x], i]];
 x = x / 2;
 i++;
]
```

7. Construya un programa que calcule los primeros n números de Fibonacci

Solución

```
7. (*Sucesion de Fibonacci*)

(*Digite n*)
n = 10;

(* Constructor *)
b_1 = 1;
b_2 = 1;
i = 3;

(*Imprime los valores de iniciales de la sucesion de Fibonacci*)
Print["f_1 = ", b_1];
Print["f_2 = ", b_2];


(*Imprime los n primeros numeros de Fibonacci*)

While[i ≤ n,

  b_i = b_(i-1) + b_(i-2);
  Print[ f_i , " = ", b_i];
  i++;
 ];
```

Práctica

1. Programe la aproximación del seno y coseno en radianes a través de las formulas:

$$sen\ x \approx \sum_{i=0}^{n} \frac{(-1)^i \cdot (x)^{2i+1}}{(2i+1)!} \qquad cos\ x = \sum_{i=0}^{n} \frac{(-1)^i \cdot (x)^{2i}}{(2i)!}$$

en ambos casos $n \to \infty$.

2. Haga un programa que calcule aleatoriamente ternas pitagóricas para números enteros entre 1 y 1000.

   Nota: El comando **RandomInteger[{n,m}]** genera valores pseudoaleatorios en el intervalo $[\,n\,,m\,]_{\mathbb{N}}$.

3. Programe la función parte entera y grafíquela.

4. Programe la función valor absoluto y grafíquela.

5. Haga un programa que calcule el ángulo de referencia de cualquier ángulo.

Consideraciones finales

La tecnología es parte de una realidad que poco a poco está traspasando fronteras y está influenciando a muchas actividades de nuestra vida cotidiana. En la actualidad existe gran cantidad de programas matemáticos accesibles, los cuales se pueden incorporar en la educación para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Un problema que se presenta constantemente es el desconocimiento y la falta de recursos tecnológicos para utilizarlos; sin embargo, se deben buscar estrategias para implementar esos medios pero para eso se requiere de investigación y una actualización constante.

Es importante mencionar que no se trata de incorporar programas al azar y sin el estudio adecuado de su impacto, debido a que podría más bien entorpecer el proceso de aprendizaje. Por esta razón, para elaborar guías didácticas se requiere de investigación, una conciencia crítica y una creatividad con estilo propio que permita elaborar un producto original, que logre captar la atención del usuario y transmitir el conocimiento deseado. Para implementar estos recursos tecnológicos, es necesario tener un conocimiento básico de estas aplicaciones multimedia, así como sus alcances y limitaciones. Además, se debe evaluar el cumplimiento de los objetivos y la verdadera asimilación del conocimiento por medio de instrumentos y estrategias de evaluación.

Bibliografía.

Mora, F et al (2003) "Perspectivas en el uso de tecnologías en la educación". Revista Uniciencia. Vol 20, N°2. Editorial UNA, Heredia, Costa Rica.

PONENCIAS

ANÁLISIS DE UN SOFTWARE EDUCATIVO PARA CÁLCULO NUMÉRICO

Ascheri, M. Eva[1]; Astudillo, Gustavo[1]; García, Pablo[1]; Pizarro, Rubén[1]; Culla, M. Eugenia[1]

RESUMEN

En un Proyecto de Investigación anterior, hemos trabajado en el diseño de un software educativo para la resolución numérica de ecuaciones no lineales con la finalidad de utilizarlo, fundamentalmente, durante el desarrollo del curso de Cálculo Numérico. Los resultados alcanzados han sido muy satisfactorios, lográndose buenas respuestas académicas, promoviendo el protagonismo del educando y facilitando el trabajo que, para alumno y profesor, supone la tarea de formación. Este software educativo ha sido elaborado con herramientas computacionales de tipo comercial.

A efectos de que los estudiantes puedan disponer de un software educativo que abarque ése y otros temas de Cálculo Numérico, pero con herramientas gratuitas, nos abocamos a la tarea de elaborar este nuevo software. Ya con un cierto grado de avance en nuestro emprendimiento, presentamos en este trabajo una descripción de esta nueva aplicación y los resultados y conclusiones obtenidas a través de la evaluación que hemos efectuado sobre su usabilidad y de una encuesta realizada a los alumnos de Cálculo Numérico.

INTRODUCCIÓN

En un trabajo previo (Ascheri et al., 2007), mostramos los resultados de la búsqueda y estudio acerca del material disponible en-línea sobre las temáticas que se abordan en un curso de Cálculo Numérico. En las conclusiones, proponíamos la elaboración de un software educativo con el fin de que los estudiantes puedan disponer de una aplicación gratuita para usar en un entorno Web. Tal aplicación debía cumplir mínimos requerimientos y permitir su uso como herramienta para la enseñanza y el aprendizaje de métodos numéricos, donde se mostrase de forma numérica, analítica y visual el comportamiento de éstos. A partir de esos pre-requisitos, se comenzó con la elaboración del primer prototipo (figura 1) diseñado en el lenguaje de programación PHP y con la librería JPGRPH.

Este prototipo nos permitió realizar una primera evaluación de la aplicación, la cual tuvo como objetivo principal la detección de errores al utilizarla. Nos concentramos, principalmente, en un aspecto muy importante para el análisis y diseño de software: la interfase. Para Pere Marquès (1996), la interfase (o interfacie) es *el entorno a través del cual los programas establecen el diálogo con sus usuarios, y es la que posibilita la interactividad característica de estos materiales*.

---

[1] Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa - Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa - Argentina
mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar

Figura 1. Página principal del primer prototipo

Si bien son muchos los aspectos a tener en cuenta al momento de diseñar la interfase de usuario, como debíamos analizar una aplicación Web nos concentrarnos en la *usabilidad*. La usabilidad *se refiere a la capacidad de un software de ser comprendido, aprendido, usado y ser atractivo para el usuario, en condiciones específicas de uso* (Wikipedia, 2009). La usabilidad tiene dos aspectos centrales, el *contenido* y la *estética*, y el balance entre ellos es muy importante. La interfase no debe ser una barrera para poder entender el contenido (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002). Aunque la definición de usabilidad se aplica al software en general (y a otros dispositivos), cuando hablamos de software educativo esto cobra mayor importancia debido a que se pretende que el software sea una herramienta que estimule el aprendizaje. Por lo tanto, no debiera ser la utilización de la aplicación un obstáculo para lograr este objetivo. Para que un software educativo motive al aprendizaje, es fundamental que sea atractivo y de fácil manejo (Díaz-Antón et al., 2002). Esto está relacionado directamente con la usabilidad. Para medir la usabilidad de una aplicación existen una serie de métricas y métodos que buscan hacer que un sistema sea fácil de usar y de aprender (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002). En la Web, la usabilidad toma una relevancia particularmente importante, ya que las páginas Web son accedidas por un gran número y variedad de usuarios. En el software a medida es posible caracterizar al tipo de usuario y tomar los recaudos de diseño necesarios. Pero en las aplicaciones Web, por lo expuesto anteriormente, el caracterizar a un usuario es muy difícil. Si bien podríamos pensar que al ser un software educativo que está destinado a ser una herramienta de cátedra y, en ese caso, nos sería posible realizar un perfil del alumno que lo utilizará, esta aplicación estará disponible en Internet y no podemos circunscribir el tipo de usuario sólo a los alumnos de la cátedra. En este contexto, es necesario que, como diseñadores, tengamos muy en cuenta la usabilidad.

La primera evaluación realizada nos permitió detectar debilidades y fortalezas de la aplicación y generar un segundo prototipo (Ascheri et al., 2008) (figura 2).

Figura 2. Página inicial del segundo prototipo (http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/numerico)

Una parte constitutiva de la Web, y tenida en cuenta en las evaluaciones de usabilidad, es el hipertexto. Si bien podríamos pensar en el hipertexto, simplemente, como la forma en que se puede recorrer un sitio Web, es más que esto. Podemos ver al hipertexto como una forma de definir la estructura del contenido y la manera en que éstos van a llegar a los alumnos. Según Burbules y Callister (2001), *la estructura organizativa del hipertexto puede reflejar la estructura organizativa del tema tratado o de la red semántica de un experto.* Es posible mediar un documento a través del hipertexto, utilizando la estructuración de los enlaces de manera de mostrar un camino al alumno o enriqueciendo la propuesta a través de vínculos con otros documentos (Prieto Castillo, 1999). Con el hipertexto tenemos la oportunidad de enseñar algo al alumno, lo que puede parecer caótico y sin una dirección puede ser mediado a través de los enlaces con fines didácticos. Esto es lo que Litwin (2001) denomina *re-centración*. Debemos tener cuidado al marcar el camino de no convertirlo en un callejón sin salida. Podemos marcar un rumbo, marcar una forma de razonamiento o el *cómo hacer*, pero también debemos dar la libertad para que el alumno recorra la red de enlaces utilizando como motor sus conocimientos o su propia curiosidad.

METODOLOGÍA

La evaluación de la aplicación se llevó adelante a través de una *caminata cognitiva*. Es decir, *un grupo de expertos simula la manera en cómo un usuario caminaría por la interfaz al enfrentarse a tareas particulares* (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002, p.8). Para evaluar la usabilidad de la aplicación utilizamos heurísticas adaptadas por Instone (1997a, 1997b) de un trabajo de Jakob Nielsen. Los aspectos evaluados se presentan a continuación:

- Visibilidad del estado del sistema.
- Similitud entre el sistema y el mundo real.
- Control por parte del usuario y libertad.
- Consistencia y cumplimiento de estándares.
- Prevención de errores.
- Preferencia al reconocimiento frente a la memorización.
- Flexibilidad y eficiencia de uso.
- Estética y diseño minimalista.
- Ayuda para que el usuario reconozca, diagnostique y se recupere de los errores.
- Ayuda y documentación.

Las heurísticas nos permitieron rediseñar la aplicación y obtener un nuevo prototipo, el cual fue presentado en el corriente año a los alumnos en las prácticas de la asignatura de Cálculo Numérico. Los alumnos trabajaron con la aplicación durante el tiempo que demanda el desarrollo del trabajo práctico de *Resolución de Ecuaciones no Lineales*.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se presentan a continuación los resultados y conclusiones de la **evaluación de usabilidad** que nos permitieron generar el segundo prototipo y de la encuesta realizada a los alumnos.

1. **Visibilidad del estado del sistema**

   Como vimos en la descripción del software, al elegir un método (desde la página de inicio), este se abre en una ventana/pestaña nueva. Si bien esto tiene la intención de facilitar la comparación de resultados/comportamientos de varios métodos sobre la misma función, puede producir desorientación a algunos *usuarios* (léase usuario en los términos de Burbules y Callister, 2001). Este efecto se acentúa en aquellos navegadores que abren nuevas pestañas, ya que es menos notorio la aparición de una nueva pestaña que una ventana. Pudimos observar que la aplicación no muestra ninguna indicación de cómo volver a la página de inicio. Tampoco muestra el camino recorrido por el usuario para llegar a la página donde se encuentra o un mapa del sitio. Ambos recursos deberían ser incorporados para evitar que el usuario se extravíe y así mejorar la usabilidad.

Observamos también que el sistema identifica los enlaces utilizando texto que al pasar por encima con el mouse se subraya. Esto permite al usuario identificar las acciones que puede realizar en el sistema independientemente de la página donde se encuentre. Este estilo de enlace se cambia en las ayudas, donde se utilizan enlaces icónicos.

Cada uno de los métodos cuenta en su página de inicio con una imagen que ilustra el método. En todos los casos se trata de gráficas de funciones donde el método ha sido aplicado. Esto podría dar la idea equivocada de que se trata de la aplicación del método. Esta imagen podría ser reemplazada por la figura de los autores de los métodos. Adicionalmente, dichas figuras, podrían ser utilizadas como enlaces icónicos a biografías de los autores. De lo anterior creemos que este punto se cumple parcialmente.

2. **Similitud entre el sistema y el mundo real**

   Como ya mencionamos, se trata de una aplicación que está diseñada específicamente para la enseñanza y aprendizaje de métodos numéricos que se aplican sobre la resolución de ecuaciones no lineales. Además, se espera que los alumnos que van a utilizarla, grupo clase de Cálculo Numérico, tengan conocimientos de Matemática e Informática al llegar a esta asignatura. Con este razonamiento, el lenguaje utilizado (tanto gráfico como textual) es adecuado para el tipo de destinatario. De lo anterior estimamos que este punto se cumple aceptablemente.

3. **Control por parte del usuario y libertad**

   La caminata cognitiva nos permite afirmar que esta aplicación se maneja al ritmo del usuario, quien puede: elegir la función, los parámetros con los que desea hacer la grafica y cuándo aplicar el método. Esto le da al alumno el control sobre la aplicación y la libertar de elegir qué método aplicar y con qué parámetros, los cuales pueden ser modificados las veces que considere necesarias. Este punto se cumple aceptablemente.

4. **Consistencia y cumplimiento de estándares**

   Para las páginas Web es muy importante que se cumplan los estándares debido a la variedad de navegadores disponibles. Al apegarse la aplicación a los estándares propuestos por la W3C (World Wide Web Consortium[2]), los diseñadores pueden garantizar que la página/aplicación se verá adecuadamente en casi cualquier navegador. Esto implica, a su vez, que los recaudos que se tomaron en el diseño van a estar a disposición de todos los usuarios. Para realizar la evaluación de los estándares, la W3C pone a disposición de los diseñadores Web un servicio de validación de etiquetas (The W3C Markup Validation Service[3]) y un servicio de validación de estilos CSS (The CSS Validation Service[4]). Hemos evaluado la aplicación utilizando ambas herramientas y no se detectaron errores en los estilos CSS. Por ello, podemos inferir que la aplicación está, en general, apegada al estándar W3C y, por lo tanto, cumple aceptablemente este punto.

5. **Prevención de errores**

   La validación y prevención de los errores que pueden surgir a través de la carga de los formularios esta cubierta en su totalidad y la devolución que nos hizo el sistema, a través de pop-up, nos permitió leer la causa del error con tranquilidad y volver al formulario para resolverlo. Opinamos que la prevención de errores es aceptablemente.

6. **Preferencia al reconocimiento frente a la memorización**

   Al navegar el sitio, pudimos observar que las pantallas donde se trabaja con los distintos métodos numéricos son muy similares; cambian sólo el título y los campos donde se asignan los parámetros que requiere cada método numérico. Creemos que para el ingreso de las funciones utiliza una sintaxis flexible. Apela a símbolos y palabras muy utilizadas en aplicaciones matemáticas. Respecto de los datos que el alumno carga en los distintos formularios, éstos los acompañan al cambiar de página, por lo que no deben memorizarlos. Por ello, creemos que este punto esta cubierto aceptablemente.

7. **Flexibilidad y eficiencia de uso**

   Si bien son varios los factores que inciden en la rapidez con la que se carga una página, podemos decir que en el caso de las páginas previas a la aplicación de los métodos es muy poco el volumen de información que se transfiere, en su mayoría es código HTML y dos o tres imágenes. En el caso de las páginas donde se visualiza la aplicación de los métodos, se muestran una imagen (en formato PNG) por cada iteración (la cantidad

---

[2] La W3C es un consorcio internacional donde sus miembros trabajan para desarrollar estándares y pautas para la Web que permitan su crecimiento y extraigan de esta su máximo potencial (http://www.w3.org/)
[3] Se puede acceder a este servicio en: http://validator.w3.org/
[4] Se puede acceder a este servicio en: http://jigsaw.w3.org/css-validator/

depende de los parámetros). Las imágenes son generadas en el servidor y luego enviadas al usuario. Estimamos que sería pertinente en este caso ofrecer la posibilidad de mostrar o no las gráficas en la solución. Este punto se cumple parcialmente.

8. **Estética y diseño minimalista**

   En esta aplicación podemos destacar que si bien la solución visual de los métodos propicia el aprendizaje de los mismos, el objetivo final de la aplicación de éstos es hallar las raíces de una ecuación no lineal. Este dato se encuentra en un cuadro de texto debajo de la secuencia de imágenes que muestran las iteraciones. Por lo tanto, el usuario que se encuentre en busca sólo del valor de la raíz deberá esperar que se descarguen todas las imágenes para visualizar el resultado. En consecuencia, sería deseable que este resultado sea movido al inicio de la página. Por otro lado, como recomendamos en el punto anterior, la aplicación debería dar al usuario la opción de ver o no las imágenes que dan la solución gráfica. Creemos que este punto se cumple parcialmente.

9. **Ayuda para que el usuario reconozca, diagnostique y se recupere de los errores**

   Los mensajes de error son expresados en un lenguaje claro y acorde al tipo de usuario esperado. Este punto se cumple adecuadamente.

10. **Ayuda y documentación**

    El sitio no cuenta con una ayuda completa en línea sobre cómo operarlo. Sólo tiene dos páginas que muestran al usuario la sintaxis de las funciones y la derivación de los métodos más usados, Newton-Raphson y von Mises. La ayuda y documentación con la que cuenta el sitio creemos que es insuficiente, máxime tratándose de una aplicación Web. Por lo tanto, este punto no se cumple.

La *Tabla 2* muestra un resumen de esta evaluación. En ella podemos apreciar que los niveles de usabilidad alcanzados, a partir de nuestra evaluación, son buenos.

Aspecto evaluado	Se cumple acept.	Se cumple parc.	No se cumple
1. Visibilidad del estado del sistema		✓	
2. Similitud entre el sistema y el mundo real	✓		
3. Control por parte del usuario y libertad	✓		
4. Consistencia y cumplimiento de estándares	✓		
5. Prevención de errores	✓		
6. Preferencia al reconocimiento	✓		
7. Flexibilidad y eficiencia de uso		✓	
8. Estética y diseño minimalista		✓	
9. Ayuda para los errores	✓		
10. Ayuda y documentación			✓

Tabla 2. Resumen de la evaluación de usabilidad de la aplicación Web

La estructura de los enlaces muestra una intención de clasificación de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales. Esto se puede observar en la ventana inicial (página de inicio), en la que se muestran al mismo nivel cada uno de los métodos numéricos. La clasificación podría volverse más significativa, si la aplicación contara con un mapa del sitio en forma de árbol, o mejor aún un mapa conceptual que muestre, no sólo la estructura del sitio, sino también el lugar que ocupa dentro de la asignatura los métodos para la resolución de ecuaciones no lineales.

También se muestra, a través del hipertexto, una metodología de trabajo. Los alumnos, al utilizar la aplicación, deben primero realizar la gráfica de la función y luego aplicar el método numérico elegido. El programa no brinda la posibilidad al usuario de ingresar la función y los parámetros, y obtener directamente la raíz. Propone el análisis de la gráfica y en función de esto el ajuste de los parámetros y, finalmente, la aplicación del método numérico. Si bien este análisis no nos permite comprobarlo, pensamos que esta metodología propuesta a través de los enlaces puede dejar un residuo cognitivo en los alumnos. Esto es, que puedan utilizar esta metodología en ausencia de la aplicación (lápiz, papel y calculadora) u otra aplicación (una planilla de cálculo).

Otra característica de la aplicación que es posible deje residuo cognitivo es la manera visual y paso a paso (iteraciones) de cómo se aplica el método. Este refuerzo visual, probablemente permitirá una mejor comprensión del método numérico y la asociación de nombre-algoritmo, más allá de la utilización de esta aplicación en particular. La visualización de la secuencia en forma de animación, creemos, podría reforzar el efecto antes descripto y, en ese caso, aportar al aprendizaje significativo de los métodos.

Como mencionamos anteriormente, los alumnos de Cálculo Numérico utilizaron el software para el desarrollo de los trabajos prácticos relativos a la unidad temática *Resolución de Ecuaciones no Lineales*. También lo usaron para resolver algunos de los ejercicios incluidos en el primer examen parcial, correspondientes a este tema.

Con el objetivo de rescatar la opinión de los alumnos sobre la utilización del software, se implementó una encuesta considerando los aspectos destacados en la *Tabla 2*, que se tuvieron en cuenta para evaluar la usabilidad. Esta encuesta fue respondida por los alumnos en forma anónima y se obtuvieron los siguientes resultados:

Preguntas	Respuestas		
1. ¿Le pareció intuitivo el funcionamiento del software utilizado?	Si 8	No 0	No responde 2
2. Las opciones en las que ingresa los datos para aplicar el método, ¿le parecieron claras?	Si 10	No 0	No responde 0
3. Cada uno de los gráficos que representan las diferentes iteraciones, ¿favorecen la comprensión de los métodos?	Si 9	No 1	No responde 0
4. ¿Tuvo inconvenientes con la sintaxis de las ecuaciones a solucionar?	Si 0	No 10	No responde 0
5. ¿Utilizó las ayudas que presenta el software?	Si 8	No 2	No responde 0
6. ¿Utilizó el software sólo en las PC de la Facultad?	Si 6	No 4	No responde 0
7. ¿Considera que la utilización del software fue positiva para la comprensión de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales?	Si 10	No 0	No responde 0
8. La información que apareció en pantalla fue:	Clara 9	Confusa 1	
9. Cree que facilitó la comprensión de:	la aplicación práctica de los métodos 9	la teoría de los métodos 5	ningún aspecto 0
10. Recurrió al software para:	resolver varios ejercicios además de los indicados en el práctico 6	resolver sólo los ejercicios indicados en el práctico 4	 0
11. Considera que el software es útil para:	obtener valores numéricos de los métodos 10	analizar el funcionamiento gráfico de los métodos 7	para ninguno de los casos 0
12. ¿Ingresó a alguno de los links relacionados con los autores de los métodos que aparecen en el software?	Si 1	No 9	No responde 0

Además de las respuestas a las preguntas formuladas en la encuesta, los alumnos tuvieron la posibilidad de agregar comentarios que creyeran necesarios. Así fue que 6 de los 10 alumnos participantes dejaron los siguientes aportes:

Complete con cualquier consideración que crea necesaria
En lo personal me ayudó un montón. Por ejemplo, cuando tenía que indicar el intervalo donde se encontraba la raíz o raíces. Además, la representación gráfica me permitía tener una primera aproximación de donde estaba la raíz y así no darle un valor inicial que haga que el método diverja.
Con respecto a la pregunta 5 sobre las ayudas, intenté usarlas pero me tiraba error la página, no se si se solucionó pues no he intentado nuevamente. Sobre la pregunta 8 que se refiera a la información en pantalla es confusa en un primer momento ya que tira muchos datos además de los gráficos que hacen difícil el análisis en una primera instancia, pero luego de ir familiarizándose con el software se hace mas comprensible y legible toda la información que se muestra.
La ayuda a veces no anda.
Me facilitó muchísimo el trabajo. Me ahorró tiempo en graficar funciones que me demandarían mucho trabajo
El recurso presentado en la página me facilitó además de la comprensión de los métodos vistos, la corrección de las producciones propias hechas en octave.
No tengo otra consideración.

Si bien las respuestas muestran la aceptación del software por parte de los alumnos, existen aspectos que se señalan y que deberán ser ajustados para los próximos pasos en los que el software se ampliará con la inclusión de nuevas unidades temáticas de Cálculo Numérico.

BIBLIOGRAFÍA

Ascheri, M. E., Pizarro, R., Astudillo, G., García, P. y Culla, M. E. (2007). *Relevamiento de software en línea para la enseñanza-aprendizaje de métodos numéricos. Herramientas para su desarrollo*. ITCR. V CEMAC. Costa Rica.

Ascheri, M. E., Pizarro, R., García, P., Astudillo, G. y Culla, E. (2008). *Un software educativo con herramientas libres y acceso Web para temas de cálculo numérico: primer prototipo*. II REPEM – Memorias, 223-230. La Pampa. Argentina.

Baeza Yates, R. y Rivera Loaiza, C. (2002). *Ubicuidad y Usabilidad en la Web*. http://www.dcc.uchile.cl/~rbaeza/inf/usabilidad.html.

Burbules, N. y Callister, T. (2001). *Riesgos y promesas de las Nuevas Tecnologías de la Información.* Educación. Capítulo 3: "Hipertexto: El conocimiento en la encrucijada". Buenos Aires: GRANICA.

Díaz-Antón, G., Grimán, A., Pérez, M. y Mendoza, L. (2002). *Instrumento de evaluación de software educativo bajo un enfoque sistémico*. Consultado en Febrero, 10, 2009 en http://www.academia-interactiva.com/evaluacion.pdf.

Instone, K. (1997a). *Site Usability Evaluation – Part. 1*. Consultado en Febrero, 12, 2009 en http://instone.org/siteeval.

Instone, K. (1997b). *Site Usability Heuristics for the Web – Part. 2*. Consultado en Febrero, 12, 2009 en http://instone.org/heuristics.

Litwin, E. (2001). *Las nuevas tecnologías y las prácticas de la enseñanza en la Universidad*. Enero, 28, 2009 en http://www.litwin.com.ar/site/Articulos2.asp.

Marqués, P. (1996). *El software educativo*. Universidad Autónoma de Barcelona. Consultado en Enero, 26, 2009 en: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software

Prieto Castillo, D. (1999). *La comunicación en la educación* (Capítulo 6: Comunicación con los medios y materiales.). Buenos Aires: Ciccus, La Crujía.

Usabilidad. (2009). *Wikipedia, La enciclopedia libre*. Consultado en Enero, 28, 2009 en http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Usabilidad&oldid=23617834.

ÁNGULOS ENTRE RECTAS PARALELAS, CON MATEMÁTICA RECREATIVA

Licda. Gaudy González Arguedas

Trabajar en el tema "Ángulos entre rectas paralelas" a nivel de sétimo año, presenta como muchos otros temas una gran problemática en lo que a compresión por parte de los y las estudiantes, es por esto que en la búsqueda de estrategias que faciliten su comprensión, me surge la idea de crear una actividad recreativa que propicie un mejor nivel de comprensión del mismo. Al poner en práctica la actividad los resultados fueron bastante satisfactorios.

ACTIVIDAD

TEMA: ÁNGULOS ENTRE RECTAS PARALELAS

NIVEL SÉTIMO AÑO

OBJETIVO: Aplicar las relaciones entre las medidas de los ángulos determinados por dos paralelas y una transversal para resolver ejercicios y problemas geométricos.

CONTENIDOS: Ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal: alternos externos, alternos internos, correspondientes, conjugados.

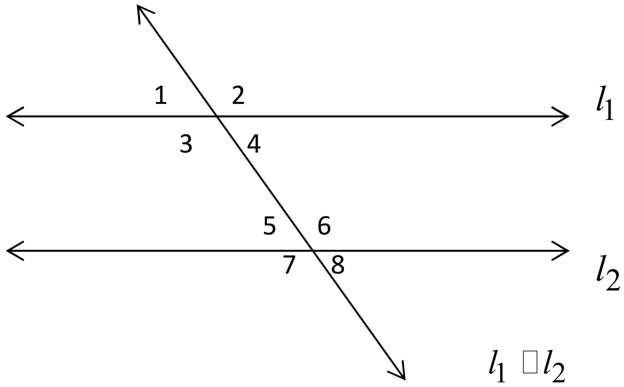
Materiales

- 2 hojas de papel post-it de colores diferentes
- 2 copias con los ángulos entre rectas paralelas
- Tigeras
- Lápiz
- Regla
- Lápices de color

Descripción

La actividad consiste en solicitar dos hojitas de post-it de colores diferentes, a cada estudiante, y entregarle una copia con ángulos entre rectas paralelas, como la que se presenta a continuación:

LICEO DE HEREDIA – UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
COSTA RICA
gaudya@gmail.com



1. Se requiere que los y las estudiantes ya conozcan la clasificación y definición de ángulos entre rectas paralelas.

Alternos internos
$\angle 4 \ y \ \angle 5$
$\angle 3 \ y \ \angle 6$

Alternos Externos
$\angle 1 \ y \ \angle 8$
$\angle 2 \ y \ \angle 7$

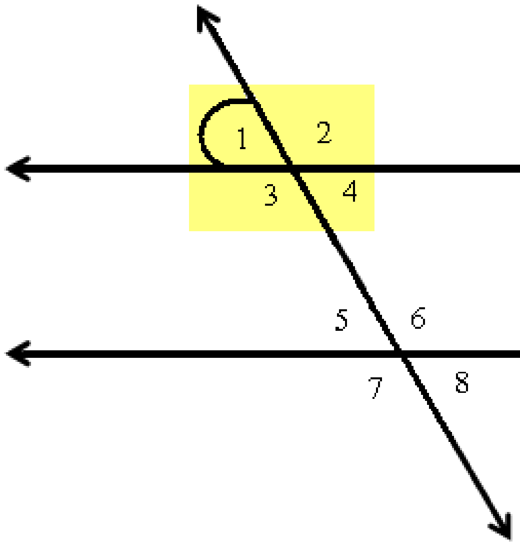
Correspondientes
$\angle 1 \ y \ \angle 5$
$\angle 2 \ y \ \angle 6$
$\angle 3 \ y \ \angle 7$
$\angle 4 \ y \ \angle 8$

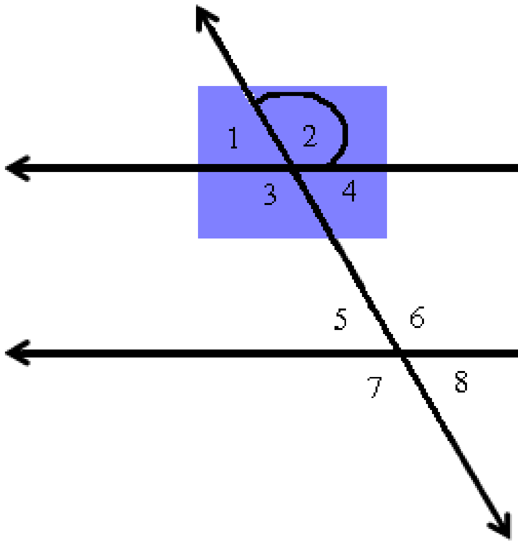
Conjugados internos
$\angle 4 \ y \ \angle 6$
$\angle 3 \ y \ \angle 5$

Conjugados externos
$\angle 1 \ y \ \angle 7$
$\angle 2 \ y \ \angle 8$

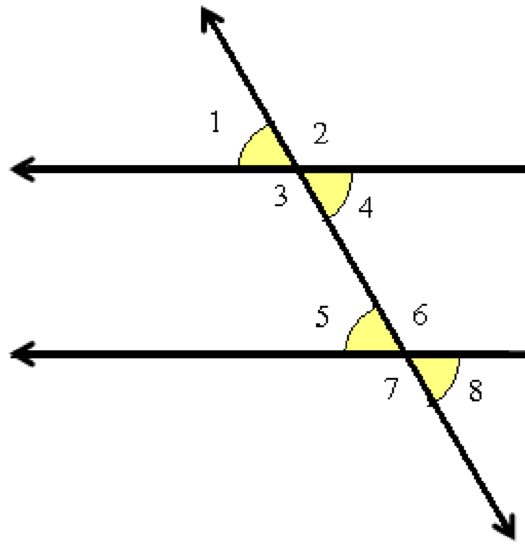
2. Con los post-it se debe calcar el ángulo 1 y el ángulo 2, en colores diferentes cada uno, en el área del adhesivo, ya que se deben cortar y pegar sobre los ángulos 1 y 2.

LICEO DE HEREDIA – UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
COSTA RICA
gaudya@gmail.com

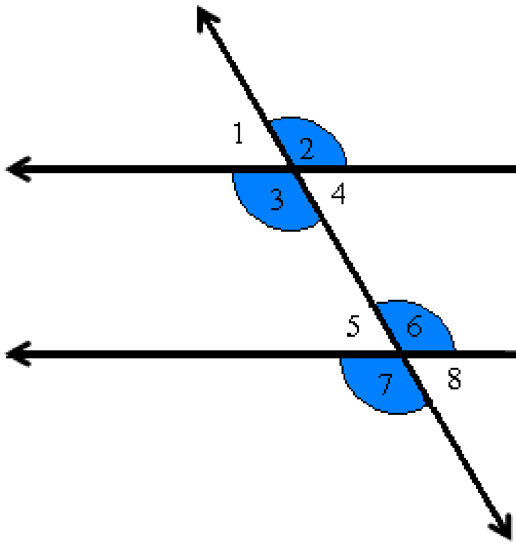




3. Posteriormente, en una de las dos copias se solicita a los y las estudiantes que con el adhesivo del ángulo 1, lo coloque sobre los ángulos 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. Se les cuestiona: ¿En cuáles ángulos coincidió totalmente el ángulo 1? Y los anote, además que los coloree en el mismo color, como se muestra a continuación.


1
2
3
4
5
6
7
8

4. En la segunda copia se solicita repetir la experiencia con el ángulo 2 y colorear los ángulos que coincidan en el mismo color, como se observa a continuación.



5. Al tener la experiencia concluida se cuestiona al estudiante
   a) ¿Qué relación respecto a su medida existe entre los ángulos del mismo color?
      A lo que responderán que tienen la misma medida, por lo que podemos señalar la congruencia entre los ángulos $\angle 1, \angle 4, \angle 5\ y\ \angle 8$. Además de la congruencia entre los ángulos $\angle 2, \angle 3, \angle 6\ y\ \angle 7$.
   b) Se solicita al estudiante compararlos con las definiciones de ángulos alternos internos, alternos externos, correspondientes, conjugados internos y conjugados externos; con el fin de que deduzcan las relaciones de congruencia entre los mismos, además de la relación de suplementarios que existe entre los ángulos conjugados internos.

Bibliografía

Espinoza G., González G., Monge, a. (2002). De la Matemática Recreativa a la Matemática Formal: una herramienta didáctica para la enseñanza de la geometría en sétimo año. Heredia. Centro de Investigación y Docencia. Universidad Nacional.

LICEO DE HEREDIA – UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
COSTA RICA
gaudya@gmail.com

Universidad Nacional de La Pampa

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS: PROYECTO DE APRENDIZAJE

ASCHERI, María E. - PIZARRO, Rubén

Uruguay 151 - Santa Rosa - La Pampa - Argentina

mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar

ruben@exactas.unlpam.edu.ar

RESUMEN

Presentamos un proyecto de aprendizaje para introducir a los alumnos de Cálculo Numérico en el estudio de métodos para *la resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias* utilizando MatLab.

CONTEXTO

Asignatura: Cálculo Numérico.

Carreras, Año: Ing. Civil, 2º. Lic. en Física y Prof. en Matemática, 3º.

Modalidad de cursado: Promoción sin examen final, 20 alumnos.

Régimen: Cuatrimestral.

Tema: *Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias* .

Objetivo del Proyecto: Lograr una comprensión profunda sobre este contenido temático utilizando herramientas didácticas que promuevan la revisión, integración y aplicación de conocimientos.

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

(1) Aprendizaje basado en la transferencia de los conocimientos adquiridos para resolver **actividades** que resulten motivadoras, usando **herramientas informáticas** (**MatLab**) y **técnicas numéricas**.

(2) Estrategias de enseñanza: empleo de **habilidades esenciales** para una enseñanza eficaz y desarrollo de habilidades de pensamiento.

(3) **Estrategias de apoyo** y **aprendizaje cooperativo basado en grupos formales**.

(1)

Búsqueda y Selección de las Actividades

Objetivos

1. Proporcionar ilustraciones reales de las características y factores de importancia mencionados en las clases teóricas

2. Lograr una enseñanza eficaz y desarrollo de habilidades de pensamiento.

(2)

Habilidades Esenciales de Enseñanza

Se describen como las actitudes, habilidades y estrategias decisivas del docente necesarias para fomentar el aprendizaje del alumno.

- ***Organización efectiva:*** Tiempo, clases ordenadas, materiales y rutinas establecidas.
- ***Alineamiento de la enseñanza:*** Coherencia entre los objetivos y las actividades de aprendizaje propuestas.
- ***Foco:*** El aprendizaje comienza con la atención (*f. introductorio*) y la atención debe sostenerse para un aprendizaje continuo (*f.sensorial*).
- ***Comunicación del docente:*** La explicación de la tarea debe ser clara y mensurable.

- ***Retroalimentación y monitoreo:*** Permanentemente el docente debe asistir, guiar y dirigir a los alumnos, dar ideas claras, tener siempre los objetivos en mente, mantener a los alumnos comprometidos con la tarea.

- ***Revisión y cierre:*** Última información que los alumnos se llevan de la clase y si las ideas no están claras, pueden desarrollar concepciones erróneas difíciles de eliminar.

(3)

Aprendizaje Cooperativo: Grupos Formales
Estrategias de Apoyo

Objetivo. Brindar la posibilidad de: practicar y desarrollar habilidades, participar activamente, alcanzar objetivos comunes, observar y reflexionar sobre los resultados obtenidos, optimizar el rendimiento académico individual y grupal.

Objetivo. Mantener la atención y la concentración, estimular la motivación y la autoestima, crear un clima de cooperación entre los miembros de cada grupo, unirlos en torno al objetivo propuesto.

Al explicar una tarea, el docente puede ofrecer una estructura visual adecuada al proceso de pensamiento que requiera la actividad a realizar: ***organizadores visuales***.

Ayudan a los alumnos a organizar sus pensamientos.

Ejemplos

Diagramas radiales y mapas conceptuales ***Esquemas***

Diagrama en cadena ***Diagramas de Venn***

Diagrama reticulado ***Gráficos***

SECUENCIAS DIDÁCTICAS

Se realizarán 8 secuencias con un total de 16 hs. reloj, organizadas de acuerdo al objetivo que nos planteamos alcanzar con el desarrollo de este proyecto (***organización efectiva y alineamiento de la enseñanza***).

Primeras 4 secuencias: De 2 hs. reloj cada una. En el aula.

1. Breve información de la tarea a concretar **(foco introductorio).**
2. Desarrollo del teórico de forma tradicional **(*comunicación del docente*).**
3. Presentación de ejemplos y ejercicios trabajados con calculadora **(*foco sensorial*).**
4. Explicación de la tarea, alcances y resultados esperados **(*organización efectiva, alineamiento de la enseñanza, foco, comunicación de docente*).**

La secuencia 4 se desarrolla como sigue:

❖ **Formulación del objetivo correspondiente a la tarea asignada:**

> *Resolver actividades utilizando métodos numéricos y herramientas informáticas para lograr una revisión, integración y aplicación de conocimientos relativos al tema:* ***"Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias".***

❖ **Realización de una síntesis explicativa de los conceptos a aplicar utilizando un *esquema* como *organizador visual* (complementa el *foco introductorio* y el *foco sensorial*) .**

❖ **Explicación de la metodología y de los procedimientos a seguir para realizar la tarea asignada:**

✓Trabajo en la sala de cómputos.

✓Empleo de grupos formales de aprendizaje cooperativo.

✓Elaboración de programas para los distintos métodos numéricos.

✓Resolución de actividades con estos programas.

✓Secuencia a seguir para la elaboración del informe escrito:
- *Análisis de la información*
- *Comprensión de la información*
- *Organización de la información*

✓Presentación del informe escrito que contenga:
- *Programas*
- *Resultados obtenidos*
- *Formulación de una conclusión*

❖ **Explicación de los criterios de evaluación del trabajo en grupo:**

✓ *Presentación, exposición y defensa del informe escrito*

✓ *Nivel participativo de los integrantes de cada uno de los grupos*

✓ *Trabajo académico de cada grupo con respecto a los restantes grupos*

❖ **Nivel de rendimiento académico requerido a cada grupo para aprobar:**

✓ *No deberá ser inferior a 7 (siete) puntos*

✓ *Si todos los grupos logran una puntuación no inferior a 7 (siete) en la primera instancia de presentación, exposición y defensa del informe, cada grupo recibirá un punto adicional (**estrategia de apoyo**)*

Últimas 4 secuencias: De 2 hs. reloj cada una. En la sala de computación.

- ❖ Realización de los programas usando MatLab.
- ❖ Resolución de actividades.
- ❖ Presentación, exposición y defensa del informe final.
- ❖ Discusión y puesta en común.

El docente asiste, guía y dirige a los alumnos para que puedan establecer las relaciones conceptuales pertinentes, aplicar estrategias de manera eficaz intercambiando opiniones con sus pares y con el docente, y obtener una respuesta definitiva y satisfactoria a las preguntas formuladas (***retroalimentación y monitoreo***).

UNA ACTIVIDAD PLANTEADA. Nos proponemos:

- Ilustrar el uso del método de Runge-Kutta de orden cuatro para sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales.
- Graficar, analizar y comparar las aproximaciones obtenidas.
- Probar y validar el programa elaborado.

El modelo depredador-presa. En un cierto hábitat viven conejos y linces, cuyas poblaciones en un instante t denotamos por $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente. El modelo depredador-presa establece que $x(t)$ e $y(t)$ verifican el sistema

$$x'(t) = A\,x(t) - B\,x(t)\,y(t) \qquad\qquad y'(t) = C\,x(t)\,y(t) - D\,y(t)$$

Una simulación típica con una computadora usaría como coeficientes $A = 3$, $B = 0.002$, $C = 0.0006$, $D = 0.5$.

a) Use el programa que implementa el método de Runge-Kutta para resolver el sistema usando $h = 0.1$ en los siguientes casos:

i) $x(0) = 50$ conejos e $y(0) = 10$ linces en el intervalo [0, 10].

ii) $x(0) = 900$ conejos e $y(0) = 1500$ linces en el intervalo [0, 20].

iii) $x(0) = 5000$ conejos e $y(0) = 100$ linces en el intervalo [0, 4].

b) Para cada caso, dibuje una gráfica de las soluciones de este problema representando ambas poblaciones con el tiempo y formule una conclusión.

RESULTADOS ESPERADOS

- *Lograr la retención, la comprensión y el uso activo del conocimiento.*
- *Incrementar la habilidad para usar eficazmente los procesos cognitivos básicos y favorecer el desarrollo de actitudes y disposiciones asociadas con los pensamientos de nivel superior y crítico.*
- *Aumentar la responsabilidad de cada uno de los miembros de los grupos.*
- *Optimizar el rendimiento académico, establecer relaciones positivas, promover la discusión en la clase y una participación más activa.*
- *Ampliar la habilidad de los alumnos en el uso de la computadora, aumentando la pericia matemática y la comprensión de los principios científicos básicos .*

BIBLIOGRAFÍA

Ascheri, M. E. y Pizarro, R. A. (2006). *Aplicación del aprendizaje cooperativo en el tema: solución de sistemas de ecuaciones lineales*. VIII SEM. ISBN-10:987-20239-4-8, pp. 1-19. Argentina: EMAT Editora.

Burden, R. y Faires, J. (2002). *Análisis Numérico*. México: International Thomson Ed.

Edwards, C. H., JR y Penney, D. E. (1994). *Ecuaciones diferenciales elementales y problemas con condiciones en la frontera*. México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Eggen, P. D. y Kauchak, D. P. (1999). *Estrategias Docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. México: Fondo de Cultura Económica.

Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Argentina: Editorial Paidós SAICF.

Mathews, J. y Fink, K. (2000). *Métodos Numéricos con MATLAB*. España: Prentice Hall.

Pozzo Municio, J. (1994). *La solución de problemas*. España: Grupo Santillana de Editores.

Sánchez, J. y Souto, A. (2005). *Problemas de Cálculo Numérico para Ingenieros con Aplicaciones MATLAB*. España: Mc Graw - Hill / Interamericana de España, S. A. U.

Bases Matemáticas, pilar fundamental de un modelo de inducción al Cálculo para los estudiantes de primer ingreso a carreras de Ingeniería.

Licda. Silvia Arguedas Méndez

Resumen

Los estudiantes de primer ingreso de la Escuela de Ingeniería Industrial de la Universidad de Costa Rica tienen la oportunidad de participar en un proceso de inducción al Cálculo, el cual ha permitido que muchos de ellos aprueben el primer curso de matemática en su primer intento. En un análisis que se hizo a partir del 2000, la promoción de este curso no pasaba de un 58%, pero desde hace 5 años, un promedio del 73% de la población de primer ingreso que matriculó el curso MA-1001 (Cálculo I) lo aprueba a la primera vez.

Este proyecto de investigación, mediante un modelo de inducción, brinda al estudiante, un análisis individual de sus bases matemáticas, no solo a nivel cognitivo sino a nivel de actitud, creencias hacia el aprendizaje de la matemática y en particular hacia Cálculo Diferencial e Integral. Proceso que le permitirá a la población de primer ingreso adquirir estrategias y técnicas de aprendizaje necesarias para conservar una actitud positiva hacia la matemática y poder de esta forma aprobar los cursos de Cálculo, Algebra Lineal y Ecuaciones Diferencias con un mínimo de dificultad.

MARCO TEORICO

El Centro de Evaluación Académica de la Universidad de Costa Rica ha determinado entre otros factores bases débiles e insuficientes en los conocimientos de matemáticas en los estudiantes procedentes de la Educación Secundaria. La Facultad de Ciencias y la Escuela de Matemática, en diferentes períodos han realizado estudios orientados a mejorar la baja promoción en algunos de los cursos de servicio que ofrecen a otras unidades académicas, razón por la que la Escuela de Matemática, desde 1985 desarrolla en diversos colegios del país el proyecto MATEM, orientado a mejorar la enseñanza de las matemáticas, pero dirigido a un grupo de estudiantes, no a toda la población que aspira ingresar a alguna carrera de Ingeniería.

La problemática de baja promoción en los primeros cursos de matemática (4 de cada 10 estudiantes aprueban los cursos), es la razón principal para aplicar un examen de diagnóstico, ya que su objetivo es alertar a estudiantes, profesores y autoridades universitarias sobre posibles deficiencias en los conocimientos y destrezas matemáticas- que son requisitos para llevar un primer curso de cálculo- de los estudiantes de primer ingreso y proponer algunas medidas que contribuyan a subsanar dichas deficiencias.

Ante la problemática de la baja promoción de los cursos de cálculo, interesa analizar la actitud del estudiante hacia las matemáticas universitarias, según las teorías Bazán y Sotero, actitud hacia la matemática se define como el fenómeno que involucra sentimientos (componente afectivo), creencias (componente cognitivo) y las tendencias de los alumnos a

Universidad de Costa Rica Costa Rica smarguedas@gmail.com

actuar de manera particular, acercándose o alejándose del objeto matemática (componente comportamental).

El desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas se relaciona con verse a uno mismo capaz de resolver tareas matemáticas y ser capaces de aprender matemáticas considerando útil y con sentido el contenido matemático. Mc Leod (1989) considera que el dominio afectivo en educación matemática engloba creencias, actitudes y emociones. Las creencias son definidas, según Gilbert (1991) como concepciones o ideas, formadas a partir de la experiencia, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y sobre sí mismo en relación con la disciplina.

Una pregunta que siempre se harán las autoridades universitarias es cuál podrá ser la razón del bajo rendimiento académico en un primer curso de matemática universitario, según Robledo, el problema del bajo rendimiento académico en matemáticas se relaciona con la teoría de las representaciones semióticas desarrollada por Raymond Duval (1999). Esta perspectiva teórica se enfatiza en hacer diferenciar idea de concepto, asimismo busca los medios a través de los cuales tales ideas o conceptos se expresan. Estos medios son generalmente sistemas semióticos –o sistemas de signos- con reglas de formación y de transformación que deben ser conocidas y respetadas. Para Duval, en el aprendizaje de las matemáticas, se considera relevante el siguiente principio:

Las matemáticas en general –y las matemáticas universitarias en particular- exigen para su comprensión, utilización y desarrollo, la construcción por el estudiante, de sistemas semióticos de representación pertinentes.

Para elevar el nivel matemático de los estudiantes de primer ingreso se debe enfatizar la importancia de desarrollar habilidades que les permitan articular los distintos sistemas semióticos que se utilicen; esta habilidad o actividad cognitiva es llamada por Duval conversión, en su teoría de la representación.

Los sistemas semióticos que están en la base de las matemáticas universitarias se relacionan con: i) la lengua materna, ii) el álgebra básica, iii) la geometría analítica básica y iv) la teoría elemental de funciones reales de una variable real. Para aprender matemáticas universitarias es necesario que el estudiante haya hecho una buena construcción de los sistemas semióticos mencionados y haya también construido mecanismos para su adecuada articulación.

Universidad de Costa Rica Costa Rica smarguedas@gmail.com

Metodología

Se convoca al 100% de los estudiantes de primer ingreso a realizar la prueba de diagnóstico, esta población está compuesta por aquellos estudiantes que no hayan cursado en la secundaria el curso de MA-1001 (Cálculo I).

La prueba de Diagnóstico es elaborada y aplicada por la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica a todos los estudiantes de primer ingreso que se empadronarán en carreras que contengan en sus programas cursos de Cálculo. Se aplica a finales del mes de enero, no se utiliza calculadora y evalúan temáticas como: operaciones con expresiones algebraicas y números reales, ecuaciones e inecuaciones, rectas y parábolas en el plano, funciones, función exponencial y logarítmica y trigonometría. Revisada la prueba se analizan los resultados obtenidos por cada estudiante, posteriormente se aplica la siguiente política: los estudiantes que obtuvieron una nota superior o igual a 80 en la prueba de diagnóstico no se presentan al curso específico de precálculo elaborado por el proyecto de investigación, ya que se considera que tienen bases matemáticas necesarias para aprobar con éxito el primer curso de cálculo; los que obtuvieron una nota inferior a 80 se someten a un proceso de inducción al cálculo, proceso que cubre aspectos de tipo emocional, de actitud, de bases cognitivas matemáticas y rendimiento académico.

En la Jornada de Recibimiento se da por iniciado el proceso de inducción al cálculo, en el cual se analizan aspectos relacionales con el papel del docente universitario, cantidad de contenidos por semana del curso, ejecución de ejercicios para tener la materia al día, exceso de confianza en sí mismo, horarios de estudio, formulación y aplicación de las pruebas parciales, y otros aspectos que han permitido que el estudiante genere una actitud positiva hacia su primer curso de Cálculo, antes de matricularlo. Se considera que tener éxito en su primer examen parcial le permitirá aprobar el curso y fomentará las bases cognitivas para la aprobación del resto de matemáticas presentes en el plan de estudios, es decir, existe un bajo índice en cuanto a estudiantes que repiten su primer curso o bien que lo retire en su primera semana lectiva.

Se imparte un curso de precálculo llamado “Introducción a las matemática universitarias” , en el cual se dan algunas herramientas para construir sistemas semióticos de representaciones pertinentes para que el estudiante se sienta seguro y capaz de sus bases cognitivas en matemática; este es un curso específico cuyo programa contiene temáticas esenciales para una mejor comprensión del Cálculo Diferencial e Integral y que no se han visto del todo o parcialmente en la secundaria; se aplica una prueba corta por semana y el cierre del curso consta de un examen final. Con la nota final del curso se hacen las recomendaciones pertinentes en relación con la toma de decisión de matricular o no el curso de Cálculo I.

Cada estudiante de primer ingreso tiene un expediente de matemática digital y físico, con todos su datos personales y académicos, en el que se registra las notas de los exámenes parciales, con el objetivo de realizar un seguimiento y control a aquellos estudiantes cuyas notas son inferiores a 60, se les hace una llamada para preguntarles las causas del bajo rendimiento que están obteniendo y se les hace recomendaciones para que asistan a los cursos de apoyo que se ofrecen en paralelo.

Resultados

Aproximadamente realizan la prueba de diagnóstico un 68% de la población de primer ingreso. De la población que no se presenta a realizar la prueba se ha determinado que al menos 10 estudiantes por año cambian de carrera, un promedio de 8 estudiantes por año traen aprobado MA-1001 del Colegio por el programa MATEM y un promedio de 8 estudiantes no se presentan por desconocimiento.

El 90% de los estudiantes de primer ingreso con notas inferior a 80 en la prueba de diagnóstico asisten al curso específico de Precálculo, el otro 10%, que no asiste, lo conforman estudiantes que están trabajando o bien se deciden por otra carrera.

En la siguiente tabla se muestra el porcentaje de aprobación del curso MA-1001 a partir del 2000, considerando a la población que se le llama general (los de primer ingreso y rezagados) y a la población de primer ingreso de Ingeniería Industrial:

Porcentajes de promoción en curso MA-1001, Escuela de Ingeniería Industrial

AÑO	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**
Primer Ingreso	56,66	50,00	50,00	64,81	58,82	72,22	75,43	70,00	77,19
General	42,00	38,00	34,00	48,00	41,00	67,00	74,00	60,00	72,00

De acuerdo con los datos anteriores se puede observar que a partir del 2005 la promoción en el curso MA-1001 es superior a un 70% para los estudiantes de primer ingreso y para la población general no ha bajado del 60%.

La promoción promedio más alta de las carreras de ingeniería en estudio fue de un 62,5% en el 2006 y la más baja fue de un 38,89% en el 2004, situación que ha mantenido preocupada a la Facultad de Ingeniería ante la exigencia del CEAB, que solicita un rendimiento académico superior en los cursos de matemática para conservar a las carreras de ingeniería acreditadas a sus programas.

Conclusiones

En las evaluaciones del curso de Precálculo, los estudiantes manifiestan lo importante que es sentirse parte de la Universidad sin haber iniciado su primer curso lectivo dentro de las aulas. Consideran que el proceso de inducción es exitoso, ya que para muchos de ellos si no hubieran estudiado previamente las temáticas desarrolladas en el curso, no hubieran tenido éxito en matemática durante su primer año de carrera y no hubieran tenido la capacidad de cambiar sus creencias matemáticas. Destacan lo importante que es construir los distintos sistemas semióticos para llegar a comprender los nuevos conceptos y saber aplicarlos en ejercicios con diferentes grados de complejidad, actitud que para muchos no fue necesaria en su desempeño como estudiantes de la secundaria. Después del proceso de inducción, los estudiantes ingresan a su primer curso de Cálculo con una actitud positiva hacia la matemática, dejando atrás las creencias matemáticas que han causado desconfianza en sí mismo e inseguridad en cuanto a su capacidad matemática.

En el 2008 aprobó el curso de MA-1001 un 77,19% de los jóvenes de primer ingreso de la Escuela de Ingeniería Industrial, mientras que en el resto de la Universidad el porcentaje de aprobación fue de 45,94%. También al observar los resultados generales de las otras ingenierías, se tiene que la promoción en MA-1001 no supera el 70% que se ha logrado en la Escuela de Ingeniería Industrial. Esto indica que con la implementación de este proyecto de investigación en otras carreras de la Universidad, se podría obtener una actitud diferente hacia la matemática de una gran parte de la población estudiantil que ingresa cada año.

Es importante destacar que en ningún momento el proyecto ha tratado de hacer un cambio en los programas de los cursos de Cálculo de la Escuela de Matemática, o cambiar la forma de enseñar de los docentes universitarios; se enfatiza la actitud del estudiante hacia las matemáticas para enfrentar la brecha cognitiva existente entre la secundaria y la universidad, brecha en cuanto a el aprendizaje de la matemática, estrategias metodológicas, dominio del tiempo y el espacio, el docente y su didáctica. Sustituir, en la medida de lo posible el miedo a lo nuevo con bases matemáticas que le permitirán desempeñarse exitosamente, no solo en los cursos de matemáticas sino en su carrera en general. Sin un modelo de inducción al cálculo como el que se ha planteado, el estudiante de primer ingreso estará indefenso en su primera semana de clase y en su primer examen parcial de un curso de Cálculo.

Bibliografía

Bazán G., Jorge Luis, Sotero, Henry. Una aplicación al estudio de actitudes hacia la matemática en la UNALM. Disponible en: http://www.google.co.cr/search?hl=es&q=Una+aplicaci%C3%B2n+al+estudio+de+actitudes+jorge+luis+baz%C3%A0n&meta=

Caballero,A Blanco, L. J. (2007). Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los estudiantes para Maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Comunicación presentada en el XI SEIEM. Simposio de Investigación y Educación Matemática, celebrado en la Universidad de La Laguna los días 4 al 7 se setiembre del 2007.

Duval, R. (1999) Semiosis y Pensamiento Humano, registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.

Robledo J, (2003) Formación Matemática en un primer curso de matemáticas de la Universidad del Valle. Disponible en: www.icesi.edu.co/evenmat/memorias/ConferenciaRobledo.pdf

Importancia y Necesidad de la Actualización y Capacitación Continua de las Bases Educativas.

Ing. José Roberto Portillo Aristondo, M. Sc. [1]
Ing. Hugo Alfredo Taracena Pinzón. [2]

Resumen. Es común notar que cuando nuevos alumnos ingresan a la Universidad y tienen un pobre rendimiento en matemáticas, culpemos al estudiante por no esforzarse o incluso pensemos que los últimos años de estudio le afectaron, cuando muchas veces el problema viene desde antes. La educación es como la construcción de un edificio, se van montando nuevos pisos, uno encima de otro, sobre una base sólida y fuerte, tiene columnas que lo sostiene en momentos duros. Algo similar trata la educación, y si la base fundamental de matemática no está solida, la que se aprende en los primeros años de estudio, entonces es muy posible que al adquirir nuevos conocimientos no se aprovechen al máximo ya que las bases temblarán y muchas veces hasta harán que todo se derrumbe. Es por eso que en este documento se muestra un poco acerca de la importancia de una actualización en las bases educativas, y de cómo en un proyecto que se está llevando a cabo en Guatemala, se ha podido actualizar a muchos docentes del área de primaria y pre-primaria. Se presentan algunas experiencias vividas, algunos hechos que los mismos docentes nos han hecho saber, algunas alternativas que se han tomado y para finalizar algunas de las respuestas positivas inmediatas a esta actualización.

El problema

Es común en los países de la región que a los maestros tanto de pre-primaria como de primaria no se les preste mucha atención, en cuanto a las formas de enseñar como en los contenidos que se imparten. En áreas metropolitanas la atención se puede considerar como mínima, pero en áreas rurales es nula. Como ejemplo podríamos encontrar cientos de profesores que cuentan con más de 30 años de experiencia docente, y siguen enseñando exactamente lo mismo que se les enseñó a ellos, ya que no cuentan con guías o directrices que les digan cómo han evolucionado las formas de enseñar y las transformaciones que han sufrido los distintos contenidos.

[1] Universidad Galileo - Guatemala - portillo51@galileo.edu
[2] Universidad Galileo - Guatemala - hugotp@galileo.edu

Si se enfoca el área de matemática, se nota claramente el problema: ¿Cómo se pretende que los estudiantes tengan una buena capacidad de aprender matemática, si los fundamentos son erróneos? He aquí el porqué matemática tiende a ser la clase con el menor rendimiento, la clase que la mayoría de estudiantes considera difícil y la clase a la que la mayoría de recién graduados de nivel medio huye a la hora de escoger carreras universitarias. Incluso la enseñanza de la matemática se convierte, para muchas personas que se dedican a la docencia, en una dificultad; esto se debe a que muchas veces las personas que les enseñaron poseían las mismas deficiencias y paradigmas hacia la matemática en general.

Posible Solución

Existe una posible solución al problema, con la cual, por experiencias que se mostraran más adelante, se hace notar que ambas partes están de acuerdo (estudiantes y profesores). La solución consiste en capacitar y actualizar a los encargados de proporcionar los fundamentos matemáticos a los estudiantes, los denominados profesores de pre-primaria y primaria.

En Guatemala se está ejecutando un proyecto que cumple con estas características, por iniciativa del Dr. Eduardo Suger, con la participación de los catedráticos de Universidad Galileo. Para no interferir con las labores de los profesores, ni interrumpir los ciclos lectivos de los estudiantes se trabaja una vez a la semana, en la cual los profesores se dedican tanto a descubrir nuevas formas de enseñanza como a actualizar sus conocimientos en áreas débiles, las cuales se encuentran así desde que empezaron a laborar.

El proyecto consta inicialmente de 8 sesiones de 5 Horas, entre las cuales se discuten temas del área de Matemática, Lenguaje y Análisis Final (Este documento se enfocara en el área de matemática). Para matemática el tiempo disponible en cada sesión es de 1:30 Horas.

En este tipo de capacitaciones uno de los factores más importantes es mantener la motivación inicial, la cual manejada adecuadamente puede enriquecer considerablemente el aprendizaje. Así que tomando en cuenta el factor anterior, la capacitación inicia haciendo comprender a los profesores la definición de matemática desde un punto de vista distinto al que se conoce comúnmente, definiendo la matemática como un juego formal, explicando que la matemática no necesariamente tiene que ser un dolor de cabeza, tratando así de eliminar los ya conocidos paradigmas en cuanto al aprendizaje y enseñanza de la misma.

La dosificación del curso se maneja de la siguiente forma:

Sesión 1:

¿Qué es la matemática?

Juegos formales, ciencias formales. La Matemática como un juego.

Sesión 2:

Conjuntos y operaciones entre conjuntos. Los números Naturales.

Unión, intersección. Construcción de los números naturales como clases de equivalencia.

Sesión 3:

Suma, producto y potenciación de los números naturales.

Definición de la suma, producto y potenciación de los números naturales a partir de las operaciones con conjuntos.

Sesión 4:

Radicación de naturales. Construcción de los números enteros.

Raíces de número naturales como resta de impares.

Construcción de los números enteros como solución a una ecuación.

Sesión 5:

Suma y producto de números enteros.

Definición de la suma y el producto en los enteros como suma y producto de naturales.

Sesión 6:

Construcción de los racionales.

Fracciones comunes, suma y producto de fracciones.

Sesión 7:

Racionales, proporciones, regla de tres.

Definición de los números racionales por medio de fracciones. Porcentajes y proporciones a partir de los racionales. Regla de tres.

Sesión 8:

Aplicaciones y ejercicios.

Aplicaciones de los racionales y la regla de tres.

La experiencia

A lo largo de las diferentes sesiones de trabajo nos percatamos de varios paradigmas que los profesores tenían, y que al mismo tiempo, transmiten a sus alumnos. Un ejemplo de esto es pensar que la matemática es una clase complicada y que solo los genios pueden entenderla y no digamos enseñarla. Al compartir con ellos nuestros conocimientos se fueron abriendo a nosotros y nos compartían algunos de los temores que tenían al impartir las clases y complicaciones serias con algunos temas.

Algunas de las situaciones que nos encontramos en los salones de clases fueron:

- No se imparte algún tema importante por miedo a enseñarlo mal.
- En temas "complicados" (varían para cada profesor), se resuelven en clase únicamente los ejemplos resueltos del libro.
- Con diversos métodos se hace que los estudiantes no pregunten mas allá de los ejercicios vistos en clase.

- Muchas veces se enseña a memorizar no a comprender y analizar en Matemática.

- Mantienen los mismos errores que cometían las personas que les enseñaron matemática, en algunos casos desde hace más de 20 años.

Con lo anterior se puede ver claramente por que la mayoría de estudiantes universitarios tiene problemas con los cursos de Matemática. Si se tienen problemas en las personas encargadas de la enseñanza, obviamente los problemas en los estudiantes van a ser mayores. La motivación principal de estas actualizaciones se hace notar al ver las buenas reacciones de parte del personal docente. Cuando se les mostró que el producto era la suma sucesiva de un mismo número o que la raíz cuadrada se podía ver como una resta sucesiva de impares, se mostraban muy impresionados y felices de saber realmente de donde viene lo que comúnmente hacen dentro de los salones de clase. Fue de mucho agrado, por parte de ellos, saber realmente cuales eran los significados de algunos términos matemáticos, pero principalmente fue una gran satisfacción ver como poco a poco el miedo a enseñar matemática y entenderla fue disminuyendo.

Otro fenómeno interesante que logramos captar de ellos, es el uso de libros de texto destinados para la educación en pre-primaria y primaria. Resulta que algunas editoriales, por llevar un trabajo "completo" y presentar la mayoría de los temas que se necesitan impartir en primaria, toman definiciones erróneas de algunos términos o conceptos de matemática. Por ejemplo, un error común que tiene los libros en el área de conjuntos, es que presentan un "conjunto" de árboles donde todos ellos son iguales, cuando sabemos que para que sea un conjunto de árboles, cada elemento debe ser único, aunque sea que tenga una pequeña modificación, y en esos detalles se pierden conceptos importantes.

Algo interesante que pudimos también notar en todos ellos fue la apertura en aprender los significados de algunos términos matemáticos, la humildad en aceptar que se estaban equivocando al impartir algún tema y lo mejor de todo fue escuchar de ellos que ya lo estaban aplicando en sus salones de clase. Era interesante escuchar como ellos, motivados por la clase, decían que querían cambiar y mostrarles a los alumnos la forma correcta de llamar a los diferentes términos en matemática. Incluso unas maestras de pre-primaria que estaban llegando al curso dijeron que cambiarían diversos materiales que se utilizan en el aula para que se acoplen mejor a conceptos matemáticos adecuados.

Conclusión:

Las bases de la educación tienen serias deficiencias, especialmente en el área de matemática. Por lo anterior es muy importante mantener actualizaciones y capacitaciones continuas con el claustro de maestros tanto de nivel pre-primario como primario, para que aumente el nivel educativo de los estudiantes y se disminuyan considerablemente las deficiencias y paradigmas en el área de matemática que presentan tanto en secundaria como al ingresar a la universidad.

COMPETENCIAS TECNOLÓGICAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA: ALGUNOS PUNTOS DE PARTIDA

Máster Yuri Morales López[1]

Resumen

Este trabajo se enmarca en el proyecto de competencias tecnológicas en la formación de formadores en Matemática planteado en el 2009 y cuyo inicio se espera para el segundo semestre del 2010 en la Universidad Nacional (Costa Rica). Dentro de los objetivos de este proyecto se planeó la elaboración de una propuesta desde la perspectiva académica sobre las competencias tecnológicas en esta área. Por esto, el propósito de este trabajo es ofrecer una gama de posibles factores relacionados con la definición y creación de estas competencias; en primera instancia se realiza una breve descripción de lo que se comprende por competencia y, luego, se profundiza en el papel de las TICs en sistemas educativos basados en este modelo.

Palabras clave: competencias tecnológicas, enseñanza, aprendizaje, matemática, currículo, formación de docentes.

TECHNOLOGICAL COMPETENCE IN MATHEMATICS EDUCATION: INITIAL CONSIDERATIONS ABOUT THE CONCEPT

Asbtract

This work is part of the project of technological competencies in teacher training in Mathematics raised in 2009 and whose launch was expected in the second half of 2010 at the Universidad Nacional (Costa Rica). Among the objectives of this project was planned the development of a proposal from the academic perspective on technological competence in this area. Therefore, the purpose of this paper is to provide a range of possible factors related to the definition and development of these competencies. At first instance, is a brief description of what is understood by competence and then elaborates the role of ICT in educational systems based on this model.

Keywords: technological competencies, teaching, learning, mathematics curriculum, teacher training.

INTRODUCCION

Costa Rica ha podido mantener un aumento en la cobertura de la educación formal. Este crecimiento, aunque poco regular, plantea nuevos retos respecto a temas que van desde la deserción, inclusión, tiempos de graduación y, principalmente, la calidad.

Algunos informes muestran que esta calidad no ha crecido de la forma en que se desea, en este tema, Costa Rica se encuentra en un estado insipiente. Esta calidad está influenciada por múltiples factores como: La cantidad de alumnos por aula, los recursos con los que cuentan los docentes y las instituciones, la efectividad e impacto de la capacitación hacia los y las profesoras, y la formación inicial de estos.

[1] Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Costa Rica. ymorales@una.ac.cr

El segundo Informe del Estado de la Educación en Costa Rica muestra que: "en relación con la calidad, los indicadores de desempeño académico muestran que, lejos de mejorar, el rendimiento académico empeoró" (2008, p.25).

La situación no deja de ser similar en términos del uso de la tecnología como motor de desarrollo. En este contexto, muchos países han definido políticas circunscritas en torno a la incorporación de la misma.

> *Los países de mayor desarrollo humano han incluido a la ciencia, la tecnología y la innovación, como ejes estratégicos de su proceso de desarrollo, y los han insertado en todo el sistema educativo desde el nivel primario, con el fin de que las nuevas generaciones sepan usar eficientemente las nuevas tecnologías, e incorporen, no solo el conocimiento que la ciencia genera, sino las capacidades e instrumentos de análisis e interpretación propios de esta*. (Segundo Informe del Estado de la Educación en Costa Rica, 2008, p.33)

En este mismo informe se determinan los tres siguientes retos (2008, p. 95):

- Fortalecer los procesos de acreditación de la calidad,
- integrar al país en la dinámica de internacionalización de la educación superior,
- dedicar mayores esfuerzos a la transferencia tecnológica y la construcción de relaciones con otros sectores sociales, económicos y productivos.

En relación con lo anterior, en este trabajo también se destacan algunas de las metas que sugiere el informe de la Oficina de Planificación de la Educación Superior (2006) para promover el logro de los factores que influyen en la calidad de todo el sistema:

- Fortalecer la enseñanza de las matemáticas, las ciencias y la tecnología,
- garantizar que toda persona graduada de secundaria domine dos idiomas y tenga la fluidez tecnológica,
- lograr la profesionalización y titulación del personal docente.

En el próximo apartado se realiza una breve reseña del origen del modelo basado por competencias con el fin de comprender cuáles fueron las necesidades y eventos históricos que definieron el mismo.

SOBRE COMPETENCIAS: ORIGEN DEL MODELO

Varias veces, durante el siglo pasado se pretendió manejar el concepto de competencia. Normalmente este alude a conceptos relacionados con capacidades laborales; la tendencia que origina este modelo fue de índole económica pues en 1990 la mayoría de países de Europa deseaba moverse en bloque (aunque no todos). Para tal fin, era necesario consolidar una serie de cambios desde el punto de vista económico y legislativo de cada país.

La creación de una moneda única (Euro) necesito de muchos esfuerzos y cambios en las políticas económicas de muchos países; al fortalecerse el Euro, poco a poco, los sistemas económicos transcendieron las primeras experiencias respecto al nuevo mercado y, al lograr su estabilización, este bloque se pudo concentrar en nuevos retos.

El siguiente reto fue un modelo de educación acorde con este nuevo bloque y lo relevante sería cómo asegurarse la calidad. El tratado de Bolonia (1999), cuando se celebra una reunión entre ministros de educación del orbe, con el antecedente de la declaración de la Sorbona (un año antes) respecto a la educación superior y, en resumen, se acordó adoptar un sistema de títulos comprensibles y comparables, comprendido en grados y posgrados, con el sistema basado en créditos y que promoviera la movilidad y la calidad.

Respecto al concepto competencia, definir lo que se comprendería como tal, no fue ni ha sido sencillo. En este trabajo no se ahonda en este concepto pero la definición formulada en el Proyecto Tuning para América Latina recoge mucho de los elementos relacionados al mismo,

> *El concepto competencia, en educación, se presenta como una red conceptual amplia, que hace referencia a una formación integral del ciudadano, por medio de nuevos enfoques, como el aprendizaje significativo, en diversas áreas: cognoscitiva (saber), psicomotora (saber hacer, aptitudes), afectiva (saber ser, actitudes y*

valores). En este sentido, la competencia no se puede reducir al simple desempeño laboral, tampoco a la sola apropiación de conocimientos para saber hacer, sino que abarca todo un conjunto de capacidades, que se desarrollan a través de procesos que conducen a la persona responsable a ser competente para realizar múltiples acciones (sociales, cognitivas, culturales, afectivas, laborales, productivas), por las cuales proyecta y evidencia su capacidad de resolver un problema dado, dentro de un contexto específico y cambiante (Beneitone, Esquetini, González, Marty, Siufi y Wagenaar, 2007, p.36).

En el próximo apartado se muestran cuatro investigaciones relevantes en el tema de las competencias tecnológicas y se exploran los principales resultados, en el marco de su utilización en la definición de los objetivos dentro de los programas de formación.

SOBRE LAS DISTINTAS COMPETENCIAS TECNOLÓGICAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA: INVESTIGACIONES Y RESULTADOS: EXPERIENCIAS PARA LA DEFINICIÓN DE LOS OBJETIVOS EN NUESTRO PAÍS

En primera instancia, Quintanilla (2000) definió las siguientes competencias tecnológicas respecto a los docentes en formación: el conocimiento y utilización de los equipos informáticos estándar; conocimiento y uso funcional y creativo de los programas informáticos instrumentales estándar y de páginas Web de referencia; de tratamiento de la información: búsqueda, adquisición y procesamiento. En este caso, es necesario señalar que en la propuesta de Quintanilla (2000) no se incluye explícitamente competencias relacionadas con CSCL (Computer Supported Collaborative Learning).

Esta última es relevante, pues existen estudios como Ruiz, Jorrín y Villagrá (2007) donde demostraron mediante una serie de análisis comparativos que los estudiantes no solamente pueden construir competencias sobre aprendizaje colaborativo, sino que, además, se estimulan competencias tecnológicas relacionadas en el área de la investigación.

Por otra parte, López y Flores (2006) señalan que las competencias que los futuros docentes deben poseer respeto al uso de las tecnologías están más relacionadas con su labor de aula, ejemplificando y viviendo los posibles usos. Estos autores resaltan las siguientes competencias:

a) Competencias básicas en el uso de las TIC. Elementos necesarios para el manejo y divulgación del conocimiento.

b) Competencias en el uso de las TIC para la navegación. Elementos necesarios para la comprensión y gestión de recursos mediante redes (Internet).

c) Competencias en el uso de las TIC como medios de comunicación. Elementos relacionados con la comunicación por correos, foros, blogs y construcción de Wikis.

d) Competencias en el uso de las TIC como medios para el aprendizaje. Herramientas para mediación y formación continua.

El estudio realizado por Godoy (2006) sobre competencias tecnológicas y rendimiento académico de los estudiantes universitarios es fundamental pues, es uno de los que, de forma causal, trata de explicar el impacto que tuvo la incorporación del uso de las tecnologías en los currículos de educación superior (en este caso en Venezuela); en este trabajo se utilizó un índice de habilidades en TIC construido por SEUSISS PROJECT (2003) llamado ICT Skills Index (ISI) el cual es una escala de puntuación para medir las habilidades de los estudiantes respecto a distintas herramientas.

TRABAJO PENDIENTE

Debe concluirse que existe una estrecha relación entre este trabajo y el concepto de currículo basado en competencias, por lo que, naturalmente, no se puede omitir que el impacto (provechoso o no) de las tecnologías depende en gran medida de la propuesta curricular vigente (queda por definir). Como se mencionó, los programas internacionales como PISA (OCDE) ofrecen una buena perspectiva sobre hacia dónde debe dirigirse o "reorganizarse" los currículos nacionales.

La principal tarea pendiente es formar grupos de trabajo para evaluar la pertinencia de la incorporación en los programas en la formación de formadores, especialmente, en Matemáticas. Así, al conocer las condiciones en las que se desarrolla los currículos en este tema, se podrán ofrecer distintas perspectivas sobre una gama de posibles soluciones.

BIBLIOGRAFÍA

Beneitone, P., Esquetini, C., González. J., Marty, M., Siufi, G., & Wagenaar, R. (2007). Tuning Para América Latina: Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina. Informe Final.

CONARE, Oficina de Planificación de la Educación Superior. (2006). Hacia un modelo educativo para elevar la calidad de la educación costarricense: una propuesta de políticas, estrategias y acciones. UNED. – San José, C. R.

Godoy, C. (2006). Usos Educativos de las TIC: Competencias Tecnológicas Y Rendimiento Académico de los Estudiantes Universitarios Barineses, Una Perspectiva Causal. *EDUCERE*. Investigación arbitrada. Año 11, Nº 35. Octubre - Noviembre - Diciembre 2006. pp. 661 - 670.

López, M., & Flores, K. (2006). Análisis de competencias a partir del uso de las TIC. *Revista Apertura: Competencias, Objetos y ambientes de aprendizaje*, Año 6, Nº5, pp. 36-55.

Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible de Costa Rica. (2008). Segundo Estado de la Educación / Consejo Nacional de Rectores. 2 ed. San José C.R.

Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. PNA, 2(3), 87-107.

Quintana, J. (2000). Competencias en Tecnologías de la Información del profesorado de Educación Infantil y Primaria. Revista Interuniversitaria de Tecnología Educativa, nº 0 verano de 2000, pp.166-174.

Ruiz, I., Jorrín, I., & Villagrá, S. (2007). Análisis de competencias en un entorno CSCL: aportaciones de una experiencia utilizando un Jigsaw, *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 6 (2), 29-40. Recuperado de [http://campusvirtual.unex.es/cala/editio/] el [30/08/2008].

SEUSISS PROJECT. (2003). Survey of European Universities Skills in ICT of Students and Staff - Final Report. Recuperado de [http://www.intermedia.uib.no/seusiss/] el [15/01/04].

Concepciones de docentes sobre enseñanza-aprendizaje del tema funciones

Castro Nora; Pia Salvadori Andrea; Botta Gioda Rosana;
Prieto Fabio; Dal Bianco Nydia; Martínez Silvia; Lee Mei Yi.[1]

Resumen

Como docentes de matemática de primer año de la Universidad, para alumnos de carreras "no matemáticas", estamos preocupados por las reiteradas dificultades que presentan los alumnos al tener que aplicar el concepto función en la resolución de situaciones problemáticas. Por ello nos propusimos responder algunos interrogantes indagando sobre los contenidos curriculares y analizando la enseñanza de este tema en el nivel Polimodal y en primer año de la Universidad en el marco de un proyecto donde uno de sus objetivos es analizar estrategias de enseñanza-aprendizaje y buscar otras para mejorar o revertir la situación.

Introducción

El concepto función, es de suma importancia en la enseñanza de la matemática, pues se lo considera como elemento unificador, generalizador y de naturaleza modelizadora.

Además su aprendizaje es un tema presente en los currículos escolares de los distintos niveles de la Educación, motivo por el cual ha sido objeto de muchas investigaciones en Didáctica de la Matemática. Las cuestiones estudiadas contemplan diversos aspectos de la problemática planteada por los procesos de enseñanza y aprendizaje sobre la noción de función.

Como docentes de matemática para alumnos de carreras "no matemáticas", estamos preocupados por la situación actual con respecto al "conocimiento" y a la dificultad que tienen los alumnos al aplicar conceptos relacionados con este tema en la resolución de alguna situación planteada.

Acordamos con lo que expresa Hitt (1996): "*La aprensión del concepto de función no parece una tarea fácil, la gran cantidad de investigaciones realizadas con estudiantes para detectar obstáculos en el aprendizaje del concepto confirman la dificultad de aprensión del concepto".*

Reconociendo que es un concepto complejo debido a que se expresa en una multiplicidad de registros y genera diferentes niveles de abstracción y de significados, el aprendizaje del tema función es uno de los principales objetivos en la enseñanza del Análisis Matemático o Cálculo y su importancia se debe a que es indispensable para la comprensión de conceptos tales como continuidad, límite o derivada de funciones entre otros.

[1] Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. UNLPam. Uruguay 151, Santa Rosa, La Pampa. Argentina
rbotta@cpenet.com.ar , nora@exactas.unlpam.edu.ar

Por tal motivo, y como integrantes de un proyecto de investigación que tiene como uno de sus objetivos, analizar las situaciones de enseñanza-aprendizaje "problemáticas" y buscar estrategias para mejorar o tratar de revertir esa situación, nos propusimos en primer lugar, repensar o responder algunos interrogantes con el fin de indagar sobre la enseñanza de este tema en el nivel Polimodal y en los primeros años de la Universidad, por medio de encuestas a docentes y analizando los contenidos curriculares.

Presentamos en este trabajo algunas observaciones que realizamos al analizar el material curricular y procesar las encuestas realizadas a docentes de matemática en distintos niveles.

Desarrollo

El concepto función en los currículos

En general podemos decir que en el tratamiento del tema en EGB 3 se utiliza el lenguaje de las funciones de manera más bien intuitiva, sin que sea indispensable la formalización. Se pretende comprobar si se conocen las características de las funciones: constantes, lineales, cuadráticas, por ello, uno de los objetivos es representar gráficamente e interpretar las mismas a través de sus elementos característicos (pendiente de la recta, intersección con los ejes, vértice y eje de simetría de la parábola).

Mientras que en el material curricular del nivel Polimodal, vigente en la Provincia de La Pampa, de Matemática I, II y III se recomienda explícitamente: "Modelizar fenómenos físicos, biológicos, químicos, etc; utilizando distintos tipos de funciones, ecuaciones, inecuaciones, en forma analítica y/o gráfica". En este nivel, las funciones se abordarán en su marco lógico no sólo como lenguaje sino como método para la resolución de problemas, y se hace hincapié en la utilización de las funciones para modelizar distintas situaciones (la trayectoria de un proyectil, el crecimiento o decaimiento poblacional, los latidos del corazón, interés bancario, los grandes programas de simulación utilizados para la predicción de tornados o en la lucha contra enfermedades, etc.).

En los programas de varias asignaturas universitarias de Matemática para carreras "no matemáticas", podemos observar que los contenidos van desde la definición, hasta el tratamiento de los distintos tipos de funciones (lineal, cuadrática, exponencial, logarítmica y trigonométricas), sin hacer ninguna mención con respecto a la forma en que estos temas deben ser abordados, quedando a criterio del o los docentes a cargo de las cátedras cual será el tratamiento, siendo que en estas carreras es de fundamental importancia la modelización relacionada a sus respectivas áreas de estudio.

Podemos observar que no existe una adecuada articulación entre el Nivel Polimodal y la Universidad pese a la implementación de reformas educativas en el sistema, lo que continúa generando dificultades en el ámbito de la educación matemática que afectan e inciden en los resultados posteriores, preocupando tanto a profesores como a estudiantes.

Distintos estudios e investigaciones nos dan muestran de este problema, que ponen de manifiesto la necesidad de implementar acciones conjuntas entre ambos niveles.

En su investigación Brigitte Grugeon (1997), se refiere a problemas de transición en el sistema educativo y más específicamente al estudio de las discontinuidades institucionales que intervienen en esas transiciones y sus efectos. Por lo tanto, estas transiciones están siempre acompañadas de rupturas, a las cuales los diferentes actores del sistema son más o menos sensibles. Los alumnos descubren entonces bruscamente que son incapaces de utilizar lo que ya saben, de comprender qué juego se está jugando y qué se espera de ellos. Los docentes, por su lado, tienen la sensación de no ser capaces de descubrir y utilizar las manifestaciones de conocimientos de sus alumnos y tienden a interpretar como ignorancia la ausencia de comportamientos esperados.

Encuestas a docentes

Con el fin de entender un poco más la situación realizamos una encuesta, seleccionando del total de la población de profesores de matemática de la ciudad de Santa Rosa, La Pampa que actualmente están trabajando en el nivel medio en diversas instituciones provinciales una muestra de treinta profesores, realizada por muestreo aleatorio simple. Para analizar los resultados de las encuestas se utilizo el software estadístico InfoStat versión profesional, el cual es desarrollado por un equipo de investigadores en Estadística Aplicada de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

A continuación presentamos algunos de los resultados obtenidos, analizando cada una de las pregunta:

1. **¿FUNCIONES, es para usted un tema de fundamental importancia en la enseñanza de la Matemática?**

El 97% de los encuestados opinó que sí mientras que el 3% opinó que no, tal como se observa en la tabla de frecuencias.

Variable	Clase	Categorías	FR
Pregunta 1	1	NO	0,03
Pregunta 1	2	SI	0,97

Algunas de las explicaciones que daban son:

- "Es un tema básico a partir del cual se pueden tratar muchos otros temas"
- "Sí creo que debiera ser uno de los ejes organizadores de la matemática en 3º ciclo y Polimodal"
- "Si, yo creo que el tema funciones es muy importante, ya que muchas situaciones de la realidad se pueden modelizar a través de las funciones"
- "Considero que en todos los niveles de enseñanza el tema funciones es fundamental y con solo mirar los contenidos mínimos de los planes de estudio de esos distintos niveles se lee el tema como eje conductor de otros que se le vinculan. En particular se estudia ese concepto y sus múltiples aplicaciones en numerosas carreras y en particular en aquellas donde tienen algún curso de cálculo infinitesimal."

Se puede observar que en general los docentes reconocen que el tema está presente tanto en el material curricular de EGB3 como en el de Polimodal, aunque con distintos enfoques y profundidad, y hacen hincapié en su importancia considerando que muchas situaciones se pueden modelizar a través de las funciones.

2. ¿Cómo introduce el tema Funciones?

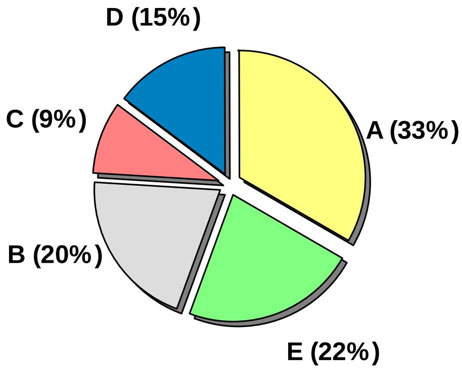
A. Con una situación problemática.
B. Trabajando a partir de la definición.
C. Con un problema disparador.
D. Por medio de una tabla de valores.
E. Estableciendo relaciones entre dos variables
F. Otra (indicar)

Esta pregunta tenia varias opciones, el 36,6% eligieron una única opción, mientras que el 63,3% eligieron más de una opción lo cual demuestra que la mayoría de los docentes recurren a diversas estrategias para el abordaje de este tema.

Del 36,6% que eligió una sola opción, el 50% de ellos eligió solo la opción A: con una situación problemática, el 25% solo la opción B: Trabajando a partir de la definición y el 25% final solo la opción E: Estableciendo relaciones entre dos variables.

Por otro lado el 63,3% introducen el tema funciones utilizando mas de una de las opciones. La preferencia de cada una de las opciones aparece en la representación gráfica.

En ella puede observarse claramente que la opción A: Con una situación problemática es la mas utilizada con un 33%, mientras que las opciones B: Trabajando a partir de la definición y E: Estableciendo relaciones entre dos variables presentan un nivel de preferencia del 20% y 22% respectivamente. Luego le sigue la opción D: Por medio de una tabla de valores con un 15% y finalmente la opción C: Con un problema disparador solo es elegida por el 9% de los encuestados.



Analizando en las respuestas la cantidad de docentes que seleccionaron la introducción del tema por medio de una situación problemática, no nos permite afirmar que la resolución de problemas es central en el proceso de enseñanza–aprendizaje. Deberíamos analizar con mas profundidad que tipo de situaciones se presentan y como se trabajan.

3. ¿Cómo define usted (o el libro con el que trabaja) el concepto función?

En las respuestas obtenidas analizamos fundamentalmente las concepciones predominantes sobre la definición de función a las que se hace referencia: relación entre dos variables, relación entre dos conjuntos arbitrarios, relación entre dos conjuntos numéricos, relación entre dos o más cantidades, relación entre dos magnitudes.

De las encuestas realizadas obtuvimos que:

- 56,7% de los docentes define *"Una relación entre dos variables es una función si a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente",* es decir utilizando una definición en donde se hace referencia a la **relación entre dos variables.**
- 20% de los docentes definen *"Las funciones son relaciones entre dos conjuntos; asignándole a cada elemento del conjunto de partida un elemento en el conjunto de llegada",* en este caso en la definición se hace referencia a la **relación entre dos conjuntos arbitrarios**.

- 6,7% docentes definen *"Una función, en matemática, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades",* en este caso en la definición se hace referencia a la **relación entre dos o más cantidades.**
- 3,3% docente define *"Una función es una relación entre dos conjuntos numéricos, en la que a cada uno de los elementos del primer conjunto se le asigna uno y sólo un elemento del otro. Existe una propiedad o ley que establece cómo se obtiene el segundo valor a partir del primero. Aquí es necesario conocer los conceptos de variables, para luego establecer dominio, codominio e imagen*", hace referencia a la **relación entre dos conjuntos numéricos**, pero agregando algunos otros conceptos que hacen más "compleja" la definición.
- 3,3% docente define *"Es una relación entre dos magnitudes en donde a cada elemento de la primera magnitud (conjunto de partida) le pertenece uno y solo uno de la segunda (conjunto de llegada)",* en este caso en la definición se hace referencia a la **relación entre dos magnitudes**.
- 10% docentes no expresaron explícitamente una definición.

Por lo tanto, puede inferirse que el concepto de función tiene diferentes caracterizaciones en cuanto a su significado. Esta diferencia tiene que ver según algunos estudios con que a lo largo de la historia el concepto de función ha evolucionado, siendo objeto de numerosas precisiones y generalizaciones así como también ha sido influenciado por concepciones que históricamente se han configurado como resistentes a su evolución.

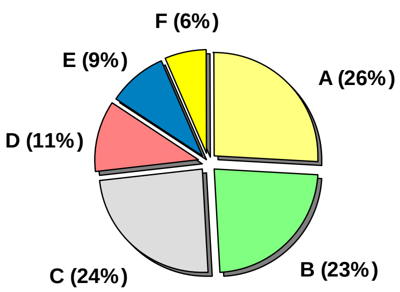
Otra de las razones a las que responde esta diferencia se correspondería con las renovaciones curriculares y la producción de nuevos conocimientos pedagógicos y didácticos de los últimos años, por ejemplo la enseñanza del tema "conjuntos" ha sido dejada de lado por un número importante de docentes e inclusive en los materiales curriculares vigentes. Esto se refleja en las diferentes definiciones que se han presentado en las respuestas a las encuestas.

Investigaciones realizadas por autoras argentinas (Gatica N., et al.) muestran cómo a pesar de que el concepto de función es introducido desde la enseñanza media, cuando los alumnos llegan a la universidad, todavía evidencian una escasa comprensión del mismo, que se manifiesta en sus intentos de definirlo y en la traslación que hacen de una situación problemática de dependencia funcional al registro gráfico. En estas investigaciones se pone en evidencia la dificultad que entraña la comprensión y el uso de conceptos básicos de las matemáticas, en particular el de función y la necesidad de plantearse en la enseñanza estrategias que conduzcan a una sólida adquisición de los mismos.

4. ¿Qué representaciones del concepto de función utiliza usted con sus alumnos?

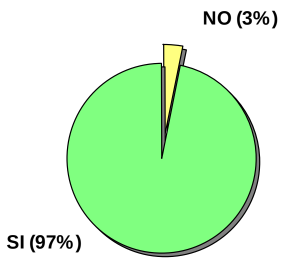
A. Gráfica.
B. Algebraica.
C. Tabla.
D. Diagrama de Venn.
E. Verbal o lenguaje natural.
F. Dibujo de una situación.
G. Otras (indicar)

El total de encuestados seleccionó más de una opción para responder esta pregunta, lo cual



nos indica claramente que durante el desarrollo de las clases los alumnos trabajan con varias representaciones del concepto de función. La más utilizada es la opción A: Gráfica con el 26%, luego en segundo lugar con muy poca diferencia están las opciones B: Algebraica y C: Tabla con el 23% y 24% respectivamente. Luego con una proporción menor se encuentran la opción D: Diagrama de Venn (11%), opción E: Verbal o lenguaje natural (9%) y opción F: Dibujo de una situación (6%).

5. ¿Plantea actividades donde se propone el pasaje de una representación a otra?



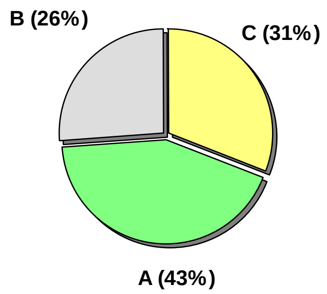
Como muestra la representación gráfica el 97% de los docentes proponen a sus alumnos actividades que les permitan pasar de una representación a otra del concepto de función y articular estos diferentes registros. Mientras que solo un 3% de los docentes no las utilizan.

Distintos investigadores, sostienen que una actividad necesaria para los alumnos, es aquella, donde ellos deben aprender a realizar conversiones en distintos registros, por lo que la coordinación entre ellos es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento y en la superación de distintas dificultades en el aprendizaje.

6. ¿Cree que la falta de comprensión se debe a que los alumnos:

A. no interpretan la definición?
B. no pueden resolver los ejercicios de aplicación?
C. no pueden resolver las situaciones problemáticas?

Del análisis de las respuestas se observa que el 43% de los profesores creen que la falta de comprensión se debe a la opción A: no interpretan la definición, mientras que un 31% opinan que la razón es la opción C: no pueden resolver las situaciones problemáticas y el 26% restante cree que la causa es la opción B: no pueden resolver los ejercicios de aplicación.



7. ¿Utiliza algún libro de texto en particular para la enseñanza de este tema?

La mayor parte de los docentes encuestados 73,3%, manifiesta no seguir un libro de texto en sus clases, aunque sí mencionan algunos que utilizan para organizar y armar sus actividades, guías practicas o teórico-prácticas. Otros recurren a Internet para buscar material y realizar intercambio con otros docentes.

Entre los libros más mencionados destacamos los siguientes: “Carpeta de Matemática I” de la Editorial Aique; Matemática I y II de Editorial Santillana; Funciones I y Funciones II, Longseller; Matemática I, Editorial Puerto de Palos; Aprendamos Matemática 9 de Editorial Comunicarte, etc.

De los docentes restantes, el 20% manifesta no utilizar ningún libro de texto, el 3,3% dice que “en el aula los años anteriores usamos el de Editorial Santillana (para 1ro y 2do de Polimodal)” y el 3,3% no contesta.

8. ¿Utiliza algún software como recurso? ¿Cuál/les?

El 50% de los docentes utilizan algún software como recurso didáctico. Los software utilizados son: WinFun, Derive, Advanced Grapher, GeoGebra, Matemática, Graphmatica, Octave, páginas interactivas como Descartes y otras de zonavirtual.com.

En este caso se manifiesta que la aparición de Asistentes Matemáticos como Derive y otros hacen pensar en la necesidad de incorporar estos recursos que facilitarían la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
A pesar de todo esto, somos conscientes de que este cambio es gradual y debería ser planificado, teniendo en cuenta además, que necesitamos mayor preparación como docentes en el uso del software para lograr resultados positivos.
Como consecuencia de las consideraciones previas, creemos que es conveniente trabajar con los contenidos matemáticos específicos, incorporando gradualmente las TIC's, como herramienta de apoyo en la enseñanza.

Luego de una primera etapa de trabajo, donde tuvimos como objetivo central analizar brevemente la situación actual de la enseñanza-aprendizaje de este tema, tenemos planificado trabajar con producciones de los alumnos, análisis de la bibliografía mencionada por los docentes en las encuestas y principalmente, elaborar o diseñar secuencias de enseñanza para introducir y profundizar el concepto de función, ya que este es un pedido que realizan los docentes, y es la única forma que tenemos de mejorar la situación. En estas secuencias será central la utilización de un software matemático, ya que creemos, esto facilita al estudiante la diferenciación de registros de representación y su coordinación, la visualización de las gráficas de funciones y les permite dedicar sus esfuerzos a la comprensión de determinados problemas.

Comentarios Finales

En este trabajo presentamos los resultados obtenidos en esta primera etapa, a partir de los cuales consideramos fundamental la necesidad de trabajar en la articulación de la enseñanza entre el nivel Polimodal y las cátedras de los primeros años de la formación universitaria.
Los profesores que se desempeñan en el nivel medio consideran que este tipo de estudios siempre resulta interesante pues los ayuda a reflexionar sobre los productos que se obtienen en el trabajo diario, pero es limitado en el sentido de que no se sugieren estrategias concretas que permitan mejorar la problemática de esta situación. Es necesario proponer un conjunto de situaciones de aprendizaje que permitan el abordaje de aspectos relevantes del concepto de función, teniendo en cuenta que la formación de un concepto matemático, no se logra de una clase para otra, sino que es un proceso que se consolida paulatinamente. En

particular el de función ha evolucionado desde hace varios años sin lograr una presentación única por parte de quienes tienen a su cargo la enseñanza del mismo lo que se refleja en las respuestas dadas por los docentes.

Como consecuencia de estos resultados consideramos que para diseñar secuencias de enseñanza sobre el concepto de función que muestre la riqueza de sus aplicaciones y al mismo tiempo permita a los alumnos apropiarse gradualmente de este concepto, es importante que se tengan en cuenta los distintos medios de representación y expresión involucrados así como las coordinaciones que necesariamente tienen que establecerse entre ellos. Para esto deberíamos introducir de manera paulatina el uso de las TIC's de manera que nos permita abordar el tema desde nuevas perspectivas, a fin de contribuir a mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje.

Referencias Bibliográficas

1. Brigitte Grugeon.(1997). Investigaciones en Didáctica de las Matemáticas, Vol.17 Nº 2.
2. Cantoral Ricardo, Montiel Gisela.(2001). Funciones: Visualización y pensamiento matemático. Pearson Educación. México.
3. Chevallard, Y. (1997). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Aique.
4. Di Rienzo J.A., Casanoves F., Balzarini M.G., Gonzalez L., Tablada M., Robledo C.W. InfoStat versión 2009. Grupo InfoStat, FCA, Univ. Nacional de Córdoba, Argentina.
5. Duval, Raymund. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en Matemática Educativa II. Grupo Editorial Iberoamérica.
6. Gatica, N., Tauber, L. y Ruiz López, F. (1995). Representación y comprensión del concepto de función. XV Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Bs. As.
7. Higueras Ruiz, L; Fernández Rodríguez, J; Godino, J.D. (1995). La noción de función como objeto a enseñar y como objeto enseñado: Análisis de un proceso de transposición didáctica. Quadrante Vol.4, Nº 2.
8. Ministerio de Cultura y Educación de la provincia de La Pampa. (2001). Materiales Curriculares para el Nivel Polimodal.

ANÁLISIS DE LAS CONCEPTUALIZACIONES ERRÓNEAS EN CONCEPTOS DE ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS: UN ESTUDIO CON ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS DE PRIMER INGRESO

Greivin Ramírez
Instituto Tecnológico de Costa Rica
gramirez@itcr.ac.cr

Jeffry Chavarría
Instituto Tecnológico de Costa Rica
jchavarria@itcr.ac.cr

Alexánder Borbón
Instituto Tecnológico de Costa Rica
aborbon@itcr.ac.cr

Geisel Alpizar
Instituto Tecnológico de Costa Rica
galpizar@itcr.ac.cr

Pensamiento algebraico, nivel medio.

Palabras claves: errores matemáticos, funciones exponenciales y logarítmicas.

RESUMEN

En el presente artículo se reportan los resultados de una investigación que clasifica las conceptualizaciones que tienen estudiantes de primer ingreso universitarios de Costa Rica en ecuaciones exponenciales y logarítmicas mediante el modelo SOLO Taxonómico (propuesto por Biggs & Collis, 1982). Inicialmente los estudiantes se ubican en los primeros niveles de razonamiento, al final los estudiantes mostraron mejoría después de un curso introductorio de matemáticas.

INTRODUCCIÓN

En este artículo se exponen los resultados de una investigación, realizada en el Instituto Tecnológico de Costa Rica, en la que se analizan y clasifican las formas de razonamiento mostradas por algunos estudiantes universitarios de primer ingreso en ejercicios de funciones exponenciales y logarítmicas. A pesar de que los estudiantes recibieron durante la secundaria formación en dichos temas y después de un semestre en un curso introductorio universitario se muestra que, ante situaciones similares, algunos estudiantes presentan obstáculos que han perdurado después del proceso. Esta noción de obstáculo epistemológico lo desarrolla Bachelard (1976) "*un obstáculo epistemológico se incrusta en el conocimiento no formulado. Costumbres intelectuales que fueron útiles y sanas, pueden después de un tiempo obstaculizar*".

Es importante recalcar que los obstáculos no son, los errores que ocurren al azar, sino más bien, conocimientos que fueron válidos en una situación pero en otro contexto producen error. Desde el punto de vista de Godino, citado en Ruiz (2006):

> Un obstáculo es una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un conocimiento posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones. (p. 15)

Interesa responder la pregunta ¿cuáles son las formas de razonamiento que muestran estudiantes de primer ingreso universitarios en ejercicios de funciones exponenciales y logarítmicas? Se muestra situaciones en las que los sujetos generalizan algunos resultados, sin percatarse de que se tratan de conceptos aplicables a escenarios específicos.

MARCO CONCEPTUAL

En las últimas tendencias en la investigación acerca del razonamiento, pensamiento y cultura algebraica y geométrica, el desarrollo de niveles o jerarquías para describir el desarrollo cognitivo de los sujetos ha llegado a ser un objetivo importante de estudio.

Se acuerda con el punto de vista de Godino, Batanero y Font (2003) quienes indican que "*Hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar"*.

Para Socas (s.f.) son dos las principales causas de los errores en el aprendizaje de las matemáticas:

> Errores que tiene su origen en un obstáculo y errores que tiene su origen en una ausencia de significado. Estos últimos, tendrían dos procedencias distintas, una, relacionada con las dificultades asociadas a la complejidad de los objetivos matemáticos y a los procesos de pensamiento matemático, y otra, relacionada con las dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Entre los diversos modelos que se han propuesto para jerarquizar el desarrollo cognitivo, se encuentra el modelo taxonómico SOLO (Structure of Observed Learning Outcomes) desarrollado por Biggs & Collis (1982). SOLO es un modelo que permite describir procesos involucrados en el aprendizaje, estableciendo categorías por orden de complejidad. El modelo categoriza la actividad mental que realizan los sujetos cuando se enfrentan a una tarea escolar, considerando aspectos cuantitativos y cualitativos.

Aplicando el modelo al caso de funciones exponenciales y logarítmicas tenemos que los estudiantes:

1. *Preestructural:* poseen información aislada de los conceptos que intervienen en las propiedades logarítmicas y ecuaciones exponenciales. Tienen problemas al reconocer una identidad por lo que no logran responder a la pregunta, dicen que es verdadero y no justifican, dicen que es falso y no es clara la justificación. Tiene problemas en reconocer una ecuación y algunos presentan errores aritméticos al utilizar la sustitución de valores como solución.
2. *Uniestructural:* realizan algunas relaciones entre los conceptos empleados para probar identidades logarítmicas y ecuaciones exponenciales. Tratan de "inventar" propiedades que no tienen que ver con logaritmos. Algunos estudiantes mencionan que la igualdad es falsa, pero no justifican. Aunque reconocen el tipo de ecuación, despejan mal la variable, pues utilizan en forma incorrecta las propiedades de igualdad de los números reales.
3. *Multiestructural:* reconocen que es una identidad logarítmica, pero confunden la propiedad $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$ por la propiedad $\log_a(x+y)=\log_a x\cdot\log_a y$ afirmando que la expresión es verdadera. Para la ecuación utilizan mal la propiedad de pasar de ecuación exponencial a logaritmica ($y=a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$).
4. *Relacional:* son capaces de resolver identificar la falsedad en la identidad debido a la mala utilización de la propiedad o bien dan valores como contraejemplos. Resuelven la ecuación, encuentran las soluciones y dan el conjunto solución de la ecuación como respuesta.

METODOLOGIA

La investigación es cualitativa y corresponde a un estudio de caso aplicado a estudiantes universitarios de distintas carreras y de nuevo ingreso que matricularon un curso introductorio de matemática durante el primer semestre de 2009.

Los principales instrumentos, de recolección de información fueron: un examen de diagnóstico, que consta de 17 ítemes abiertos, diseñado para explorar la comprensión que tienen los estudiantes sobre conceptos de funciones exponenciales y logarítmicas. Además de entrevistas grabadas en formato de video.

El examen fue aplicado a 1010 estudiantes. Se analizaron dos ítemes a un 10% de la población (seleccionados aleatoriamente) con el fin de evaluar los errores cometidos. De estos, se realizaron entrevistas a tres estudiantes por ítem (seleccionados por conveniencia) una vez que finalizaron el curso introductorio para comparar las conceptualizaciones mostradas después de la instrucción.

RESULTADOS

Los resultados serán discutidos en dos niveles: un nivel descriptivo, obtenido de los sujetos de estudio en el examen de diagnóstico, el cual proporciona una idea de la comprensión de los conceptos investigados; y un segundo nivel, donde los sujetos son ubicados en categorías determinadas por las formas de razonamiento que exhibieron después de un semestre de instrucción. Se presenta el análisis completo de dos ítemes correspondientes a los temas de propiedades logarítmicas (ítem 1e) y ecuaciones exponenciales (ítem 4b), pues fue donde los estudiantes presentaros mayores dificultades.

El examen de diagnóstico

El promedio de la nota obtenida fue de 36.24 con una desviación estándar de 17.82. El Análisis de confiabilidad de la prueba de diagnóstico se realizó por medio de la técnica "Alfa de Cronbach", obteniendo un valor de 0.73.

Análisis de niveles de comprensión de los sujetos en propiedades logarítmicas

Ítem 1e

Determine, según considere, si la siguiente igualdad es verdadera o falsa. Justifique

$$\log_2(3+x)=\log_2 3\cdot\log_2 x$$

Esta pregunta tiene como objetivo investigar si los sujetos perciben correctamente la propiedad de los logaritmos $\log_a x+\log_a y=\log_a(xy)$ y no que el logaritmo de una suma pasa a ser el producto de logaritmos.

Las respuestas al ítem presentaron, en la muestra tomada, principalmente los siguientes errores:

a) Escriben que es verdadero y justifica con una propiedad falsa, o bien que es falso y no justifican.
b) Mencionan que es verdadero pero que desconocen la razón.
c) Mencionan que lo que multiplica pasa a dividir.
d) Confunden los conceptos de argumento y factor, argumento y exponente, argumento y raíz.

En cuanto a la clasificación de los sujetos de estudio por categorías del modelo SOLO según las respuestas dadas al ítem se obtuvo:

Nivel	Curso Introductorio
Preestructural	43
Uniestructural	17
Multiestructural	34
Relacional	10
Total	104

Se observa que el 58% (60 de 104) de estudiantes se encuentran en los dos primeros niveles; casi el 33% (34 de 104) se ubican en el nivel multiestructural, y muy pocos, casi el 10% se encuentran en el nivel relacional.

Debido a que en el examen de diagnóstico las estudiantes 829 (en adelante D) y 999 (en adelante P) presentaron de los principales errores en el ítem (nivel uniestructural) se le entrevistó después de recibir instrucción durante un semestre en un curso introductorio para comparar sus conceptualizaciones con respecto al examen de diagnóstico.

En el examen de diagnóstico la respuesta brindada por D fue:

(e) $\log_2(3+x) = \log_2 3 \cdot \log_2 x$

Verdadero. se suman.

Mientras que la respuesta brindada por P fue:

(e) $\log_2(3+x) = \log_2 3 \cdot \log_2 x$ (1 PUNTO)

Es verdadera por la propiedad del logaritmo: $\log_x(a+b) = \log x^a \cdot \log$

D interpretan incorrectamente que al tener un producto de logaritmos, estos se convierten en un solo logaritmo y se suman los argumentos. Por lo que la menciona que la igualdad es verdadera. Se ubican en un nivel uniestructural, pues fija su atención en que debe sumar los argumentos, pero confunde la propiedad $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ por la propiedad $\log_a(x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$

P centra su atención en una propiedad de logaritmos que "inventa" para justificar que la igualdad sea verdadera. Escribe que $\log\ x^{(a+b)} = \log\ x^a + \log$. Se ubica en el nivel uniestructural.

En la entrevista se le plantearon los siguientes ejercicios

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes igualdades es verdaderas?

(a) $\frac{\log_2 x}{\log_2 y} = \log_2\left(\frac{x}{y}\right)$

(b) $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$

(c) $\log_2 x \cdot \log_2 y = \log_2(x+y)$

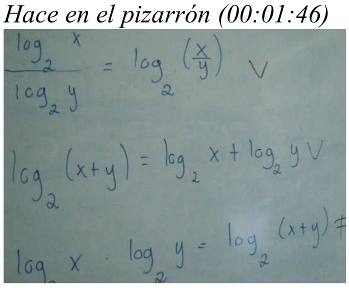
Cuyo objetivo era determinar si el estudiante había asimilado la veracidad de algunas propiedades logarítmicas y comparar sus respuestas con las brindadas en el examen diagnóstico.

D reaccionó de la siguiente manera en la entrevista:

Ejercicio 1

D: Este yo creo que esta también es verdadera y esta es la falsa (dirigiéndose a la tercera igualdad).

Hace en el pizarrón (00:01:46)



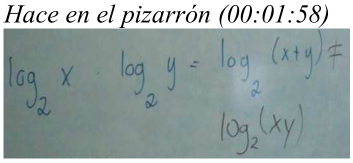
E: Ok. Por qué?

D: ¿Por qué, qué? ¿Por qué es verdadera o porque es falsa?

E: No, ¿por qué es la única falsa? (dirigiéndose a la tercera igualdad)

D: Diay porque yo creo que debería ser así.

Hace en el pizarrón (00:01:58)



Uniestructural: cree que se deben multiplicar los argumentos.

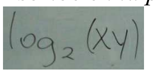
E: Ok. […] porque crees que es así?

D: Di por la, por la multiplicación nada mas se agarra esto y no se tomo lo mismo (señalando los argumentos)

E: Los argumentos los multiplicás?

D: Si.

D: Creo que si, no suave, espérese, espérese un momento, […] ya me confundí porque yo creo que esto (señalando la segunda igualdad) más bien se pasaba para abajo, no? Si era suma. No esto se multiplicaba si era suma y si era resta se pasaba para abajo yo creo que era así.
E: Como crees que es la verdadera propiedad? Escríbala allá a ver.
D: Esta, aquí?
E: Aja. Eso que estás diciendo que, que fue lo que dijiste acá?
D: Diay si me dan eso, creo que era así. […] Suave no. Era así, y si era una resta más bien la "y" se pasaba para abajo.
Escribe en la pizarra (00:03:11).



E: Ok. Eso a que es igual?
D: A esto (subraya la parte derecha de la igualdad 2).

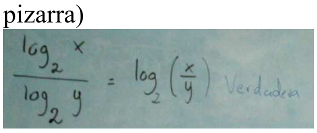
Relacional: logra autoevaluarse y dar la propiedad correcta.

E: A esto. Ok.
A: Creo que era a eso, pero es que en logaritmos yo soy malísima.
E: Entonces esta no sería verdadera? (dirigiéndose a la segunda)
A: No, [inaudible].
E: Ok. Y la de abajo?
A: La de abajo, esa fue lo que me quede así.[…], no la de abajo es verdadera entonces, creo que si, la de abajo es verdadera.
E: Ok.

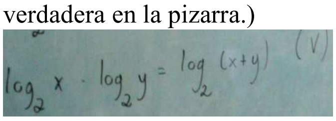
D supera su nivel de razonamiento uniestructural del examen de diagnóstico. Ahora se ubica en un nivel de razonamiento multiestructural, pues a pesar de que brinda en forma correcta la propiedad, aún las confunde y menciona que la última es una propiedad correcta. D reprueba el curso con nota 50.

P reaccionó de la siguiente manera en la entrevista:

P: supongo que esto es verdadero porque tienen bases iguales (señalando la primera opción de la pizarra)

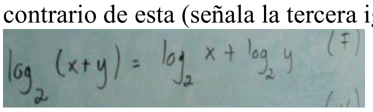


E: Eso porque son bases iguales entonces pasa a una sola base.
P: Ajá, digamos el logarítmo tiene base dos entonces, no se, me imagino. Luego diay por eso mismo supongo que esto también (señalando la segunda igualdad de la pizarra).
E: Ok.
P: Aunque si fuera por las bases de potencia lo que esta bien es este, entonces no se.
E2: Repita eso último que dijiste.
P: Que diay, es que digamos por las propiedades de potencias cuando se están multiplicando bases iguales se suman los exponentes. (Señalando la tercera igualdad).
E: Aja.
P: Entonces por eso yo asumiría que esta es verdadera (señalando la tercera igualdad), […] pero no se.
E: Esta la ponés verdadera (y escribe V de verdadera en la pizarra.)



Uniestructural: cree debe utilizar propiedades de potencias.

P: Si por eso no se.
E: Y la de en medio?
P: No se. […] Diay falsa pero no se porque (escribe F en la segunda igualdad). Porque es el contrario de esta (señala la tercera igualdad)



Uniestructural: no sabe justificar por qué es falsa.

E: Ok. Por descarte?
P: Si.

P se mantiene en el nivel uniestructural del examen de diagnóstico, pues utiliza leyes de potencia para justificar la igualdad o bien no sabe porque son falsas. P aprueba el curso con nota 75.

Principales errores cometidos en ecuaciones exponenciales

4b) Resuelva la ecuación $5^{x-2} = 3$

Esta pregunta tiene como objetivo investigar si los sujetos saben resolver una ecuación exponencial, donde se aplicar logaritmos a ambos lados de la igualdad o bien utilizar la propiedad $a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y$.

Las respuestas al ítem presentaron, en la muestra tomada, principalmente los siguientes errores:

a) Utilizan propiedades incorrectas de la expresión exponencial.
b) Mal uso de la propiedadad para pasar de la ecuación exponencial a logarítmica.
c) Hayan los valores de x, pero no dan el conjunto de solución.

En cuanto a la clasificación de los sujetos de estudio por categorías del modelo SOLO según las respuestas dadas al ítem se obtuvo:

Nivel	Curso Introductoria
Preestructural	70
Uniestructural	13
Multiestructural	19
Relacional	2
Total	104

La mayoría de estudiantes (67%) se encuentran en el nivel Preestructural, casi el 31% (32 de 104) se ubican los dos niveles intermedios y sólo 2 estudiantes alcanzan el último nivel.

Debido a que en el examen de diagnóstico la estudiante 829 (en adelante D) no respondió al item (nivel preestructural) se le entrevistó después de recibir instrucción durante un semestre en un curso introductorio.

En la entrevista se plantearon los siguientes ejercicios

1. Despejar x en la expresión $5^x = 7$
2. Calcular $4 \cdot 3^{r+s}$
3. Despejar t en la expresión $r^{ct-b} = e$

Cuyo objetivo es conocer el trabajo algebraico que realiza y determinar si puede despejar una variable en una las ecuaciones exponenciales.

4. Resolver las siguientes ecuaciones

(a) $2 = 4 \cdot 5^{x-1}$

(b) $2^x - 2^{2x} = 1$

Cuyo objetivo es determinar si el estudiante sabe resolver una ecuación exponencial.

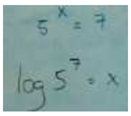
Se desea evaluar el nivel de razonamiento mostrado en ejercicios similares a los del examen de diagnóstico. Además, estos tipos de problemas son abordados en los cursos universitarios introductorios.

D reaccionó de la siguiente manera en la entrevista:

E: Esta bien. Vamos a pasar a la siguiente. Esta es despejar "x" en la siguiente expresión […].

D: Ay no. Es así, no?

Hace en el pizarrón (00:04:39)



E: Ah ok, eso sería "x" despejado?

D: A bueno diay no eso se mete en la calculadora, yo creo y ya.

E: Aquí hay calculadora. [..]

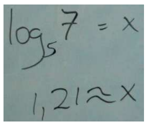
D: (borra la expresión y la cambia) […]

E: Ahí qué estás haciendo?

D: Diay no nada mas la metí aquí.

E: Calculando ese logarítmo?

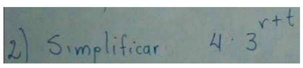
D: Si (escribe en la pizarra el resultado que le dio la calculadora)



Relacional: autoevalúa su respuesta y corrige de manera correcta.

E: Ok. Simplificar esto.

Escribe en la pizarra (00:09:55)



D: Eso si que no tengo la mas mínima idea.

E: O lo dejarías así?

D: Es que no puedo hacer estos iguales (señalando el 4 y el 3), entonces no se.

E: Ok.

D: No sabría.

E: Ahora, vamos a resolver la siguiente, como despejarías "t" de aquí?

3. Despejar t en la expresión $r^{ct-b} = e$

Escribe en la pizarra (00:07:33)

D: No tengo idea. La verdad no tengo idea.

E: Que hiciste aca? (vuelve a escribir la operación del ejercicio 1)

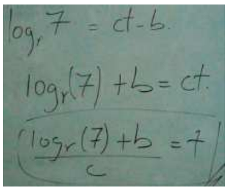
D: Si lo convertí en logarítmo, pero esto no me acuerdo a que equivale. (Señalando la e)

E: Ahh, no importa, en realidad ahí puede ser "e" o puede ser cualquier otra expresión, puede ser una "j" o un 3.

D: Ah ok ok.

E: O inclusive el mismo 7

D: Despeja. (00:08:50)

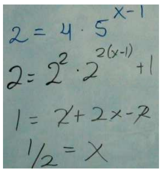


Relacional: logra despejar de manera correcta con un poco de guía.

E: Ok. Resolver las siguientes ecuaciones.

D: Resuelve la primera ecuación (segundo video 00:00:20)

La estudiante hace lo siguiente:



Multiestructural: centra su atención en la propiedad de bases iguales implica exponentes iguales.

D: Como?

E: Que hiciste de aca a aca?

D: Di esa es la única manera de convertir ese 5 en un 2 a la algo. Diay dos a la dos cuatro más uno cinco.

E: Más uno, ok. Y de aca a aca?

D: Diay agarro lo de arriba no?

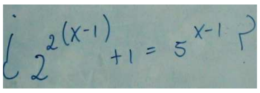
E: ok. El exponente del dos es uno, el exponente del dos es dos, y luego aca el exponente del dos es… dos equis menos dos, es este exponente.

D: Si este, pero con este no supe que hacer (señalando el último uno del lado derecho de la igualdades) entonces no lo metí.

E: Ok. lo dejas fuera

D: Diay es que… Si es que no se que hacer con este uno, o sea no se como convertir este cinco.

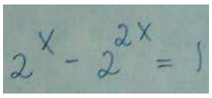
E: Ok. Y cuanto es dos a la dos equis menos uno mas uno, esto es igual a la cinco equis menos uno. Pregunta.



D: No, no seria lo mismo pero si no es de esa manera no se como se hace.

E: Ok y esta otra como lo harías? Ahorita vemos esta otra. También "estorba" el uno.

D: Si estorba un montón. Si no ahí no tengo ni idea que hacer con ese uno.



D supera su nivel de razonamiento preestructural del examen de diagnóstico. Ahora se ubica en un nivel de razonamiento multiestructural, pues a pesar de que puede resolver ecuaciones sencillas donde aplica de manera correcta la propiedad $a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y$, no generaliza a procedimientos similares. Además, insiste en utilizar la propiedad $a^{g(x)} = a^{f(x)}$ donde no tiene bases iguales.

CONCLUSIONES

Los estudiantes entrevistados tienen un leve crecimiento en sus niveles de razonamiento después del proceso de instrucción, sin embargo, no alcanzan el nivel relacional que se requiere para que integren diversos aspectos como un todo coherente con estructura y significado.

Algunos estudiantes siguen teniendo errores al interpretar las propiedades de los logaritmos, pues las confunden y le aplican linealidad a las operaciones básicas, en el sentido de que al logaritmo de una suma creen que es igual a la suma de los logaritmos, el logaritmo de un cociente lo interpretan como el cociente de logaritmos y así sucesivamente.

Los estudiantes muestran problemas para diferenciar si tienen que simplificar una expresión o resolver una ecuación, pues siempre esperan que aparezca el signo de igualdad. Muchas veces el trabajo algebraico previo que exige el resolver una ecuación exponencial hace que el estudiante altere la expresión para poderla llevar a una propiedad válida lo antes posible.

Los estudiantes deben ser sometidos a procesos metacognitivos en los que autorregulen su propio aprendizaje, de tal manera que busquen las conexiones que se requieren para alcanzar el nivel relacional. Así lo mencionan Del Puerto, Minnaard y Seminara (2004) en que recomiendan, citando a Sócrates, que "*es a través de la crítica racional y la autocrítica como podemos examinar y corregir los errores, para de esta forma lograr el conocimiento genuino*".

REFERENCIAS

Astorga, Alcides. (2007). *Errores de los estudiantes en la construcción del conocimiento matemático a nivel de secundaria.* Memorias del V CIEMAC, Cartago, Costa Rica.

Bachelard, Gastón. (1976). La formación del espíritu científico. 5 ed. México: Siglo Veintiuno, editores, S.A.

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). Evaluating the quality of learning: The Solo Taxonomy. Academic Press, New York.

Del Puerto, S., Minnaard, C., Seminara, S. (2004). *Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas.* Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653).

Godino, Juan; Batanero Carmen y Font Vicenç (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada. Distribución en Internet: *http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestro/*

Pochulu, Marcel. (2005). *Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad.* Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653).

Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria***.** Universidad La Laguna. Distribución en Internet: *http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2095380*

Ramírez, G., Chavarría J., Barahona, C., Mora, M. (2009). *Análisis de las conceptualizaciones erróneas en conceptos de geometría y sistemas de ecuaciones: un estudio con estudiantes universitarios de primer ingreso.* Revista Virtual de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Educación Matemática, Grupo Editorial Iberoamérica, México, D.F.

Ruiz, A. (2006). *Escuela francesa de didáctica de las Matemáticas y la construcción de una nueva disciplina científica, Costa Rica: San José*. CIMM/UCR.

ALGUNAS DEMANDAS ACTUALES EN EDUCACIÓN CON TICS: INSUMOS PARA UN MODELO POR COMPETENCIAS

Máster Yuri Morales López[1]
Lic. Ricardo Poveda Vásquez[2]

Resumen

El objetivo de este trabajo es ofrecer una perspectiva sobre el conocimiento de las demandas que diversos actores del sistema (trabajador en Educación, alumno, padre de familia e institución educativa). Para esto, se ha analizado y resumido, por medio de tablas, cuáles eran las demandas de la sociedad a cada actor hace 5 años y cómo ese actor enfrentó esas demandas hace 5 años. Además, cuáles son las demandas actuales y en qué forma deberían ser atendidas estas demandas.

Este trabajo se enmarca en el proyecto de competencias tecnológicas en la formación de formadores en Matemática planteado en el 2009 y cuyo inicio se espera para el segundo semestre del 2010 en la Universidad Nacional (Costa Rica).

Palabras clave: demandas educativas, enseñanza, aprendizaje, tecnología.

SOME CURRENT DEMANDS IN EDUCATION WITH ICT: INPUTS FOR A COMPETENCY MODEL

Asbtract

The aim of this paper is to provide a perspective on the knowledge of the demands that various actors in the system (working in education, student, parent and school). For this, we have analyzed and summarized by means of tables, which were the demands of society to each actor for 5 years and what the actor faced such demands 5 years ago. Also, what are the current demands and how these demands should be met.

This work is part of the project of technological competencies in teacher training in Mathematics raised in 2009 and whose launch was expected in the second half of 2010 at the Universidad Nacional (Costa Rica).

Keywords: demands, teaching, learning, technology.

I. INTRODUCCIÓN

La sociedad costarricense, está hoy, mucho más ligada a las tendencias e influencias de todos los sectores y países del mundo. Al parecer, esa sociedad del conocimiento en la que se ha depositado mucha de la esperanza para nuestro desarrollo, cuenta con extrema influencia de los errores y deficiencias que se han perpetuado desde varios años atrás.

El sector de la educación en Costa Rica no está aislado de tal situación. Por un lado, se cuenta con un sistema educativo que, poco a poco, fortalece su cobertura pero que, en contraposición, carece de mecanismos sólidos para asegurar la permanencia en primaria y secundaria, como se afirma en el I Informe del Estado de la Educación de este país.

[1] Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Costa Rica. ymorales@una.ac.cr
[2] Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Costa Rica. rpoveda@una.ac.cr

Junto a este reto, se eleva una tarea de mayor proporción: el mejoramiento de la calidad. El sistema cuenta por sí mismo, con muy pocas unidades especializadas en la calidad de lo que se ofrece en el aula; aunque esto es preocupante, más preocupante aún es que el sistema no cuenta con la capacidad de discriminar entre los docentes (en términos de capacidad y conocimiento). Es decir, a excepción de los profesores de idioma Ingles que son contratados en propiedad dependiendo que demuestren sus capacidades con una prueba, todas las otras asignaturas están siendo atendidas por personas que podrían no ser aptas para impulsar ese mejoramiento en calidad.

Claro está que parte de la problemática mencionada se traslada, también, a la formación y capacitación que puedan recibir los docentes en técnicas y metodologías alternativas que procuren que los estudiantes culminen exitosamente tal proceso.

Es aquí donde la tecnología puede ser una valiosa herramienta. Esta puede ser valorada como un vehículo para el alcance de los objetivos propuestos o simplemente como un instrumento que, con adecuada utilización, puede convertir al proceso, en alguna medida, atractivo y motivante; para tal fin, el objetivo de este trabajo es ofrecer una perspectiva sobre el conocimiento de las demandas que diversos actores del sistema (trabajador en educación, alumno, padre de familia e institución educativa). Para esto, se ha analizado y resumido, por medio de tablas, cuáles eran las demandas de la sociedad para cada actor hace 5 años y cómo ese actor enfrentó esas demandas. Además, cuáles son las demandas actuales y en qué forma deberían ser atendidas estas demandas.

II. MARCO TEÓRICO

El sistema como tal, no puede ser considerado solamente por sus reglamentos y políticas, sino más bien, como el conjunto de todos sus actores, y todas las posibles formas en que conviven estos agentes. Por tal razón, el sistema no puede avanzar si se desconoce la forma en que se desarrollan los acontecimientos en los que se involucran todos los participantes.

De la misma forma en que las personas no necesariamente avanzan aunque sean estimulados, el sistema requiere que los esfuerzos que se realicen no provengan, únicamente, de la inversión irracional en uno o dos factores de toda la problemática.

La calidad de la educación, por tanto, no vendrá representada por la inversión aislada, sino, por el nivel de dinamismo que se le pueda implementar al sistema, de tal manera que concuerde con un régimen protegido internamente (en términos de inversión, valores y necesidades), pero que a su vez, este acorde con las condiciones que la globalización ha determinado para cada país. Lo que parece estar claro es que este proceso de globalización en nuestro contexto no solo se refiere a la forma en que se comercia, sino que, tal vez con mayor importancia, define la forma en que se accede y maneja la información.

Aunque Costa Rica ha mantenido una de las mejores inversiones en educación de la región, parece no haber podido resolver la forma en que desea el mejoramiento del acceso y calidad de la educación; es decir, este país se caracteriza por una fuerte inversión en cobertura pero ha dejado de lado la calidad; tal problemática se refleja en el segundo informe del Estado de la Educación (2008),

> *Los progresos alcanzados en materia de cobertura, acceso y equidad en la educación general básica, el ciclo diversificado y la educación superior han permitido avanzar en los procesos de democratización. Sin embargo, esta misma dinámica ha presionado sobre la calidad educativa y existen indicios de que las debilidades presentes en esta área constituyen una barrera que dificulta continuar ampliando la cobertura en la educación secundaria y en la universitaria.* (Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible de Costa Rica, 2008, p. 24)

Igualmente, tal calidad no se desprenderá de la inversión solamente de recursos económicos, sino que dependerá más de la forma en que el sistema logre acercar y vincular a todos los actores del proceso (los educadores, el estudiante, padre de familia e institución educativa).

Estas afirmaciones están sumamente relacionadas a la forma en que se concibe los logros durante el proceso; Así pues, no se puede pensar en que los logros del sistema se medirán exclusivamente en la memorización de la información, porque el contexto en que se desarrolla nuestro país, requiere de profesionales con competencias más allá de la teoría como tal. Tales destrezas como la aplicación del conocimiento adquirido y la convivencia (aprender a ser) no se crearán basando el sistema educativo en el modelo tradicional.

Tales destrezas no podrán ser improvisadas por un gobierno de turno ni por un sistema desarticulado. Estas capacidades son el resultado de las demandas de todos los sectores en conjunto (sector económico, tecnológico y social) y en este momento ya muchas son una exigencia.

En años anteriores, por ejemplo, se lograba percibir como la mayoría de los estudiantes podría terminar la educación general y diversificada sin tener la necesidad de enfrentarse a una computadora. Hoy, la perspectiva del estudiante no solo se enrumba en la comprensión en el manejo de la misma, sino que, en algunos casos, es el mismo estudiante quien demanda mayor conocimiento, que va desde el manejo básico, hasta la comprensión de la computadora como una herramienta para la vida (comunicación en redes sociales, divulgación en la red, redes académicas, entre algunos)

No es el objetivo formar personas que tengan únicamente destrezas básicas en el uso de ordenadores o cualquier otra habilidad que el sector académico considere valiosa, sino más bien, conocer las demandas que cada sector requiere, conocer cómo atenderlas y promover programas educativos flexibles a la altura de tales demandas. Para tal fin, evidentemente la perspectiva académica (el trabajador en docencia) tiene un valor representativo, pero no debe ser el único.

Además de esto, no solo se pretende conocer lo que se espera del sistema sino que, de manera consecuente, se pretende tender una mejor comprensión en lo que respecta a tales demandas. Para simplificar la forma en que se muestra la información al lector, se ha decidido construir dos matrices (tablas 1 y 2) en las que se muestran cuáles eran las demandas de la sociedad respecto a cada actor hace 5 años y cómo ese actor enfrentó esas demandas (**Tabla 1**), y cuáles son las demandas de la sociedad para ese actor en la actualidad y cómo debe enfrentar ese actor las demandas actuales de la sociedad (**Tabla 2**).

Al final de este apartado se muestra un mapa conceptual el cual representa un análisis de la información construida para cada agente confrontándolo con las distintas etapas consideradas (hace 5 años y la actualidad)

Tabla 1
Demandas de la sociedad respecto a cada actor hace 5 años y cómo ese actor enfrentó esas demandas hace 5 años

Actores del Proceso Educativo	¿Cuáles eran las demandas de la sociedad a ese actor hace 5 años?	¿Cómo ese actor enfrentó esas demandas hace 5 años?
Trabajador en Educación	1. Cambio de rol (instructor, experto tecnológico), dejando de lado el autoritarismo. 2. Uso de las TIC para la enseñanza, principalmente la computadora y el software.	1.1 Cambiando de una pedagogía basada en la memorización a una educación integral. 1.2. Dejando de ser el soporte exclusivo de la comunicación educacional. 2. Capacitándose en el uso de las TIC, principalmente en el uso de software para la enseñanza.
Alumno	1. Uso adecuado de la información y de la tecnología. 2. Respeto al ambiente.	1. Accediendo a las nuevas tecnologías y categorizando la información. 2. Sensibilizando sobre la problemática del ambiente.
Padre de Familia	1. Educación en valores.	1. Faltó compromiso de la familia en la educación de sus hijos, particularmente en la educación de valores.
Institución Educativa	1. Universalización de la educación, esto es, educación para todos y todas. 2. Reducir la brecha tecnológica. 3. Expansión industrial, movimientos migratorios, posición de las mujeres, globalización y problemática del ambiente.	1. Modificación organizativa y curricular, objetivos flexibles y participativos. 2. Buscando convenios con organizaciones privadas. Además se ha dado cobertura digital a la educación primaria (Costa Rica) 3. Se incorporaron en el currículo los temas transversales, los pilares del conocimiento: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a ser, aprender a vivir juntos.

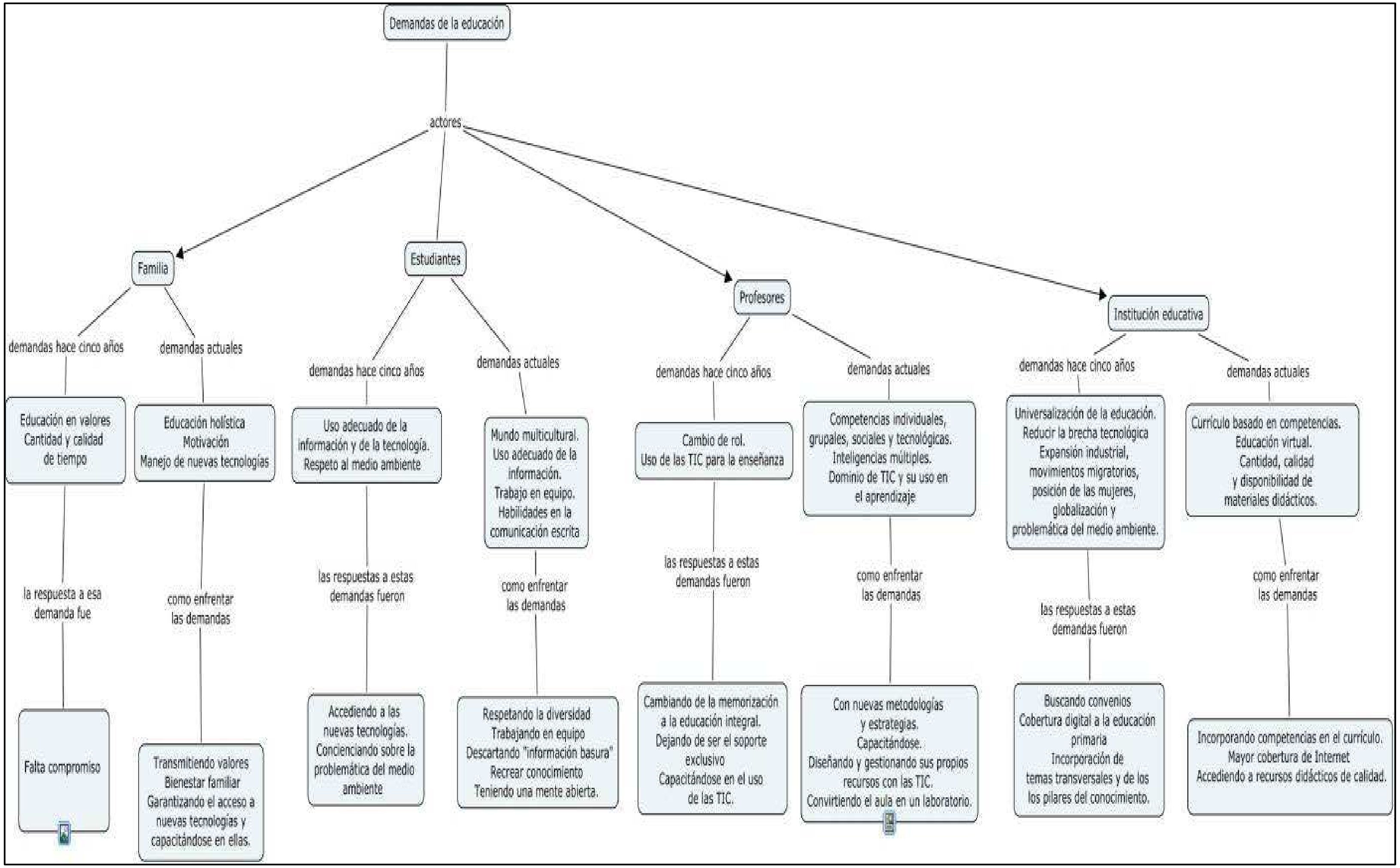
Tabla 2

Demandas de la sociedad para ese actor en la actualidad y cómo debe enfrentar ese actor las demandas actuales de la sociedad

Actores del Proceso Educativo	¿Cuáles son las demandas de la sociedad a ese actor en la actualidad?	¿Cómo debe enfrentar ese actor las demandas actuales de la sociedad?
Trabajador en Educación	1. Competencias individuales, grupales, sociales y tecnológicas. 2. Inteligencias múltiples. 3. Dominio de TIC y su uso en el aprendizaje.	1.1 Indagando nuevas metodologías y estrategias que incluyan actividades motivadoras, colaborativas, globalizadas y aplicadas. 1.2 Capacitándose en competencias y virtualidad. 2. Capacitándose en inteligencias múltiples. 3. Diseñando y gestionando sus propios recursos con las TIC, convirtiendo el aula en un laboratorio.
Alumno	1. Aprender a vivir en un mundo multicultural. 2. Uso adecuado de la información obtenida. 3. Trabajo en equipo. 4. Habilidades en la comunicación escrita (virtualización).	1.1. Respetando la diversidad. 1.2. Trabajando en equipo. 2.1 Descartando "información basura" que existe en Internet. 2.2 Recrear conocimiento. 3. Teniendo una mente abierta, compartiendo con otros sus experiencias y trabajos. 4. Practicando en foros, chats y trabajos colaborativos.
Padre de Familia	1. Educación holística. 2. Motivación hacia el estudio y la superación personal. 3. Manejo de nuevas tecnologías.	1. Transmitiendo valores, ideales, pensamientos y conceptos de la sociedad a la que pertenece. 2. Bienestar y estabilidad familiar. 3. Garantizando el acceso a nuevas tecnologías para la educación de los hijos y capacitándose en ellas.
Institución Educativa	1. Currículo basado en competencias. 2. Educación virtual. 3. Cantidad, calidad y disponibilidad de materiales didácticos.	1. Actualizando el currículo, incorporando las competencias. 2. Buscando que la mayoría de escuelas y colegios tengan Internet para el desarrollo del e-learning. 3. Accediendo a recursos como televisión, cine, Internet, mapas, museos y establecimientos de los alrededores, la frutería o verdulería del barrio, el padre que sabe algo especial.

Mapa conceptual 1

Demandas de la Educación



IV. CONCLUSIONES

Los diferentes actores de la educación han tenido cambios siempre, pero esos cambios han sido más frecuentes y radicales en los últimos cinco años. La globalización, incorporación de las tecnologías digitales en la mayoría de las actividades que realiza el ser humano y la multiculturalidad, son algunas razones de las transformaciones que está viviendo la educación.

Las instituciones educativas y las autoridades a cargo del sistema educativo, deben reflexionar y actuar sobre el currículo, para que este sea abierto y flexible. Además, deben abrir espacios de capacitación continua para los docentes para prevenir las brechas entre la cultura docente y la cultura tecnológica, y así incorporar nuevas tecnologías masivamente, para reducir la brecha digital.

El papel del profesor ha quedado totalmente transformado, pues ahora el docente debe ser un tutor, orientador, motivador y experto tecnológico y, por ende, necesita nuevas competencias (tecnológicas, sociales y de comunicación, teóricas y psicopedagógicas) para desenvolverse adecuadamente ante estos cambios.

Respecto a las y los estudiantes, poco a poco, están pasando de ser un agente pasivo en su aprendizaje a un agente activo, donde, a través de Internet y las tecnologías digitales, están rodeados de mucha información; así, estos deben desarrollar capacidades para encontrar, resumir y comprender la información correcta.

Desde nuestra perspectiva, consideramos que el papel de los padres de familia en la educación ha sido pasivo, y en las demandas actuales, se busca que la familia sea parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, siendo esta un ente motivador, transmisor de valores y actitudes ante la vida. Por último, es necesario que estos cuatro agentes (Institución, estudiantes, docentes y familia) se unan y desarrollen las demandas expuestas en este trabajo para que la educación tenga un rumbo más acorde a este nuevo siglo.

V. BIBLIOGRAFÍA

Amar, J. (2000). La función social de la Educación. Investigación y Desarrollo, julio (11), 74-85. Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.

Baeza, S. (1999). El rol de la familia en la educación de los hijos. Recuperado el [setiembre, 2009] desde [http:// www.salvador.edu.ar/psi/publicaciones/ua1-9pub01-3-06.htm]

Braslavky, C. (2006). Diez factores para una educación de calidad para todos en el siglo XXI. Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en educación. vol. 4. Recuperado el [setiembre, 2009] desde [http://www.rinace.net/arts/vol4num2e/art5_htm.htm]

Cañas, A. y Novak, J. (2006) Re-examinando los fundamentos para el uso efectivo de mapas conceptuales. A. J. Cañas, J. D. Novak (Ed) en Proc. of the Second Int. Conference on Concept Mapping. San José, Costa Rica, 2006. Recuperado el 10 de agosto de 2008.

Escamilla, J. (2007). Hacia un aprendizaje flexible sin fronteras y limitaciones tradicionales. En Armando Lozano Rodríguez y José Vladimir Burgos Aguilar (Ed.), Tecnología educativa en un modelo de educación a distancia centrado en la persona (pp 21-52). México: Limusa.

Fernández, R. (sf). Competencias profesionales del docente en la sociedad del siglo XXI. Recuperado el [setiembre, 2009] desde [http://www.educarenpobreza.cl/UserFiles/P0001/Image/estion_portada/documentos/D-24%20Doc%20\competencias%20docentes%20(ficha_57).pdf]

Hopenhayn, M. (2002). Educar para la sociedad de la información y de la comunicación: una perspectiva latinoamericana. Revista Iberoamericana de Educación, número 30. Organización de Estados Iberoamericanos (OEI Ediciones).

Novak , J. y Cañas, A. (2006). La Teoría Subyacente a los Mapas Conceptuales y cómo construirlos. Recuperado el [setiembre, 2009] desde [http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1FPWBXTLF-1FXDD5S-J56/teoria%20subyacente%20mapas%20conceptuales.pdf]

Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible de Costa Rica (2005). Primer Estado de la Educación / Consejo Nacional de Rectores. 1 ed. San José C.R.

Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible de Costa Rica (2008). Segundo Estado de la Educación / Consejo Nacional de Rectores. 2 ed. San José C.R.

Rodríguez, A. (2006). Sobre el estudiante virtual. Recuperado el [setiembre, 2009] desde [http://portales.puj.edu.co/javevirtual/portal/Documentos/Publicaciones/Publicacion_2006.pdf#page=39]

Tejada, J. (2000). La educación en el marco de una sociedad global: Algunos principios y nuevas exigencias. Profesorado: Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 4(1), 1-13. Universidad de Granada, España (pp. 1-13).

El trabajo conjetural con el uso del GeoGebra

Parodi, Carlos[1] – Ferreyra, Nora[2] – Scarímbolo, María Daniela – Rechimont, Estela

Nivel Educativo: Terciario
Palabras clave: Conjeturar – Área – Formación Docente

Resumen

A partir de las dificultades detectadas en los alumnos en torno a la demostración en Matemática, surge la inquietud de cómo se aborda este tema en el aula, en distintos niveles del Sistema Educativo Argentino. Por ello decidimos analizar, como punto de partida, si los docentes de EGB1 y EGB2 utilizan, y de qué manera, la demostración como proceso de validación de resultados o proposiciones.
Trabajando con docentes de esos niveles una de las actividades propuestas fue resolver un problema que involucra, entre otros elementos, la construcción de un rectángulo y la comparación de áreas. En esa oportunidad se buscó analizar el sentido de los procesos de prueba que se utilizan en su resolución, y ver de qué manera se llega a la convicción de la validez del resultado.
En este trabajo pretendemos analizar la experiencia, a la que le hemos incorporado un nuevo instrumento que es el software educativo GeoGebra, con la firme intención de avanzar principalmente en la formulación de una conjetura. Mostramos un análisis a priori de la actividad con el uso del programa y dejamos para otra ocasión su puesta en escena de la tarea con otros docentes del área de matemática.

Introducción

En el transcurso de distintos períodos de nuestra actividad como docentes del Profesorado en Matemática y Profesorado de EGB1 y EGB2, observamos que alumnos que cursan los primeros años de estas carreras en la UNLPam, presentan dificultades en el aprendizaje de los procesos de argumentación, justificación o fundamentación de conceptos presentes en la solución de alguna situación-problema.

La validación juega un papel esencial en la Matemática, y en ella están implícitos los procesos de explicación, prueba y demostración. Si bien, para los matemáticos es habitual el hecho de "demostrar", para la mayoría de los estudiantes es algo ficticio, sin sentido y de difícil acceso. En la clase de matemática, éstos son los principales obstáculos a superar por el docente y en la búsqueda de elementos que lo ayuden, analizamos de qué manera lo puede hacer el uso del GeoGebra en el aula. La actividad que proponemos fue ya puesta en práctica y analizada, pero se procura retomarla con esta nueva propuesta: realizar la actividad haciendo uso del software.

Marco Teórico

N. Balacheff llevó a cabo una investigación con el objetivo de "*descubrir y tener en cuenta la racionalidad que los alumnos tienen inicialmente, saber cómo funciona y cómo puede evolucionar, porque es a partir de esta racionalidad, en pro o en contra de ella, que los alumnos construirán el sentido de la demostración*" (Balacheff, 2000, p.5), hace precisiones respecto a la terminología utilizada que retomamos y que nos ayudará en nuestro análisis.

[1] Facultad de Ingeniería, U.N.L.Pam., Argentina. parodic@ing.unlpam.edu.ar
[2] Facultad de Cs. Exactas y Naturales U.N.L.Pam., Argentina. noraf@exactas.unlpam.edu.ar

Atendiendo a las diferencias señaladas por distintos investigadores, creemos conveniente distinguir entre “prueba”, “demostración”, “razonamiento” y “proceso de validación”.

Llamamos Prueba a toda explicación que sustenta y avala la validez de una proposición y es reconocida y aceptada por una comunidad determinada.

Entendemos por Demostración a un conjunto de enunciados convenientemente organizados de acuerdo a reglas establecidas, siguiendo una estructura formal.

Según Balacheff (2000, p.13), Razonamiento es la actividad intelectual no completamente explícita que manipula la información dada o adquirida, para producir una nueva información.

A un razonamiento se lo llama Proceso de Validación cuando tiene por objeto asegurar la validez de una proposición y, eventualmente, producir una explicación ó demostración.

Tipos de prueba

Balacheff clasifica las pruebas en dos grandes grupos, pragmáticas e intelectuales. Las primeras no permiten establecer la validez de una aserción en tanto que las segundas son, efectivamente, una prueba.

Dentro de las pruebas pragmáticas se hallan: el empiricismo ingenuo y la experiencia crucial; y entre las intelectuales: el ejemplo genérico y la experiencia mental.

Empiricismo ingenuo

“Este término se usa para denominar los procedimientos marcados por la ausencia de índices de procesos de validación. Las conjeturas se obtienen del examen de pocos casos y el problema de su validez no es abordado. Los estudiantes se fían de esas afirmaciones y manifiestan su confianza en los hechos o por medio de sus declaraciones” (N. Balacheff, 2000).

Experiencia crucial

Balacheff hace referencia a este tipo de procedimiento cuando esta marcado por una voluntad deliberada de someter a prueba una proposición aplicándola a un nuevo objeto matemático. Es decir, si trabajando sobre el rectángulo surge una conjetura, su validez será sustentada con la representación de una nueva situación en la que se aplique dicha hipótesis.

La experiencia crucial, según Balacheff, es utilizada, principalmente, para convencer a un potencial receptor del mensaje.

Ejemplo genérico

Considera los casos en los que "el procedimiento de prueba fue aplicado con el fin de extraer las *razones* de la validez de una aserción o conjetura, basándose en la representación de un polígono particular. El carácter genérico del ejemplo está relacionado con el hecho de que, en el procedimiento de los estudiantes, el ejemplo no se examina en sí mismo, sino para hacer explícito un modelo de acción que fundamente la conjetura" (Balacheff, N. 2000, p. 69). Aquí hace referencia a un polígono sobre el que basó su trabajo, pero en nuestro caso lo circunscribimos al del rectángulo del problema.

Las pruebas intelectuales: la experiencia mental

En esta categoría "no exigimos sino que la explicación de las razones, que fundamentan la validez de la proposición, se basen en un análisis de las propiedades de los objetos en juego. Estas propiedades no pueden ser testificadas por medio de sus representantes, sino deben ser formuladas en su generalidad" (N. Balacheff, 2000, p. 74).

Como bien lo expresa Balacheff "el medio más frecuente utilizado sitúa a la experiencia mental como originaria del ejemplo genérico. Consiste en basarse en individuos (casos particulares), no como representantes de una clase de objetos, sino como herramientas en la expresión lingüística" (N. Balacheff, 2000).

El software educativo

El Geogebra se presenta como un recurso informático para la enseñanza de la matemática que pretende atender principalmente a la etapa previa a la Universidad sin renunciar a los contenidos propios de la matemática superior.

La línea de comandos facilita la incorporación de los objetos que pueden ser gráficos o algebraicos y la traducción de unos a otros se presenta en ventanas que se pueden visualizar simultáneamente.

Si bien podríamos analizar si el entorno del GeoGebra es aceptado por el alumno como cercano, cómodo y manejable, es importante tener en cuenta que este recurso orientado al aprendizaje de la matemática debiera conseguir que la atención del usuario se centrara en la resolución del problema haciendo que las dificultades de comunicación con dicho entorno no constituyan un obstáculo adicional.

El trabajo conjetural de los alumnos en la utilización del GeoGebra se limita al problema del rectángulo. Nuestro trabajo se inició con su resolución sin el uso del software y luego con la ayuda del GeoGebra. Si bien la construcción de la figura puede conducirlos a modificar la interpretación del enunciado, la simplicidad de nuestro problema descarta toda posibilidad de nuevas interpretaciones al momento de su construcción con el programa. Con lo cual las dificultades relativas a su utilización son mínimas y resulta razonable aceptar que el entorno de trabajo del GeoGebra resulta ventajoso para el alumno.

Se pretende que en el proceso de resolución del problema se reafirme la intuición previa del resolutor o se redescubra una nueva conjetura del problema. Creemos, y no es nuestra intención en este trabajo, que si se le brinda este recurso de manera precipitada pueda atenuar el trabajo intuitivo del alumno.

La experimentación con el modelo construido no sólo es un proceso cómodo para el alumno cuando varía algunos puntos esenciales de su gráfica, sino que además es esencial observar las relaciones existentes entre objetos construidos a partir de otros iníciales, las cuales no siempre se mantienen. El problema propuesto muestra dos áreas a relacionar que en sí se vinculan con otros objetos construidos.

La búsqueda experimental de relaciones es un trabajo importante si pretendemos una enseñanza creativa. Para Pólya (1966), "*enseñar es dar la oportunidad a los estudiantes de descubrir por sí mismos*" es decir que tenga un importante caudal de observaciones para luego seguir los pasos que propone Pólya: "*primero conjetura, después demuestra*".

El GeoGebra es un software educativo de tipo Heurístico en el que predomina el aprendizaje experimental y por descubrimiento, donde el diseñador crea ambientes ricos en situaciones que el usuario debe explorar conjeturablemente. El usuario debe llegar al conocimiento a partir de experiencias, creando sus propios modelos de pensamiento, sus propias interpretaciones del problema, por lo que nos brinda un adecuado medio para nuestro objetivo, la formulación de la conjetura como paso fundamental y previo a la demostración.

Problema presentado a los docentes

Para que la solución de un problema requiera una prueba se necesita la motivación de la incertidumbre para asegurar, de alguna manera, el correcto resultado. La situación debe contener un desafío que al ser contradictorio genere el interés por formular una solución elaborada. El desafío puede originarse en una satisfacción intelectual o en una curiosidad por la verdad. Esto implica buscar problemas específicos, cuya solución requiera de la elaboración de una serie de justificaciones sólidamente fundamentadas que encadenadas entre sí aseguren la verdad de la respuesta.

El siguiente problema figura como una proposición en Puig Adam (1965, pp. 176) y ha sido reformulado como problema por Carmen Sessa (Programa Prociencia (CONICET) 1998). Utilizamos esta última versión para analizar los procesos de validación implicados en su resolución por parte de docentes en servicio.

Problema

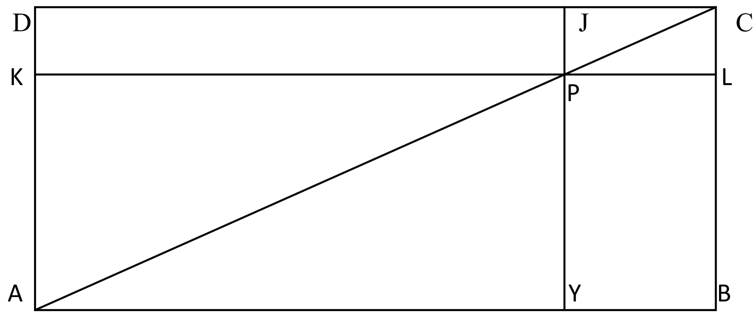
Construyan un rectángulo $ABCD$ *con* $\overline{AB} = 10\,cm$ *y* $\overline{BC} = 6\,cm$. *Sobre la diagonal* $\overline{AC}$ *marquen un punto* P *a 9 cm de* A. *Tracen una paralela al lado* $\overline{AD}$ *que pase por* P. *Cortará a* $\overline{AB}$ *en Y y a* $\overline{CD}$ *en J. También por P tracen una paralela al lado* $\overline{AB}$ *que cortará al lado* $\overline{AD}$ *en K y a* $\overline{BC}$ *en L.*

¿Cuál de los dos rectángulos $YBLP$ *o* $KPJD$ *tiene mayor área?*

Se propuso a los docentes examinar la situación planteada por el problema, resolverlo y elaborar un análisis didáctico de dicha resolución. Para ello formaron grupos de trabajo. Una vez llegado a un acuerdo en cada grupo, confeccionaron un afiche para presentar los resultados. Se colocaron todos los afiches en el pizarrón para dar origen a una puesta en común de las distintas soluciones, donde cada equipo debía convencer a los otros de la validez de sus razonamientos.

Resolución del problema por parte de los docentes participantes

Para resolver el problema, los distintos grupos comenzaron representando, en sus hojas, la situación planteada por el problema, con una buena interpretación de los datos.



En la primera experiencia se realizaron mediciones de los lados de los rectángulos, calcularon y compararon las dos áreas a partir de esas medidas del dibujo correspondiente, confiando en él como si fuera “exacto”. Utilizaron conocimientos geométricos muy arraigados como dibujar, medir y calcular áreas elementales. La variedad de resultados no permitió decidir cuál de los dos rectángulos es el de mayor área, o si son iguales. Surgió así la necesidad de buscar otro recurso que no fuera la medición y aparecen así los siguientes procedimientos:

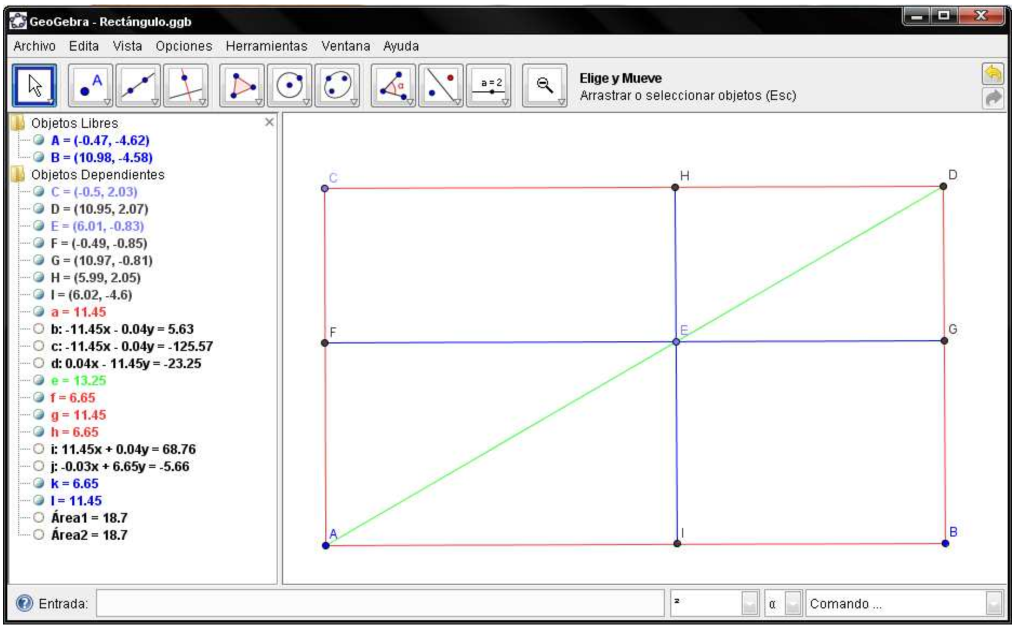
1. Aplicar Teorema de Pitágoras, lo que no les permitió llegar a ninguna respuesta (“no pudimos seguir”).
2. Medir los lados para calcular las áreas, como se obtuvieron pequeñas diferencias concluyen que el rectángulo JCPL es la cuarta parte de cualquiera de los otros dos rectángulos. Llegan a este resultado por “lógica”.
3. Utilizar diferentes reglas para efectuar las mediciones y repetirlas. En todos los casos la superficie de KPJD resultó ser mayor a la de YBLP.
4. Graficar el rectángulo en papel cuadriculado y contar los “cuadraditos”, llegando a que $\sup(\mathrm{KPJD}) > \sup(\mathrm{YBLP})$.
5. Dibujar el rectángulo a escala, con las medidas originales, y a través de embaldosado y traslación, es decir recortar uno de los rectángulos a comparar al superponerlo con el otro, se llega en todos los casos a que el de mayor superficie es YBLP. Sin embargo, creen que deberían ser iguales, pero no lo pueden justificar.
6. Sólo un grupo resolvió a través de un método distinto al de medición, diciendo que ambos rectángulos YBLP y KPJD tienen igual área ya que la diagonal $\overline{\mathrm{AC}}$ divide al rectángulo en dos triángulos de igual área, por lo tanto $\sup(\mathrm{ABC}) = \sup(\mathrm{ADC})$ y como $\overline{\mathrm{PC}}$ es diagonal de PLJC entonces $\sup(\mathrm{PLC}) = \sup(\mathrm{PJC})$ y $\overline{\mathrm{AP}}$ es diagonal de AYPK por lo que $\sup(\mathrm{AYP}) = \sup(\mathrm{AKP})$. Luego $\sup(\mathrm{KPJD}) = \sup(\mathrm{YBLP})$.

Luego el grupo de docentes hizo un análisis didáctico de la actividad propuesta. En general se consideró que el problema era para afirmar conceptos (no explicitan los conceptos que afirmarían). En ningún caso se detectó la posibilidad de utilizarlo para trabajar sobre la experimentación, la formulación de conjeturas y la posterior necesidad de una demostración como instrumento para justificar una respuesta. Tampoco se hizo referencia a la construcción del concepto de áreas equivalentes a partir de una simetría.

Otro aspecto que se tuvo en cuenta en el mencionado análisis es la posibilidad de su uso para el manejo adecuado de la regla y escuadra, la construcción de rectas paralelas, perpendiculares, diagonales, área, perímetro, construcción de figuras geométricas. En cuanto al área, no se indica la necesidad del conocimiento de fórmulas para su cálculo, sin embargo en todos los casos las utilizaron.

El problema con el uso del GeoGebra

La construcción propuesta es la siguiente:



El uso del Software nos proporciona una nueva visión del problema planteado. Si bien el GeoGebra puede requerir la explicación de algunos comandos elementales, nos permite ver de manera simple nuestro problema representado en la pantalla gráfica con el que se puede interactuar moviendo algunos de sus elementos lo cual puede orientarnos a conjeturar una respuesta. Recordemos que nuestro cálculo del área es una aproximación al valor real y que siempre al trabajar con la computadora no tenemos todos los números representados, sino aquellos que la misma computadora nos permite representar (número con punto flotante). Desde esta perspectiva podemos observar los resultados del área con más cuidado y a modo de hipótesis cuáles pueden ser las áreas que esperamos.

Luego, cabe la pregunta: ¿son iguales las áreas? y si lo fueran y teniendo presente que la información en general que nos proporciona el programa es una aproximación del valor real ¿cómo podemos justificarlo?.

La respuesta a la última pregunta puede iniciarse por un discurso tecnológico que apunte a una descripción de una situación en particular, por ejemplo, para el caso cuando posicionamos el punto sobre la mitad de la diagonal del rectángulo y se comparan ambas áreas. Es decir, las rectas paralelas a cada lado del rectángulo que pasen por este punto dividen al rectángulo original en cuatro rectángulos, que serían iguales si dichas paralelas son las mediatrices de cada lado. Sin embargo, no alcanza para aquellas situaciones en las que el punto se desplaza a otra posición sobre la diagonal del rectángulo.

La tecnología, incluso el discurso que surge del análisis de ciertos casos particulares de la gráfica, no supera la incógnita que revela esta construcción ¿son realmente iguales las dos áreas? La teoría debiera sustentar la hipótesis de que son verdaderamente iguales.

Pensamos que el empiricismo ingenuo es la principal prueba que se presenta del análisis surgido con esta nueva herramienta. La posibilidad de variar fácilmente los diferentes casos creemos que sólo aporta un sustento mayor a la hipótesis que se pueda plantear sobre la igualdad de las áreas.

Trabajando con el GeoGebra el manejo de los instrumentos geométricos (regla y escuadra) no puede presentarse como una alternativa, así como la construcción de rectas paralelas o perpendiculares, diagonales, etc., como se manifestó en el análisis didáctico de los docentes. También los docentes propusieron posibles errores que podrían estar presentes en el aula como el trabajo incorrecto en la medición, el mal trazado de la diagonal, entre otros.

Ahora estamos frente a un programa que nos permite efectuar la construcción salvando muchos de los obstáculos que se pueden presentar sin su uso, dificultades que los docentes reconocieron que enfrentan frecuentemente. Por lo cual nos quedamos con una construcción en la pantalla de nuestra computadora sobre la que sólo hace falta analizar la relación entre dos áreas.

Aún así muchas de las conjeturas discrepantes sobre la igualdad pueden ser disueltas con esta nueva forma de ver el problema y la dinámica que nos ofrece. En estos casos podemos afirmar que la experiencia crucial está presente y, avanzar en otro tipo de pruebas no resulta del todo esperado si no se pide expresamente una justificación matemática, es decir haciendo uso de herramientas matemáticas más formales.

Conclusiones

En la primera experiencia con los docentes, al realizar mediciones de las longitudes de los lados de los rectángulos y, a partir de éstas, calcular el área de cada uno de ellos y compararlas, algunos grupos responden que las áreas son diferentes y otros que son iguales. Es decir, este procedimiento lleva a contradicciones que constituye un impedimento para la elaboración de la justificación de la respuesta. Aparece una contradicción, donde los hechos observados desmienten lo previsto.

Durante una de las exposiciones de los afiches todos los docentes llegaron al mismo resultado a través de la medida: $\sup(\mathrm{YBLP}) < \sup(\mathrm{KPJD})$; esto creó un obstáculo a la hora de la institucionalización, porque al ser las respuestas coincidentes, tenían la certeza de que era la correcta. La utilización de GeoGebra, con la posibilidad de modificar rápidamente la ubicación de las rectas y con ello las áreas de los rectángulos, permite confrontar diferentes resultados y conjeturar al respecto.

La demostración es una sucesión de estructuras y de formas en la que no se puede cambiar su desarrollo, mientras que la argumentación tiene un carácter no restrictivo. Ella le permite al autor la duda, la libertad de elección. Inclusive cuando se proponen soluciones racionales, se deja lugar a la duda y la discusión.

El GeoGebra permitirá mostrar las variantes que se puedan proponer si movemos el punto sobre toda la diagonal del rectángulo y en cada momento se puede observar los valores que van tomando las dos áreas e ir comparándolas. Las limitaciones del manejo de los números en una computadora debería poner la duda de la veracidad de los valores que se observen, pero ¿ello motivará por si solo la necesidades de un ejemplo genérico o en el mejor de los casos pruebas intelectuales?, creemos que esto no sucederá, pero es evidente que se espera unificar el criterio y reformular una sola hipótesis.

Sabemos que la interacción social requiere el común acuerdo de los participantes. El peligro consiste en legitimar que el acuerdo se consiga “a toda costa”: lo que era una condición necesaria para la construcción del sentido de la demostración puede transformarse en una condición suficiente para dejar de lado el trabajo de encontrar la mejor prueba posible; y en su lugar aceptar la mínima prueba disponible en la que haya un acuerdo. Y si ese acuerdo le es suficiente a la mayoría no se avanza en la prueba formal. Es aquí donde la intervención del docente puede reformular el problema exigiendo formalizar aún más la resolución.

El software se muestra como una herramienta que puede resultar provechosa en la formulación de hipótesis e incluso el análisis cuidadoso del problema que realice el alumno lo puede conducir a iniciar una prueba formal.

Bibliografía

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de Matemáticas*. Una empresa docente, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia
- Puig Adam, P. (1965). *Curso de Geometría Métrica*. Nuevas Gráficas S.A., Madrid.
- Sessa, C. (1998). *Matemática: temas de su didáctica*. Capítulo 2. Proyecto Matemática del Programa Prociencia (CONICET).
- Pólya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos.

Enseñanza de la Estadística en secundaria, descripción de una experiencia

Ana Magali Salazar Ávila[1]

Resumen

Seguidamente, se abordarán aspectos generales en cuanto a la importancia que tiene la Estadística en la actualidad, dado los cambios vertiginosos que la sociedad enfrenta a diario. Lo que lleva a su inclusión en el currículo educativo, no sólo a nivel nacional. Esto para aclarar la importancia de la implementación de proyectos, basándose en la formación por competencias, para la enseñanza de la Estadística. Lo que conlleva a un reflexionar sobre el cambio de paradigma en evaluación.

Todo esto como preámbulo para la descripción de la experiencia vivida con docentes de Matemática, durante un taller impartido como resultado del Trabajo de Graduación de la Maestría en Educación, UNA. Como consecuencia, la experiencia fue llevada al aula de secundaria.

Introducción

Generalmente, la enseñanza se ha centrado en saber los conceptos, dejando de lado los procedimientos y actitudes. Esta situación, en Matemática, se ha visto reflejada de una forma negativa. Los estudiantes la consideran aburrida, difícil y sienten gran temor por el fracaso que desde un principio vaticinan.

La Matemática, tradicionalmente, es enseñada siguiendo siempre un mismo patrón mecánico: definición, ejemplos y una extensa lista de ejercicios. Dado que la enseñanza de la Estadística ha sido encomendada a los profesores de Matemática, su enseñanza sigue el mismo esquema, por lo que se debilita la posibilidad de crear habilidades y destrezas en lo que respecta a análisis e interpretación, desarrollando una actitud crítica ante la abundante información que hoy en día se le presenta.

Desde el enfoque por competencias se pone en evidencia la necesidad de planificar el trabajo docente desde la integración de conocimientos, procedimientos, actitudes y valores. Es importante hacer ver en los educandos la finalidad e importancia de lo que se les enseña, esto con el objetivo que se interesen y se motiven por aprender. Es importante recordar a Ausubel cuando menciona que aprendemos sólo aquello a lo que le hayamos significado, es

[1] Universidad Nacional, Universidad Técnica Nacional. E-mail: asalazaravila@yahoo.com Costa Rica.

decir, sólo aquello que nos interesa. En esta línea, se considera de gran importancia dar énfasis al razonamiento, al análisis y a las interpretaciones, por encima de los cálculos y la construcción de cuadros o gráficos (para esto la tecnología se ha convertidito en una herramienta muy útil).

Diversos autores como Brousseau (1986) y Ausubel, Novak y Hamesian (1990) recomiendan utilizar estrategias que promuevan el "*aprendizaje significativo*"; es decir, incentivar a los estudiantes a interactuar con el conocimiento de una forma más atractiva e interesante, de manera que sea el mismo educando el que construya su propio conocimiento, que relacione los conceptos a aprender con los que ya posee. Contrario con lo que tradicionalmente se ha realizado. En este sentido surge, para la enseñanza de la Estadística, el trabajo por medio del desarrollo de proyectos, de manera que los conocimientos surjan como una necesidad. De esta forma, se les confrontará con situaciones complejas que le exigirán poner en práctica los conocimientos aprendidos (o por aprender), a la vez que aprende otros. No sólo conocimientos propios de la disciplina, sino que será posible abordar aspectos éticos, actitudes concretas en lo que se refiere, por ejemplo, a trabajo en equipo.

Es importante tener presente que como docentes, en la actualidad, se hace necesario centrarse en las competencias que los estudiantes requerirán para desenvolverse en su contexto, en sociedad. Por lo que deben ser preparados para que se desempeñen de manera eficiente y eficaz ante las exigencias diarias.

A continuación se describe la experiencia vivida con la estrategia diseñada para enseñar Estadística, tomando como referencia elementos de la lista de competencias genéricas para América Latina que propone el Proyecto Tuning.

La estrategia propuesta constituye una iniciativa de formación dirigida a educadores de secundaria, con el propósito de prepararlos en el diseño de ambientes de aprendizaje significativos y constructivos, que integren la tecnología informática y fortalezca el aprendizaje por competencias.

Propuesta diseñada

Por medio del desarrollo de proyectos para la resolución de problemas, como actividad constructivista, se buscó promover el desarrollo de las Competencias Genéricas, propuestas por el Proyecto Tuning para América Latina. Se sugirió utilizar la tecnología como recurso didáctico. No obstante, la estrategia fue flexible en cuanto a la posibilidad de presentarse la dificultad de acceso tecnológico en la institución educativa.

Por tratarse de profesionales ya formados, se consideró que ya tenían las competencias requeridas desarrolladas[2]; sin embargo, se tomaron como referencia para considerarlas como posibles competencias a desarrollar en los estudiantes, en las aulas. Como consecuencia fue posible reflexionar sobre la labor docente y la importancia de la Enseñanza de la Estadística.

Se consideraron las competencias genéricas de América Latina, propuestas por el Proyecto Tuning. Éstas apoyan la propuesta metodológica del Ministerio de Educación Pública costarricense; casi en su totalidad pueden ser fomentadas con la enseñanza de la Estadística. Claro que no es posible desarrollar completamente cada una de las competencias descritas, dado que debe hacerse durante toda la formación básica; por lo tanto, se eligieron algunas de ellas para fomentarse en la presente propuesta:

- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
- Capacidad de comunicación oral y escrita
- Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes diversas
- Capacidad crítica y autocrítica
- Capacidad creativa
- Capacidad de trabajo en equipo
- Habilidades interpersonales

[2] Al hablar de "desarrollar" no se pretende llegar hasta su máximo potencial, esto sería utópico de considerar.

- Compromiso ético

Se pretende que los estudiantes sean capaces de aplicar sus conocimientos previos, junto con los que vayan adquiriendo durante el desarrollo de la propuesta. Además de fortalecer el trabajo individual y el cooperativo. Al final, con sus exposiciones orales, fortalezcan sus capacidades para comunicar el tema, con sus resultados y conclusiones obtenidas. De manera que sean creativos en este acto de presentación. Sin dejar de lado el respeto por los derechos de autor, por ejemplo.

Fundamentación teórica

Debido al auge, en el ámbito internacional, que ha tenido la enseñanza de la Estadística, el MEP incorpora esta disciplina como un tema más del currículo educativo en la Enseñanza General Básica a partir de 1995 (Chavarría, 1998).

La propuesta del MEP (2005) plantea que el ciudadano actual debe tener más y mejor información y formación, que le ayude a comprender el mundo en que vive. La educación matemática no solo debe lograr la obtención de contenidos teóricos o culturales, sino fomentar las destrezas, habilidades, recursos mentales, actitudes y valores, indispensables para que el ciudadano responda a las exigencias diarias. Además, presenta recomendaciones metodológicas, mas aclara que el docente cuenta con libertad para emplear las estrategias que considere más oportunas. Sin embargo, le sugiere emplear una metodología basada en la construcción del conocimiento fundamentada en experiencias concretas, vivencias cotidianas, de manera que facilite el *"aprendizaje significativo"*.

Díaz y Batanero (2005), coinciden con la idea de crear una cultura Estadística en los ciudadanos. Aseguran que "*la mejor forma de seguir las recomendaciones didácticas actuales, consiste en introducir, en las clases de Estadística el trabajo con proyectos, permitiendo que el estudiante aplique diversos contenidos de una forma más atractiva e interesante*" (p.9).

Dado que el mundo actual se mueve a pasos agigantados y cada vez adquiriere más complejidad, por ello se vuelve más exigente; por lo que se ha visto la necesidad de fomentar competencias.

El concepto de competencia no es fácil de definir, depende del contexto donde se use y para qué se use; sin embargo, en educación el más generalizado y aceptado es el de "saber hacer en contexto". Donde el "saber hacer", lejos de entenderse como únicamente "hacer", requiere de conocimiento (teórico, práctico o teórico-práctico), afectividad, compromiso, cooperación y cumplimiento.

En términos de la didáctica asociada a este modelo, su fundamento se asocia al carácter autónomo de los procesos de aprendizaje, siendo el propio alumno el principal protagonista de su formación. Por ende, su evaluación intenta indagar las potencialidades del educando a partir de sus múltiples posibilidades, ya no desde un entorno formal, neutro y descontextualizado sino desde problemas puntuales que involucran un contexto amplio.

f. Referencias bibliográficas

Ausubel, D.; Novak, J. y Hamesian, H. 1990. Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Segunda Edición. Ediciones Trillas. México.

Batanero, C. 2001. Didáctica de la estadística. Granada, España: Grupo de Educación Estadística de la Universidad de Granada. Disponible en www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf [consultado 16-02-08]

Batanero, C. 2002. Los retos de la cultura estadística. Universidad de Granada, España. Disponible en www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CULTURA.pdf [consultado 16-02-08]

Brousseau, G. 1986. Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7 (2): 33-115.

Calderón, K. 2006. La vida que enseña: Nociones de Educación Permanente. San José: EUNED.

Chavarría, S. 1998. La Política educativa hacia el siglo XXI: Propuestas y realizaciones. San José: MEP.

Chaves, E. 2007. Una valoración sobre la enseñanza de la Estadística en los colegios académicos diurnos: regiones educativas de San José, Alajuela, Heredia, Pérez Zeledón y Upala. Tesis Doctoral en Educación. Doctorado Latinoamericano en Educación, Universidad Estatal a Distancia.

Díaz, C. y Batanero, C. 2005. El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Disponible en www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CEIO.pdf [consultado 16-02-08]

Estado de la Nación (2006). *Décimo Tercer Informe sobre el Estado de la Nación*. Disponible en http://www.estadonacion.or.cr/Info2007/Paginas/indice.htm [consultado 17-02-08]

Garfied, J. 1995. Dificultades en el aprendizaje de conceptos básicos de probabilidad y estadística. Implicaciones para la investigación. Universidad de Minnesota. Disponible en http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/traducciones/Garfield/garfield.html [consultado 16-02-08]

Godino, J.; Batanero, C. y Navarro, V. 2003. Epistemología e instrucción matemática: implicaciones para el desarrollo curricular. En Godino, J. *Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática*. Disponible en http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones.htm [consultado el 18-02-08]

González, A. (s.f.) Evaluación por competencias.

Ministerio de Educación Pública [MEP]. 2005. Programas de estudios de matemática: Tercer Ciclo. San José

Proyecto Tuning. 2007. Informe final 2004-2007: Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina. Universidad de Deusto – Universidad de Groningen. Disponible en http://tuning.unideusto.org/tuningal/index.php?option=com_docmanyItemid=191 [consultado 16-02-08]

Tobón, S. 2007. Lineamientos generales para implementar la evaluación de las competencias en la Universidad de Chile. Universidad de Chile.

Desarrollo de ambientes virtuales para promover el razonamiento estadístico: el caso de los intervalos de confianza

Santiago Inzunsa Cazares Miguel Contreras Montoya
sinzunza@uas.uasnet.mx info.contreras@gmail.com
Universidad Autónoma de Sinaloa (México)

RESUMEN

En el presente artículo se presenta una propuesta alternativa de ambiente de aprendizaje basado en el uso de dos herramientas de software (Fathom y Excel) para la enseñanza y aprendizaje de la estimación de parámetros por intervalos de confianza, un tema ineludible en la mayoría de los cursos de estadística a nivel universitario. La propuesta se puso a prueba con un grupo de 17 estudiantes universitarios del área de estudios internacionales. Los resultados muestran que un elevado porcentaje de estudiantes lograron desarrollar un razonamiento adecuado sobre el tema, de acuerdo con un cuestionario administrado al final de las actividades y con las entrevistas realizadas a 2 alumnos.

INTRODUCCION

La tecnología computacional ha mostrado un enorme potencial para ayudar a los estudiantes a comprender conceptos difíciles en probabilidad y estadística (Ben-Zvi, 2000; Mills 2004; Chance y Rossman 2006). Por ejemplo, por medio de simulación un estudiante puede explorar y comprender conceptos y principios (por ejemplo: las distribuciones de probabilidad, muestreo aleatorio y distribuciones de estadísticos) que de otro modo serían mucho más abstractos, contribuyendo con ello a mejorar la experiencia e intuición probabilística. Por su parte, en estadística, la computadora puede ser de gran ayuda en la automatización de cálculos laboriosos (por ejemplo: cálculo de medidas descriptivas como la desviación estándar y el coeficiente de correlación), en la exploración de datos y en la construcción de gráficas.

Teniendo en cuenta lo anterior, en el presente trabajo de investigación nos hemos propuesto diseñar y poner a prueba un ambiente de aprendizaje para la enseñanza de la estimación por intervalos de confianza, un concepto de inferencia estadística complejo para los estudiantes universitarios. Este tema involucra otros conceptos de suma importancia como son el error estándar, margen de error, confiabilidad, variabilidad y tamaño de muestra, cuya relación e impacto en la amplitud y confiabilidad de una estimación no resulta fácil de comprender desde un enfoque tradicional basado solamente en el uso de fórmulas y tablas de probabilidad. Consideramos que la tecnología puede ayudar a visualizar y comprender las complejas relaciones que existen entre estos conceptos, sobre todo por la capacidad dinámica y de múltiples representaciones que tiene el software

Fathom (Finzer et al., 2002) y la capacidad de Excel para generar una multitud de casos en forma recursiva.

ANTECENTES

Un intervalo de confianza es un rango de valores calculado a partir de los datos de una muestra entre los cuales se estima que podría estar el valor de un parámetro de la población. Dado que la población no fue estudiada en su totalidad, toda estimación está sujeta a cierto nivel de confiabilidad, la cual indica el porcentaje de muestras que al ser tomadas en condiciones idénticas, el intervalo calculado estaría incluyendo el verdadero valor del parámetro. La idea matemática que da sustento a lo anterior y que permite calcular los límites del intervalo de confianza y su confiabilidad, consiste en que los valores muestrales que se usan para realizar la estimación tienen una distribución de probabilidad bien definida. De acuerdo con el teorema del límite central, dicha distribución es aproximadamente normal siempre que el tamaño de muestra sea mayor a 30, -lo cual es bastante frecuente en muchas aplicaciones de la estadística-.

Entonces, seleccionada una muestra aleatoria de una población, se calcula el valor muestral de interés el cual constituye una estimación puntual del valor del parámetro que se desea conocer; posteriormente y dado que se conoce su distribución de probabilidad, es posible calcular el margen de error, el cual se suma y se resta a la estimación puntual para formar el intervalo.

Los desarrollos que se utilizan para la formulación anterior en los cursos universitarios y en la mayoría de los libros de estadística, son expresados a través de un lenguaje matemático y teoría de la probabilidad que con frecuencia está fuera del alcance de muchos estudiantes, sobre todo aquellos que son de áreas no matemáticas. Sin embargo, a partir del desarrollo de la tecnología computacional aplicada a la educación estadística experimentado en los últimos años se sugiere con frecuencia la utilización de simulación computacional como alternativa para abordar la problemática del aprendizaje de la inferencia estadística (Gordon y Gordon, 1992; Scheaffer, 1992, Meletiou_Mavrotheris, 2004). Se señalan diversas ventajas de la simulación respecto al enfoque tradicional de enseñanza, como es el hecho de permitir un acercamiento empírico mediante la selección repetida de muestras de una misma población, calculando el estadístico en cada una de las muestras y acumulándolos para formar la distribución muestral, que es la base para los métodos de inferencia estadística. Este proceso está más relacionado conceptualmente con el proceso real de inferencia y requiere de pocos antecedentes matemáticos por parte de los estudiantes.

Para fijar ideas sobre los elementos que intervienen en un intervalo de confianza, consideremos el caso de uno de los estadísticos más comunes como es el caso de la proporción, y un tamaño de muestra mayor a 30 para asegurar que su distribución muestral es normal o aproximadamente normal.

Intervalo de confianza para la proporción: $\hat{p} \pm Z_{\alpha}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Donde

- $\hat{p}$ es el estimador puntual obtenido de la muestra para estimar la proporción poblacional.
- n es el tamaño de la muestra.
- $\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ se denomina error estándar de la proporción.
- Z_{α} es un valor crítico que se toma distribución normal y está en función del coeficiente de confianza.
- $Z_{\alpha}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ se denomina margen de error de la proporción muestral.

De esta manera, la comprensión del intervalo de confianza requiere de significados de otros objetos matemáticos previos (tanto conceptos como procedimientos), como población y muestra, estadístico y parámetro, error estándar, y cálculo del mismo para diversos estadísticos, distribución muestral, valor crítico o uso de las tablas de diferentes distribuciones (Olivo y Batanero, 2007).

Con base en el análisis y reflexiones anteriores en el presente trabajo nos hemos planteado la siguiente pregunta de investigación: ¿En qué medida un ambiente computacional basado en el uso de simulación ayuda a que los estudiantes desarrollen un razonamiento adecuado y a que comprendan la relación que existe entre los diversos factores que intervienen en un intervalo de confianza?

PERSPECTIVA TEÓRICA

En la presente investigación hemos adoptado el enfoque en el cual la computadora es vista como una herramienta cognitiva para el aprendizaje de las matemáticas en el sentido definido por Pea (1987) y un modelo de implementación para desarrollar ambientes de razonamiento estadístico propuesto por (Garfield y Ben-Zvi, 2008).

Para Pea (1987, p. 91) "una herramienta cognitiva es cualquier medio que ayuda a trascender las limitaciones de la mente, en el pensamiento, en el aprendizaje y las actividades de resolución de problemas". Particularmente en el caso de las computadoras, constituyen una extraordinaria y potente herramienta cognitiva para aprender a pensar matemáticamente, con ellas se pueden operar no solo números, sino también símbolos, y permiten almacenar y manipular símbolos dinámicamente y permiten interacciones con los usuarios en tiempo real.

En cuanto al modelo de implementación, el presente trabajo retoma principios teóricos para crear Ambientes de Aprendizaje para el Razonamiento Estadístico (AARE) definidos por Garfield & Ben-Zvi (2008) y Cobb & McClain (2004). Estos principios se basan en las implicaciones de un enfoque constructivista y el uso de tecnología para una buena práctica de enseñanza; su propósito es estimular a los estudiantes a construir su conocimiento mediante actividades que les proporcionen oportunidades de pensar, razonar y reflexionar en su aprendizaje, además de la discusión y reflexión con sus compañeros.

Garfield & Ben-Zvi (2008), definen un Ambiente de Aprendizaje para el Razonamiento Estadístico (AARE) como un efectiva y positiva clase de estadística donde los estudiantes desarrollan una profunda y significativa comprensión, y la habilidad para pensar y razonar estadísticamente; "enfatizamos que es más que un libro de texto, actividades o trabajos que damos a los alumnos. Es la combinación de materiales de texto, actividades en clase y cultura, discusión, tecnología, métodos de enseñanza y evaluación" (p. 48). El modelo AARE está basado en seis principios del diseño instruccional descritos por Cobb y McClain (2004), los cuales se describen a continuación:

1. Se enfoca en el desarrollo de las ideas estadísticas centrales en lugar de un conjunto de herramientas, técnicas y procedimientos de presentación.
2. Usa datos reales y motivadores para interesar a los estudiantes a probar conjeturas.
3. Usa actividades en clase para apoyar el desarrollo del razonamiento de los estudiantes.
4. Integra el uso de herramientas tecnológicas adecuadas que permitan a los estudiantes probar sus conjeturas, explorar y analizar datos, y desarrollar su razonamiento estadístico.
5. Promueve un discurso en clase que incluye argumentos estadísticos e intercambios sustentados que se enfoquen en ideas estadísticas significativas.
6. Usa el diagnóstico para aprender lo que los estudiantes saben y para monitorear el desarrollo de su aprendizaje estadístico para evaluar los planes de instrucción y su avance.

METODOLOGÍA

El estudio se realizó con un grupo de 17 estudiantes universitarios de la Licenciatura en Estudios Internacionales de la Universidad Autónoma de Sinaloa mientras tomaban el curso de Probabilidad durante el primer semestre del ciclo escolar 2008-2009. Antes de iniciar con las actividades se había abordado el tema de intervalos de confianza y se habían desarrollado las expresiones para el intervalo de una media y una proporción. Se diseñaron dos actividades basadas en datos reales que obtuvimos de la compañía encuestadora Consulta Mitofsky (www.consulta.com.mx). La primera sobre una encuesta que se realizó para conocer la proporción de mexicanos que tienen familiares en los Estados Unidos; la segunda relacionada la proporción de mexicanos que considera que la inseguridad es el principal problema del país (México); ambas actividades tienen contexto de interés para los estudiantes de estudios internacionales.

En la primera sesión se hizo énfasis en que los estudiantes construyeran distribuciones muestrales para diferentes tamaños de muestra (10, 20 y 50) con el propósito de que exploraran e identificaran visualmente y en términos de la desviación estándar, que a mayor tamaño de muestra disminuye la variabilidad, y por tanto se generan intervalos más estrechos pero con la misma confiabilidad.

Otra parte importante del uso de Fathom en que se puso en juego en ambas actividades (sesión 2 y 3) consistió en buscar la comprensión de la confiabilidad de un intervalo de confianza. El software permite simular un gran número de intervalos e identificar si el parámetro de interés se encuentra dentro o fuera del intervalo; el porcentaje de intervalos que capturan al parámetro debe ser igual o aproximado a la confiabilidad especificada. Para ello los estudiantes hicieron uso de la expresión del intervalo de confianza para una proporción que había desarrollado en clases anteriores y la cual involucra el margen de error. Un ejemplo de ello se muestra en la figura 1.

Measures from Sample of POBLACION

	P_INSEGU	MARGEN_ERROR	LIMITE_INFERIOR	LIMITE__SUPERIOR	CAPTURA_p
191	0.19	0.0243151	0.165685	0.214315	CAE ADENTRO
192	0.202	0.0248847	0.177115	0.226885	CAE ADENTRO
193	0.215	0.025463	0.189537	0.240463	CAE ADENTRO
194	0.204	0.0249763	0.179024	0.228976	CAE ADENTRO
195	0.2	0.0247923	0.175208	0.224792	CAE ADENTRO
196	0.228	0.0260035	0.201996	0.254004	CAE FUERA
197	0.218	0.025591	0.192409	0.243591	CAE ADENTRO
198	0.198	0.0246988	0.173301	0.222699	CAE ADENTRO
199	0.198	0.0246988	0.173301	0.222699	CAE ADENTRO
200	0.197	0.0246517	0.172348	0.221652	CAE ADENTRO

Fig. 1: Tabla con los resultados de la simulación

En la cuarta sesión y en el marco del problema de la actividad 1 (mexicanos con familia en los EU), Excel fue utilizado para introducir una fórmula en función de los parámetros que inciden en un intervalo de confianza (el valor del estadístico p, la confiabilidad Z, y el tamaño de la muestra n). Manteniendo fijos los dos primeros, se hizo variar el tamaño de la muestra. El propósito era que los estudiantes visualizaran el efecto del tamaño de la muestra y la confiabilidad en el margen de error y la amplitud de los intervalos, viendo los resultados generados y apoyándose mediante alguna gráfica como se muestra en la figura 2.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

ACTIVIDAD 1:

Una encuesta nacional realizada por CONSULTA MITOFSKY durante el primer trimestre de 2008 señala que 4 de cada 10 mexicanos tenemos un pariente trabajando o viviendo en los Estados Unidos.

1. Abre el programa Fathom y define la variable FAMILA EN EU.

2. Genera una instrucción que reproduzca la proporción de mexicanos que tienen familia en EU; es decir p=0.40, para muestras de 10, 20 y 50.

p	0.4	nivel de confianza 90%	1.65
1-p	0.6	nivel de confianza 95%	1.96

		Confianza 90%	Confianza 95%	Confianza 90%	Confianza 95%	Confianza 90%		Confianza 95%	
n	desviación estándar	margen de error	margen de error	ancho del intervalo	ancho del intervalo	Limite inferior	Limite superior	Limite inferior	Limite superior
10	0.154919334	0.255616901	0.303641894	0.511233802	0.607283789	0.144383099	0.655616901	0.096358106	0.703641894
20	0.109544512	0.180748444	0.214707243	0.361496888	0.429414485	0.219251556	0.580748444	0.185292757	0.614707243
50	0.069282032	0.114315353	0.135792783	0.228630707	0.271585567	0.285684647	0.514315353	0.264207217	0.535792783
100	0.048989795	0.080833162	0.096019998	0.161666323	0.192039996	0.319166838	0.480833162	0.303980002	0.496019998
200	0.034641016	0.057157677	0.067896392	0.114315353	0.135792783	0.342842323	0.457157677	0.332103608	0.467896392
300	0.028284271	0.046669048	0.055437172	0.093338095	0.110874343	0.353330952	0.446669048	0.344562828	0.455437172
400	0.024494897	0.040416581	0.048009999	0.080833162	0.096019998	0.359583419	0.440416581	0.351990001	0.448009999
500	0.021908902	0.036149689	0.042941449	0.072299378	0.085882897	0.363850311	0.436149689	0.357058551	0.442941449
600	0.02	0.033	0.0392	0.066	0.0784	0.367	0.433	0.3608	0.4392
700	0.018516402	0.030552063	0.036292148	0.061104127	0.072584296	0.369447937	0.430552063	0.363707852	0.436292148
800	0.017320508	0.028578838	0.033948196	0.057157677	0.067896392	0.371421162	0.428578838	0.366051804	0.433948196
900	0.016329932	0.026944387	0.032006666	0.053888774	0.064013332	0.373055613	0.426944387	0.367993334	0.432006666
1000	0.015491933	0.02556169	0.030364189	0.05112338	0.060728379	0.37443831	0.42556169	0.369635811	0.430364189
1500	0.012649111	0.020871033	0.024792257	0.041742065	0.049584514	0.379128967	0.420871033	0.375207743	0.424792257

Fig. 2: Cálculo de Intervalos de Confianza para diversos tamaños de muestra y nivel de Confiabilidad.

El propósito de esta primer actividad era que los alumnos identificaran visualmente y en términos de la desviación estándar, que a mayor tamaño de muestra disminuye la variabilidad y por tanto se generan intervalos más estrechos pero con la misma confiabilidad. Se les solicitó que construyeran gráficas con los resultados de la simulación y calcularan media y desviación estándar de cada distribución. Un ejemplo de los argumentos expresados por los estudiantes se muestra a continuación:

> Cuando tomamos la muestra de 10 personas, la desviación estándar se presentaba distante de la media, ya que la desviación era de 0.15. En la segunda gráfica tomamos una muestra de 20 personas y los datos se van agrupar mas en el centro ya que la desviación disminuyó a 0.1. Para terminar con la muestra de 50 personas, los datos están más centrados, pues la desviación estándar disminuyó a 0,06. Como conclusión determinamos que entre mayor es la muestra. El margen de error y la desviación estándar es menor y la realidad esta mostrada con mayor precisión (Silvia).

De los resultados anteriores podemos observar que los estudiantes han logrado apreciar el efecto del tamaño de muestra en propiedades importantes de las distribuciones muestrales, las cuales son la base para un acercamiento empírico a los intervalos de confianza. Las características de herramienta cognitiva de Fathom, como es el hecho de disponer de varias representaciones gráficas y cálculos de medidas descriptivas de manera simultánea para diferentes tamaños de muestra, les facilitó a los estudiantes la identificación del patrón de las distribuciones.

ACTIVIDAD 2

En febrero de 2008 Consulta Mitofsky realizó una encuesta con una muestra aleatoria de 1000 mexicanos y les preguntó sobre qué problema consideraban principal para el país y el 20% contestó que la inseguridad. Simula el problema anterior (200 veces) y determina el margen de error e intervalo de confianza del 95% para la proporción de mexicanos que piensa que la inseguridad es el principal problema del país. Algunos resultados se muestran a continuación:

> Al realizar la muestra con 200 personas, el 94% cayó dentro del intervalo y el 19.6% fue el resultado obtenido de las personas que creen que el problema más grande del país es la inseguridad, muy cercano al 20% que esperábamos (Luis)

> La confiabilidad de la encuesta se muestra debido a que la mayoría cae dentro del intervalo; por su parte, las que cayeron fuera se encuentra en los límites (Gabriela).

Finalmente, en la siguiente tabla se muestran los resultados del cuestionario en términos del número y porcentaje de respuestas correctas por cada ítem obtenido por los estudiantes al final de las actividades.

Número de ítem	Respuestas correctas
1	12 (71%)
2	13 (76%)
3	9 (53%)
4	10 (59%)
5	10 (59%)
6	10 (59%)
7	12 (71%)

Los resultados muestran que muchos estudiantes lograron desarrollar un razonamiento adecuado sobre los conceptos que se involucran en los intervalos de confianza; sin embargo es importante señalar las principales dificultades que tuvieron muchos otros estudiantes para comprenderlos. Por ejemplo, en el ítem 3 que involucra la definición de intervalo de confianza, 8 de los 17 estudiantes consideraron que un intervalo de confianza especifica un rango de valores dentro de los cuales cae el parámetro con seguridad, cuando en realidad especifica un intervalo de posibles valores para el parámetro, y un porcentaje de intervalos que cubrirán aproximadamente dicho valor para el mismo tamaño de muestra. En el ítem 4, que requería identificar el efecto del tamaño de muestra en la precisión en un intervalo, 6 de los 17 estudiantes consideraron que ambos intervalos tienen la misma precisión, lo que muestra además que confundieron la precisión con la confiabilidad. En los ítems 5 y 6, la principal dificultad consistió en que muchos estudiantes no tienen claro el efecto del nivel de confiabilidad en el ancho de un intervalo.

En suma, el efecto del tamaño de muestra y la confiabilidad en el ancho de un intervalo de confianza, la confusión entre precisión y confiabilidad y la idea que un intervalo de confianza especifica un intervalo de valores que captura con seguridad a un parámetro, constituyeron las principales dificultades para los estudiantes; no obstante que las actividades estaban diseñadas para mostrar la relación entre estos conceptos; lo que demuestra la complejidad del concepto de intervalos de confianza, misma que con frecuencia es subestimada cuando se aborda en un ambiente de lápiz y papel centrado en el uso de fórmulas y procedimientos. Una explicación para ello podría ser el poco tiempo que se dedicó al abordaje de estos conceptos, pues fueron solo dos actividades donde se trabajó con ellos. La complejidad de estas relaciones ha quedado de manifiesto en otras investigaciones y se debe profundizar más en ellas en su enseñanza.

CONCLUSIONES

La puesta a prueba del ambiente computacional para la enseñanza de la estimación de parámetros a través de intervalos de confianza -no obstante que consistió solo de un par de actividades-, muestra que los estudiantes pueden construir un razonamiento adecuado sobre conceptos estadísticos difíciles, sin necesidad de recurrir a conocimientos matemáticos avanzados como suele darse en el enfoque tradicional. El poder de simulación de Fathom y sus multiplicidad y flexibilidad de representaciones permitieron a los estudiantes explorar fácilmente la relación entre el tamaño de muestra, el margen de error, la amplitud del intervalo y la confiabilidad, y con ello construir un razonamiento adecuado sobre la relación entre ellos. Asimismo, Excel permitió calcular los intervalos de confianza para una gran cantidad de tamaños de muestra, con lo cual los estudiantes pudieron identificar algunos patrones de comportamiento en los conceptos involucrados. En un ambiente de lápiz y papel, esta exploración resulta muy difícil de darse, por lo que generalmente se recurre al cálculo aislado de los intervalos de confianza, y en ausencia de otros tipos de representaciones diferentes a las simbólicas.

BIBLIOGRAFIA

Ben-Zvi, D. (2000). "Toward Understanding the Role of Technological Tools in Statistical Learning". Mathematical Thinking and Learning, 2(2), Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. pp. 127-155.

Chance, B. y Rossman, A. (2006). "Using simulation to teach and learn statistics". En A. Rossman y B. Chance (eds.), Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics. [CD-ROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Cobb, P. y McClain, K. (2004). "Principles of Instructional Design for Supporting the Development of Students' Statistical Reasoning". En D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.) The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. Springer Verlag, 375-395.

Finzer, W., Erickson, T. y Binker, J. (2002). "Fathom Dynamic Statistics Software". Key Curriculum Press Technologies.

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). "Creating Statistical Reasoning Environments". En J. B. Garfield y D. Ben-Zvi (eds.). Developing Students´ Statistical Reasoning, Springer Science+Business Media, pp- 91-114.

Gordon, F. y Gordon, S. (1992). "Sampling + Simulation = Statistical Understanding Computer Graphics Simulations of Sampling Distributions". En F. Gordon y S. Gordon (eds.) Statistics for the Twenty-First Century. MAA Notes (26). The Mathematical Association of América.

Meletiou-Mavrotheris, M. (2004). "Technological tools in the introductory statistics classroom: Effects on student understanding of Inferential Statistics". Educational Studies in Mathematics. 8. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, pp- 265-297.

Mills, J. (2002). "Using Computer Simulation Methods to Teach Statistics: A Review of the Literature". Journal of Statistics Education 10(1). [en línea] Recuperable en http://www.amstat.org/publications/jse/v

Olivo, E. y Batanero, C. (2007). "Un estudio exploratorio de dificultades de comprensión del intervalo de confianza". Revista Iberoamericana de Educación Matemática. 12, pp. 37-51.

Pea, R. (1987). "Cognitive Technologies for Mathematics Education". En A. Schoenfeld (eds.) Cognitive Science and Mathematics Education. Lawrence Erlbaum Associates Publishers

Aprendizaje del concepto de espacio vectorial [1]

Carlos E. Azofeifa[2]

Resumen

Se trata de enseñar a comprender y valorar el concepto de espacio vectorial a la luz de aplicaciones recientes, como por ejemplo: redes y telecomunicaciones, el medio ambiente, señales y sistemas, sistemas dinámicos, sistemas de control, etc. Dando así un valor fundamental al álgebra lineal en el desarrollo científico y tecnológico actual. El interés central es el de suavizar el impacto matemático en el aprendizaje de este concepto motivando al estudiante con la solución de problemas. Paralelamente se aboga por el rescate histórico del álgebra lineal, el cual además debe conformar necesariamente parte de la formación cultural del estudiante, así también en la necesidad de un software adecuado para los propósitos anteriores.

Introducción

Los que hemos tenido el gusto de enseñar álgebra lineal a lo largo de nuestro quehacer educativo, hemos observado como el estudiante tanto del área de matemáticas como de otras disciplinas (por ejemplo: ingeniería, física, economía, etc) al encontrarse con los temas de espacios vectoriales, éstos por lo general le resultan demasiado abstractos y tediosos para aprenderlos, siendo en realidad son lo contrario, terminan siendo los temas más idóneos y versátiles de tratar en cuanto a aplicaciones y generatriz de habilidades para resolución de problemas. Precisamente, éstos son necesarios por ejemplo en el procesamiento de señales, en donde éstas transportan información acerca de la naturaleza de un fenómeno físico particular, y por eso necesitan sumarse y multiplicarse por un escalar.

Lamentablemente en la mayoría de los cursos de álgebra lineal actuales se nota también un ausentismo del tratamiento de estos tópicos que hoy son fundamentales, además del relato histórico. ¿Por qué en las últimas dos décadas este problema de abstracción se ha dado con bastante frecuencia por parte del estudiantado? ¿Será que los estudiantes carecen del razonamiento matemático abstracto necesario para poder construir luego las

---

[1] Este artículo fue financiado por el Proyecto No 820-A2-115, inscrito en la Vicerrectoría de Investigación de la U.C.R
[2] Profesor Escuela de Matemática U.C.R – U.N.A

otras disciplinas complementarias para los objetivos de las carreras respectivas? ¿La formación en secundaria, los dota de los elementos necesarios para tales fines? ¿O será que no hemos sido capaces de desarrollar adecuadamente esta área? Ahora bien, si esto ha sido así, ¿Cuál ha sido el rol de los profesores al respecto?

Justificación

Tal vez hemos olvidado el papel de educadores y formadores de futuros profesionales, y por tanto nos olvidamos de motivar, facilitar e informar de las muchas aplicaciones actuales de dichos temas, los cuales tienen un papel importante en las tecnologías modernas, y en las cuales ellos mismos también deben forman parte. Y no solo eso, tal vez nunca hemos insinuado el papel central que tiene este concepto tanto en la matemática, como en las otras disciplinas.

En este apartado podemos observar como los educadores muchas veces levantamos un edificio muy lujoso en definiciones y teoremas, con relaciones y ejercicios difíciles, bien rebuscados, sin embargo muy pobres en motivaciones, explicaciones conceptuales y aplicaciones. Tal vez ni siquiera tenemos idea por qué lo hacemos ni para qué. Podría ser para cumplir un programa bastante amplio y exigente. Así también con mucha más razón, menos el estudiante tendrá una visión y motivación para el aprendizaje de dichos temas.

Pero, ¿qué debemos conocer al respecto? Hoy día de acuerdo a la globalización, tratados de libre comercio, nuevas tecnologías, problemas ambientales, etc, se necesita ser bastante competitivo en lo que estamos haciendo. Se debe por tanto, aumentar la calidad de la educación, pues se exigen los mejores estándares de conocimiento y preparación. Entre los desafíos que se deben dar a los estudiantes, tenemos entre otros: conceptos, instrumentos necesarios y las referencias resultantes del progreso científico y de los paradigmas del momento para que el estudiante se capacite adecuadamente, se interese por adquirir conocimientos y aprenda por su propio esfuerzo. Consecuentemente, los educadores necesitamos estar al tanto de todos estos nuevos procesos con información nueva, fresca, que además nos renueva el conocimiento y nos dota de mejores herramientas para el mañana en este difícil arte de la enseñanza y aprendizaje.

La idea central es que en el desarrollo de esta temática el alumno tenga espacio para desarrollar paralelamente su creatividad y su pensamiento de manera integral. Precisamente en el Periódico el Financiero No 664 del 21 al 27 de abril del 2008, se menciona que la compañía de capital canadiense Aero Technical Support and Services Inc compra Aeroman que formaba parte de Taca, se independiza y al comenzar a reclutar el personal idóneo para sus puestos, se encuentran que las deficiencias en la preparación tanto en Matemáticas como en Física, así como antecedentes de haber pertenecido a maras son las causas principales por las que el 70,5% de los entrevistados son rechazados para formarse como mecánicos de aviación en la compañía Abroman en el Salvador. Ya en nuestro país se hacen proyecciones para los próximos años, de la necesidad de contar con bastantes mecánicos para satisfacer la demanda de líneas estadounidenses para el mantenimiento de aviones. Al respecto, también en el Financiero Año 13 No 668 del 19-25 de mayo del 2008 se menciona que la estadounidense Timco firmó una alianza de cooperación con Coopesa.

Un poco de historia

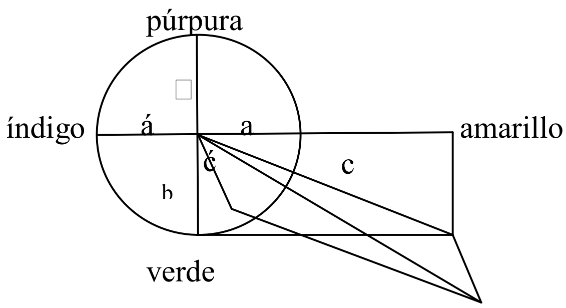
A pesar de que en Álgebra lineal la mayoría de los conceptos son bastante intuitivos, es difícil pretender desarrollar una teoría con base en ideas intuitivas sin caer en círculos viciosos. Tengamos presente que tan importante es la motivación con problemas prácticos, como la resolución de problemas de habilidad y teóricos. Por lo tanto es importante fijar las ideas y conceptos de manera clara desde el principio para el buen aprendizaje. ¿En dónde y por qué surgen los espacios vectoriales?

Se menciona que los chinos antes de Cristo resolvían sistemas de ecuaciones lineales usando determinantes y matrices. En el siglo XVII Gottfried Leibniz expresa una necesidad para el desarrollo de un medio para efectuar cálculos algebraicos de manera directa sobre objetos geométricos sin usar planos de coordenadas, estos objetos o entes geométricos que Leibniz necesitaba son introducidos posteriormente por Hermann Grasmann[3], Guiseppe Peano matemático italiano fue de los pocos que ayudó a entender y

[3] Este matemático alemán (1809-1877) de acuerdo a Bourbaki y van der Vaerden fue el primero en introducir el concepto de espacio vectorial, él publica en 1844 su libro *Die lineare ausdehnungslehre*, donde presenta algunas ideas nuevas sobre geometrías n dimensionales. Su libro no fue reconocido como

difundir el trabajo de Grassmann. Por otra parte según Bourbaki, a Peano también se le debe la definición actual sin coordenadas de una transformación lineal.

Como el trabajo de Grassmann no fue valorado por la comunidad científica de la época, él se dedicó entonces al estudio del color, campo en que su incursión fue fructífera, en 1853 Hermann Grasmann, realizó al igual que Maxwel experimentos con ajustes de color, de manera independientemente de éste. Se reconoce que Grasmann, junto con el matemático irlandés William Rowan Hamilton (1805 – 1865) inventaron la moderna álgebra de vectores y tensores en 1844.



Método vectorial de Grassmann para la determinación de una combinación de colores (1853), los colores usados son púrpura, índigo, amarillo y verde. Se observa en el paralelogramo la suma de dos colores cuyos componentes son el verde y el amarillo.

Grassmann demostró aplicando su método de vectores que si nos dan cualquier color del espectro existe otro color opuesto, que se encuentra también en el espectro, y además que este color mezclado con el primero en las proporciones correctas producirá luz blanca.

Los aportes de Grasmann en esta disciplina son importantísimos, entre ellos se tienen por ejemplo el concepto de *radiaciones cromáticamente equivalentes*: es decir, aquellas radiaciones que sobre el ojo producen una idéntica sensación de tonalidad, saturación y luminosidad (o brillo). Grassmann resume estos conceptos en tres leyes, conocidas precisamente como **Leyes de Grassmann**:

Ley I Dos radiaciones cromáticamente equivalentes a una tercera son cromáticamente equivalentes entre sí.

---

hoy día debido a su difícil lectura pues Grassmann no era muy diestro como escritor. En realidad las investigaciones de Grassmann comienzan más temprano, desde 1832.

Ley II Cuando actúan sobre el ojo varias radiaciones a un mismo tiempo, pueden ser reemplazadas una o varias de ellas por radiaciones cromáticamente equivalentes a las sustituidas.

Ley III Si dos zonas luminosas dan una misma sensación de colorido, la igualdad de sensación subsiste si se cambia en idéntica proporción la luminosidad de ambas zonas sin cambiar la tonalidad y la saturación.

Grassmann no se queda en esta área cromática y aplica también su teoría de los métodos vectoriales a la teoría de mareas. Podemos concluir que su libro *Ausdehnungslehre* fue en todo sentido un texto revolucionario, pero poco apreciado en su época por ser muy avanzado, tal es así que Grassmann expuso el libro como su tesis doctoral y Möbius no tuvo la capacidad de valorarlo remitiéndolo a E Kummer quien a la vez también lo rechazó sin siquiera hacer una lectura detallada del libro.

Pero Grassmann poseía un espíritu batallador y vuelve a insistir tratando de conseguir el reconocimiento de su teoría, así Grassmann publica en 1862 la segunda edición de *Ausdehnungslehre* con la exposición definitiva de su álgebra lineal, pero tampoco obtuvo reconocimiento alguno, sin embargo sus métodos matemáticos llegaron a influir en matemáticos de la talla de Felix Klein y Cartan. Otro que valoró la obra matemática de Grassmann en vida fue Hermann Hankel, éste hizo sus observaciones al respecto en su obra *Theorie der complexen Zahlensysteme* (1867), las cuales ayudaron a que las ideas de Grossmann se conocieran mejor. Finalmente contrariado por tanto rechazo en forma consecutiva en la matemática, dedicó los últimos años de su vida a la lingüística histórica en donde sobresalió de manera impactante y tuvo incluso un reconocimiento entre los filólogos. Estas cualidades filológicas fueron reconocidas en vida.

A continuación comentaremos otras aplicaciones interesantes que nos van a facilitar la parte conceptual de nuestro campo de interés. Por ejemplo, es importante observar los vectores de distintas maneras en distintos tipos de aplicaciones, y no solamente la representación de un vector como un número y una dirección.

Aplicaciones a imágenes

¿Qué entendemos por una imagen? Al percibir la palabra imagen, la mayoría de nosotros pensamos en algo que posee una figura particular, que tiene forma, sin embargo si investigamos al respecto, encontramos que una imagen es en general una ***matriz*** de puntos, estos puntos en su totalidad ellos van a constituir la imagen. A dichos puntos en la matriz se les llama pixeles (pictures elements). Estos pixeles tendrán en la imagen un color definido.

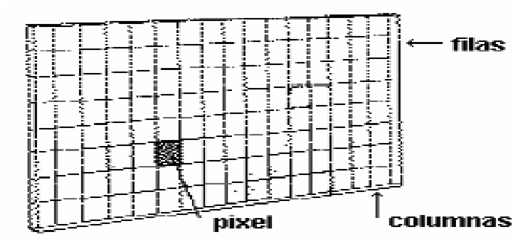
Dependiendo del tamaño de dichos puntos y de la cantidad necesaria para formar la imagen, ésta tendrá mayor o menor resolución en una pantalla. En estos casos podemos observar imágenes con poca definición o tecnología de alta definición (HDMI) y 1080p.

Lo más revolucionario hoy día es la tecnología LED (diodos emisores de luz), esta tecnología ilumina por detrás las pantallas con luz blanca y neutra de gran intensidad, quedando en rezago las lámparas fluorescentes de cátodos fríos, los cuales iluminan los paneles de televisores de pantalla de cristal líquido (LCD). La ventaja es que además de una mejor resolución, colores más nítidos, capacidad de controlar la luminosidad de la pantalla por zonas, aparatos ultradelgados, reproducen fotos y música, también ahorran energía.

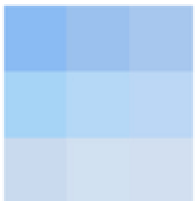
Este asunto se puede complementar con más tecnología. Si usted quisiera ver en su casa películas con una imagen impecable y un sonido envolvente de máxima calidad como si estuviera en el cine, la respuesta es un novedoso disco óptico de nueva generación, el cual almacena datos de alta calidad: Blu-ray, el cual tiene cinco veces más capacidad que un DVD corriente. Si a esto le agregamos equipos modernos de audio y videos, el resultado es una imagen y sonido de una calidad impactante. El nombre de este disco BD se toma del color azul del láser de onda corta utilizado para su grabación y reproducción. Una de sus muchas ventajas es que puede leer cualquier otro formato de películas como: DVD y HD, además de su gran capacidad: 50 gb en un disco de dos capas. Se rescata el hecho de que en estos reproductores también se puede escuchar MP3 y DT.

¿Y cómo actúan las matrices en estos contextos?

Para ello, consideremos la siguiente malla matricial:



Podemos observar la siguiente porción de una parte de cierta imagen formada en su totalidad por 9 pixeles, 3 pixeles de ancho por 3 de alto



su matriz correspondiente de orden 3 que depende de los colores básicos es

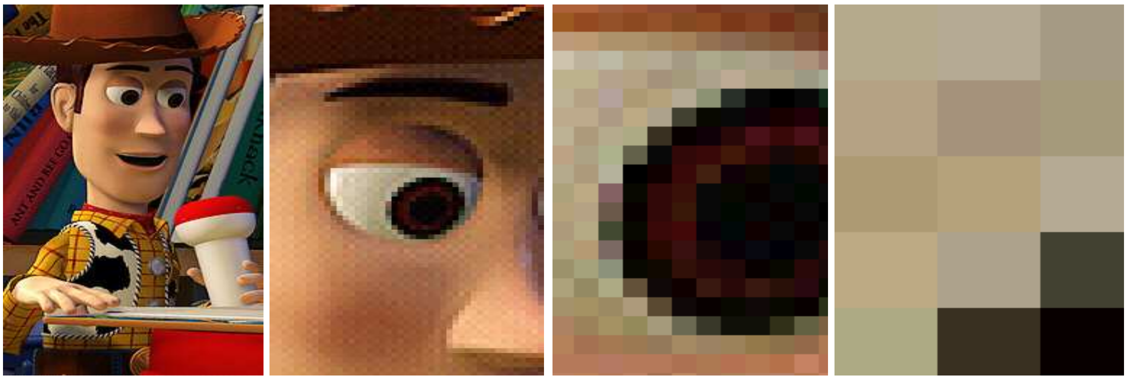
$$\begin{bmatrix} (152,197,255) & (166,203,251) & (178,207,249) \\ (176,221,255) & (191,223,255) & (197,220,253) \\ (209,225,245) & (216,229,246) & (216,227,241) \end{bmatrix}$$

En realidad una imagen es una matriz de tamaño $m \times n$ con entradas a_{ij} en IR^3, y con $m,n \in IN$, es decir:

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\cdots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\cdots a_{2n} \\ \vdots \quad \vdots \;\ddots\; \vdots \\ a_{m1}a_{m2}\cdots a_{mn} \end{pmatrix}$$

También podemos denotar la matriz anterior como $\left(a_{ij}\right)$, donde los índices varían en: $i=1,2,\cdots,m$ y $j=1,2,\cdots,n$

Una peculiaridad de la imagen es que al observar una imagen por muy fiel a la realidad que ésta sea, solo nos representa una imagen en dos dimensiones. Esto debe valorarse a la hora de trabajar con una imagen, ya sea en foto como en vídeo. Observemos en la siguiente figura como al tratar de agrandar la figura localmente, ésta se va degradando hasta obtener los pixeles con colores lisos, que en conjunto dan la idea de la imagen original.



Posiblemente en la próxima década estaremos ante imágenes tridimensionales (con relieve) en la televisión, donde el aporte del álgebra lineal seguirá siendo crucial.

Un hecho bastante característico de la fotografía digital son los cambios de color para una misma imagen, esto lo podemos observar cuando queremos observar por ejemplo, un carro o una pared y queremos valorarlo en distintos colores, para ello hacemos clic en una paleta de colores. ¿Cómo sucede esto? Lo que se hace es sumar a la figura original, una matriz donde predomina el color deseado. Algo parecido sucede con los contrastes y brillos de las imágenes observadas.

Charles Hermite

Otro de los grandes pioneros en esta etapa temprana de los comienzos del álgebra lineal moderna es Charles Hermite (Dieuze, Francia, 1822 - París, 1901), quien investigó en el campo de la teoría de números, polinomios ortogonales, funciones elípticas y sobre las formas cuadráticas. Como fue suegro del matemático Émile Picard, después de su muerte éste se encargó de recopilar y publicar la mayoría de sus obras.

Charles Hermite en 1887

La transformada de Hermite

La transformada de Hermite es un modelo de descomposición de imágenes con la incorporación de algunas propiedades importantes de la visión humana que han probado su relevancia en el procesamiento digital de imágenes. Rescatamos principalmente, el análisis local a través de campos receptivos Gaussianos y la descomposición de la señal con base también en derivadas Gaussianas. Además, esta transformación es capaz de construir esquemas de análisis a múltiples resoluciones.

De manera similar se tiene la transformada polinomial cuyo papel en el álgebra lineal se vuelve fundamental pues ella es en realidad una transformación lineal que se determina por: su intervalo de definición, la función de peso, y la normalización de ésta. Como mencionamos antes: esta transformada polinomial es también una técnica de descomposición de señales, empleando funciones ventana y proyectando localmente las imágenes sobre una base de polinomios ortogonales, en el caso de la Transformada de Hermite, estos polinomios ortogonales resultan ser los polinomios de Hermite.

Es posible que en algún otro contexto hayamos observado éstos polinomios sin tener idea que éstos son pieza fundamental en el engranaje del procesamiento de imágenes. Otro proceso complementario donde se también se utiliza la transformada de Hermite es la fusión de imágenes, en efecto:

Fusión de imágenes

Muchas veces es necesario obtener una imagen bien completa, para tal propósito buscamos toda la información en diferentes fuentes y finalmente unimos las imágenes recopiladas. El resultado se conoce como fusión de imágenes. Un ejemplo de fusión de imágenes se tiene, al manipular el contraste, color o brillo en una pantalla de tv o plasma. También se tiene fusión de imágenes utilizando sensores remotos. Por ejemplo, se puede combinar información suministrada por distintos satélites o de diferentes sensores al estudiar una zona en distintos puntos. Desde luego que el objetivo principal es integrar imágenes de distintas resoluciones espaciales y espectrales en una sola imagen que reúna las mejores características de ambas, el resultado es un producto híbrido de calidad útil para el fin elegido. Observemos en las etapas principales de este proceso de fusión de imágenes el papel fundamental de la Transformada de Hermite:

1. La transformada de Hermite se emplea en la descomposición de las imágenes que se desean fusionar
2. Se obtiene un solo conjunto de coeficientes usando el método de selección del coeficiente de baja frecuencia, y de los coeficientes de alta frecuencia.
3. Con el fin de reconstruir la imagen final y completar el proceso de fusión empleamos de nuevo la transformada de Hermite.

Una aplicación de la fusión de imágenes de gran impacto, lo constituye las imágenes proporcionadas por los satélites LanSat y cuya importancia en aplicaciones se da entre otros casos en:

Agricultura:

Las imágenes ayudan a comprender el desplazamiento de la vegetación, plagas e incendios forestales. Esto implica también comparación y análisis de diferentes zonas en el mundo con un clima similar para expansión de producción.

Seguros:

Diferentes compañías aseguradoras han empezado a utilizar estas tecnologías para apoyar el aseguramiento de los bienes que proceden a créditos.

Cartografía y Topografía:

Necesidad de actualizar mapas (de todos los tipos) basados en las observaciones vistas en los últimos 25-30 años. También se tiene la necesidad de tener actualizaciones de crecidas de ríos para el análisis de riesgos y la generación de alertas basados en la afección de diferentes zonas a fenómenos naturales. Esto va a generar conocer exactamente mapas de los ríos más caudalosos y por supuesto su impacto sobre las zonas poblacionales cercanas.

Aguas y deshielo:

Las investigaciones de los Científicos relacionadas con calentamiento global se basa en parte con las fotos innegables de deshielo y aumento del nivel del agua en las líneas costeras producto del aumento en las temperaturas de la tierra y de los océanos.

Ambiente:

Con el continuo aumento de las temperaturas muchos panoramas en la tierra han cambiado. Desde grandes incendios forestales en la Filipinas hasta incendios controlados en India dejan ver el impacto ambiental causado. Se puede conocer la ineficacia de algunas tierras para mantener cultivos con la misma eficacia que lo hacían antes. Estos estudios se basan estudios sobre imágenes satelitales.

Conclusiones

Podemos observar que la idea central en todo esto, no solamente es encontrar y analizar aplicaciones actuales de gran impacto en el área tecnológica, ambiental, etc, donde las herramientas del álgebra lineal tienen una participación relevante, sino que paralelamente hacemos un rescate histórico tanto temáticamente, como con los actores principales involucrados en el proceso. Este rescate histórico es prioritario y relevante como antesala de los modelos abstractos, por tanto es un complemento para ayudar a entender y madurar la modelización de la parte abstracta del álgebra lineal.

Un software adecuado para esta etapa lo constituye Excel, pues para esta temprana etapa su carácter didáctico y su flexibilidad estadística es innegable. Posteriormente se puede usar también el software libre Silab, tremendamente fácil de utilizar y bastante asequible para nuestros propósitos.

En el álgebra lineal observamos un hecho paradógico descrito por Bourbaki: el álgebra lineal es una de las ramas más antiguas, así también como una de la más recientes, por el hecho de que la resolución de ecuaciones lineales se encuentra en los orígenes de la matemática y que por medio de los desarrollos modernos del álgebra se valora el carácter esencial del álgebra lineal y se percibe una linealidad en el álgebra moderna para colocar el álgebra lineal en un lugar preferente dentro de las matemáticas.

Bibliografía

1. Enrique Zuazua. Departamento de Matemática Aplicada Universidad Complutense 28040 Madrid. Spain zuazua@eucmax.sim.ucm.es
2. Dettman J. Introducción al álgebra lineal y ecuaciones diferenciales. Mc Graw-Hill.1973.
3. Halmos.P. Finite-dimensional vector spaces. Springer-Verlag. Pricenton 1974.
4. Herstein.N - Winter D.J. Álgebra lineal y teoría de matrices. Grupo editorial iberoamericana. México.1989.
5. Hoffman K- Kunze R. Álgebra lineal. Prentice Hall. México. 1971.

6. Lang.S. Álgebra lineal. Fondo Educativo Interamericano. 1971.
7. Lipschutz S. Álgebra lineal. Mc GRaw-Hill. 1968.
8. Maltsev A. Y. Fundamentos de álgebra Lineal. Mir. Moscú. 1976.

Estadística con Software de Geometría Dinámica

José Alexandre dos Santos Vaz Martins[1]
Maria Manuel da Silva Nascimento[2]

Resumen

La visualización es extremamente importante para ayudar a los jóvenes estudiantes a captar el real sentido de algunos conceptos matemáticos y estadísticos. Así, presentamos la aplicación de un software de geometría dinámica (Cabri-Géomètre II) para la ilustración y exploración de algunos conceptos de estadística, bien como sus propiedades y representaciones gráficas. El objetivo es permitir una mejor asimilación por parte de los alumnos, una mayor facilidad de exposición por parte de los profesores, y una más fructífera interacción entre profesor y alumnos, fomentando una exploración progresiva e intuitiva por parte de los alumnos y haciendo uso de herramientas computacionales, con énfasis en la visualización, para contribuir para el mejoramiento del pensamiento y razonamiento estadístico de nuestros alumnos.

Introducción

Como escribió Caraça (2000), los griegos, en el siglo V a.C., impusieron la separación entre lo numérico y lo figurativo, que llegó hasta los siglos XV y XVI. A pesar de la aproximación que se dio entre los campos geométrico y analítico, en los últimos cuatro siglos, y de acuerdo con Guzmán (2001), inclusive durante gran parte del siglo XX existieron fuertes tendencias formales que dieron origen a una cierta sospecha y aprehensión en relación a la visualización matemática. Pero, por otro lado, hay que realzar que en las últimas décadas la visualización emergió como una clara y fuerte tendencia desempeñando un nuevo e importante papel en la enseñanza de la matemática y de la estadística. Esto nos permite, hoy, con la ayuda de los ordenadores, ir más allá, tanto a los alumnos como a los profesores.

En la matemática y en la estadística, algunas ideas, conceptos y métodos presentan una gran riqueza de contenidos visuales. Así, como Guzmán (2001) refirió, es natural considerar la visualización como un aspecto extraordinariamente importante en la actividad matemática en general como tareas de creación, descubrimiento de nuevas relaciones o de transmisión de conocimiento.

Desde este punto de vista, los Softwares de Geometría Dinámica (SGD) pueden ser muy útiles, pues tienen propiedades de medida, constructivas y dinámicas que posibilitan la creación de algunas aplicaciones con un enorme potencial en relación a características de la visualización ya mencionadas. Además, con ayuda de los SGD, es posible ayudar a los

[1] Instituto Politécnico da Guarda – Portugal jasvm@ipg.pt
[2] Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro – Portugal mmsn@utad.pt

estudiantes a superar algunas de sus dificultades, como por ejemplo: pensamiento lógico e intuitivo; sistematización; argumentación; interpretación; selección y evaluación de información; desarrollo de una actitud multidisciplinar. Esto se aplica a numerosas áreas de la matemática y, en particular, a la estadística.

Uno de los objetivos es presentar el potencial de los SGD al servicio de la aprehensión de conceptos de estadística, contribuyendo, de esa forma, para mejorar la enseñanza de la estadística, que alcanzó una importancia creciente en el plan curricular y social. Se pretende también facilitar el trabajo del profesor mostrando ideas para alcanzar esos anhelos. Pero como Godino (1995) sugiere, estos tipos de software de aplicación no solucionan por si todos los problemas de la enseñanza, siendo necesaria una gran labor de reflexión e investigación para construir guías didácticas adecuadas.

En este sentido, presentaremos algunas aplicaciones hechas con Cabri-Géomètre II y construidas para obtener una estimulación visual y para facilitar la adquisición de conceptos como el de la media, mediana, moda y varianza. Esto será basado en la interpretación geométrica de esos conceptos y de sus propiedades, bien como en la manipulación dinámica y exploración de sus características geométricas. Estas aplicaciones desempeñan un importante papel para experimentar el efecto del cambio dinámico de los valores de los datos en las medidas estadísticas. Se presentarán también algunas aplicaciones Cabri que permiten analizar algunos tipos de gráficos así como algunas interrelaciones entre ellos.

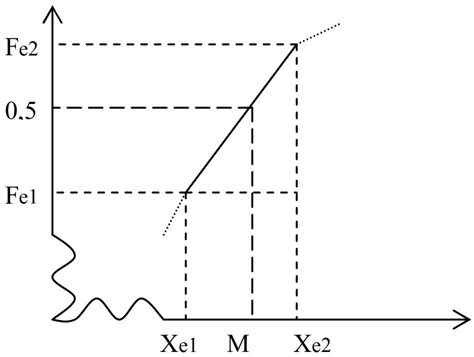
Presentación de las Aplicaciones

Las aplicaciones que se presentan seguidamente fueran construidas en Cabri Géomètre II, y la mayoría de ellas pueden ser implementadas con conocimientos básicos de Cabri u otro SGD.

Mediana

De acuerdo con Cobo y Batanero (2000) las definiciones usuales de mediana presentan algunas dificultades y ambigüedades. Las mismas autoras sustentan que el cálculo de la mediana se basa en la comprensión de la gráfica de las frecuencias cumulativas, en un razonamiento proporcional correcto y también en el entendimiento de las semejanzas de triángulos.

Considerando para el trazado del polígono integral la hipótesis de que las frecuencias se distribuyen uniformemente dentro de cada rango, ó lo que es lo mismo, que las frecuencias acumuladas tienen una variación linear dentro de cada rango, y utilizando semejanza de triángulos, se obtiene la fórmula para el cálculo de la mediana:



$$\boxed{\frac{Me - x_{e1}}{x_{e2} - x_{e1}} = \frac{0.5 - F_{e1}}{F_{e2} - F_{e1}}}$$

$$\boxed{Me = x_{e1} + \frac{F_{e1} - 0.5}{F_{e1} - F_{e2}}\left(x_{e2} - x_{e1}\right)}$$

Así, la aplicación propuesta muestra como obtener la mediana a partir de la gráfica de las frecuencias acumuladas, establece la relación entre el histograma y la gráfica de las frecuencias acumuladas y, la deducción de la fórmula para el cálculo de la mediana en el caso continuo, basada en relaciones de semejanza de triángulos, como se puede ver en la figura 1.

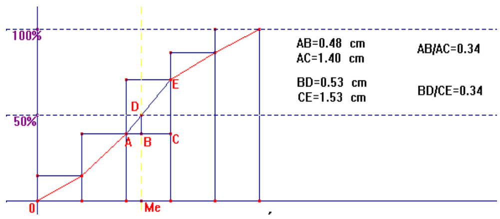
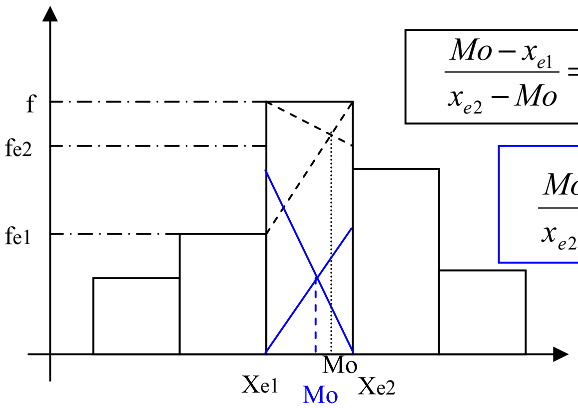


Figura 1 – Obtención geométrica de la mediana y de su fórmula

Moda

Existen varias fórmulas para establecer el valor de la moda en el rango modal. Este valor es una aproximación, y por eso necesita una interpretación cuidadosa. En este sentido, es muy importante tener un mayor conocimiento sobre el funcionamiento de estas fórmulas. Como podemos observar en la figura 2, se presentan dos procesos geométricos para obtener el valor de la moda bien como sus fórmulas de cálculo basadas en el principio de que, en el rango modal, la moda debe estar más cerca del rango vecino con mayor frecuencia.



$$\frac{Mo - x_{e1}}{x_{e2} - Mo} = \frac{f - f_{e1}}{f - f_{e2}} \rightarrow Mo = x_{e1} + \frac{f - f_{e1}}{(f - f_{e1}) + (f - f_{e2})}(x_{e2} - x_{e1})$$

$$\frac{Mo - x_{e1}}{x_{e2} - Mo} = \frac{f_{e2}}{f_{e1}} \rightarrow Mo = x_{e1} + \frac{f_{e2}}{f_{e1} + f_{e2}}(x_{e2} - x_{e1})$$

Desde la duplicación del histograma, es posible comparar los valores de la moda obtenida y también estudiar y comprender el comportamiento de cada uno de los procesos geométricos. A partir de relaciones de triángulos, también es posible deducir las fórmulas de cálculo y confirmarlo de una forma dinámica.

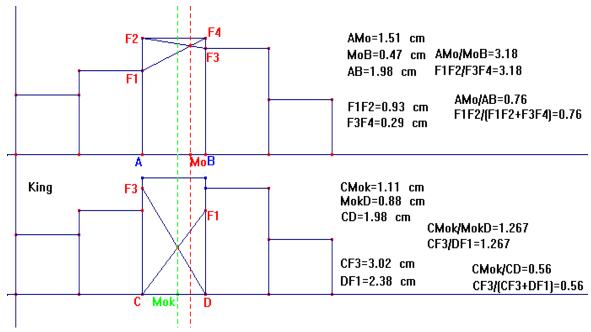


Figura 2– Procesos geométricos para obtener la moda

Media

Como sabemos, la media puede tener una interpretación física como "centro de gravedad". De este modo, con base en la propiedad de la media aritmética $\sum(x_i - \bar{x}) = 0$, o sea, que la suma de las distancias de la media a los datos que le son inferiores es igual a la suma de las distancias de ella a los datos que le son superiores, se construyó una balanza donde la media aritmética respectiva representa el punto de equilibrio, como es posible confirmar en la figura 3. De este modo, y sin pérdida de generalidad, en una recta están colocados siete puntos, $x_1,\ldots, x_7$, con frecuencia unitaria, y está también colocado el punto

M que puede moverse a lo largo de la recta. Al mover el punto M se observa en la pantalla el valor, *vsoma*, de la medida del vector suma de los vectores con origen en el punto M y la otra extremidad en cada uno de los puntos, $x_1,\ldots, x_7$. Entonces, se puede procurar, de forma dinámica, la media haciendo el punto M correr la recta de forma a que el valor *vsoma* pase a ser nulo.

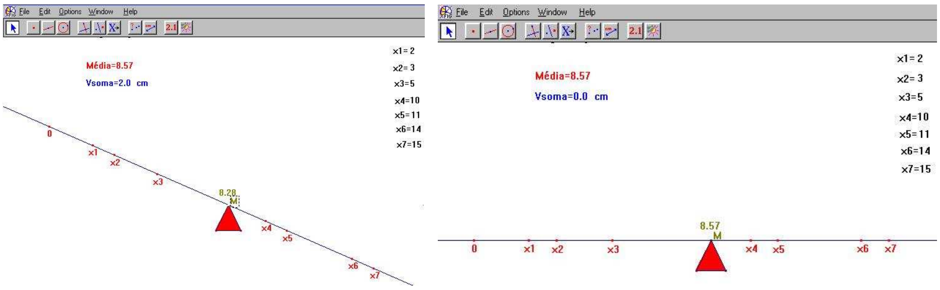


Figura 3 – La balanza de la media aritmética

Además de la interpretación física, es aún posible ayudar a los estudiantes en algunas de las dificultades relacionadas con la media aritmética, en particular evidenciando algunas propiedades que son mencionadas por Batanero (2000):

- La media se localiza entre los valores extremos;
- La suma de los desvíos en relación a la media es cero;
- La media es influenciada por todos los datos;
- La media no es necesariamente igual a uno de los datos;
- La media puede tener un valor que no tiene significado real;
- Cuando se calcula la media y se tiene un dato con valor nulo, este debe ser incluido en el cálculo;

Varianza

En la primera aplicación se pretende, para el caso de las variables continuas, relacionar simplemente el histograma con el valor de la varianza y su evolución. Para eso se construyó un histograma en el que es posible alterar dinámicamente las frecuencias y además se puede constatar, por la área de un círculo, el valor de la varianza correspondiente.

Así, se pueden explorar alteraciones en las frecuencias, experimentando varias situaciones. En particular, tiene interés experimentar situaciones con medias semejantes pero claramente con varianzas muy distintas (ver imagen 1).

Por otro lado, con estos experimentos es posible entender la real complejidad e interdependencia que el concepto de varianza encierra.

De esta manera se cree estar estimulando aspectos intuitivitos y la capacidad crítica de los alumnos relativamente a la dispersión y sus medidas estadísticas.

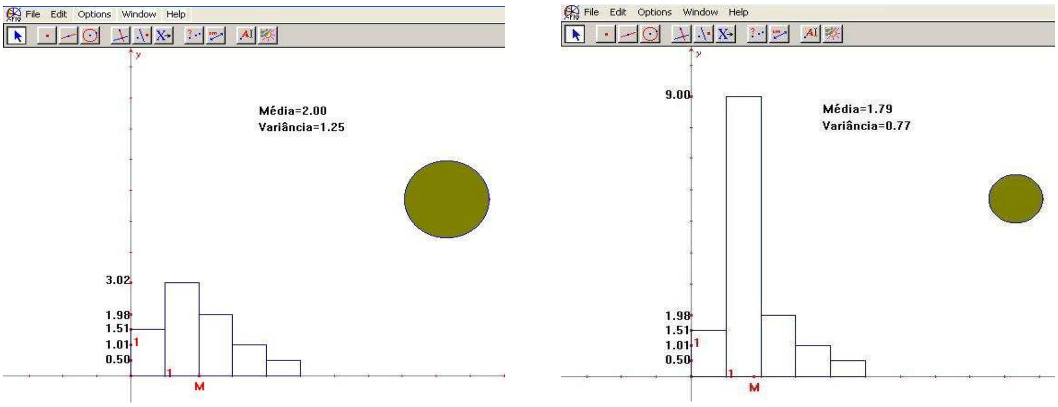


Figura 4: Varianza y frecuencia

En la segunda aplicación se pretende, para el caso de una variable discreta (usando 5 valores de una variable) y partiendo de la fórmula de la varianza, visualizar, a través de cuadrados (con sus áreas y las medidas de sus lados), el valor de la varianza y su evolución.

Claramente, la varianza, $\sigma^2 = \sum_k (x_k - \bar{x})^2 / n$, surge, en contexto geométrico, como la media aritmética de las áreas de los cuadrados que tienen la medida de sus lados iguales a la distancia entre cada uno de los datos y la media aritmética de esos mismos datos.

Con base en esta interpretación geométrica, la aplicación representa, tal como se puede observar en la figura 4, a la izquierda de la media de los datos y para cada uno de los datos de valor inferior a la media, los cuadrados que tienen la medida de sus lados iguales a la distancia entre cada uno de esos datos y la media aritmética de los datos. Lo mismo pasa con los datos superiores a la media, pero en este caso a la derecha de la misma. Finalmente se presenta un cuadrado de área igual a la media de las áreas de los cuadrados referidos y que tiene la medida del lado igual al valor del desvío padrón.

Con esta aplicación es posible estimular en los estudiantes aspectos intuitivos y capacidades críticas, visualizando el contenido geométrico de la varianza y también explorando alteraciones dinámicas de los valores de la variable, evidenciando que la varianza es muy sensible a variaciones de los datos y que su valor depende mucho de la orden de los valores de los datos.

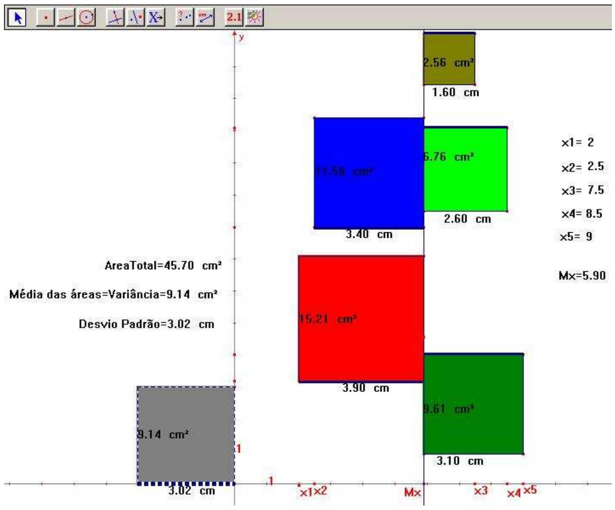


Figura 5 - Representación gráfica de la varianza

Gráficos

Un primer ejemplo del uso del Cabri aplicado al tema de los gráficos es uno que muestra dinámicamente la relación entre histograma, gráfico de frecuencias acumuladas y gráfico de extremos y cuartiles, como es visible en la figura 6.

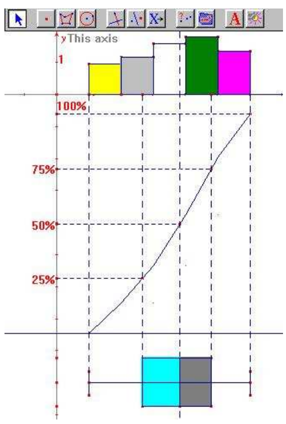


Figura 6 – Histograma, gráfico de frecuencias acumuladas y gráfico de extremos y cuartiles

Otro ejemplo es una aplicación que relaciona el gráfico de barras y el correspondiente gráfico circular y que presenta la relación constante entre el área de la barra y el ángulo del sector respectivo, como se mostrado en la figura 7.

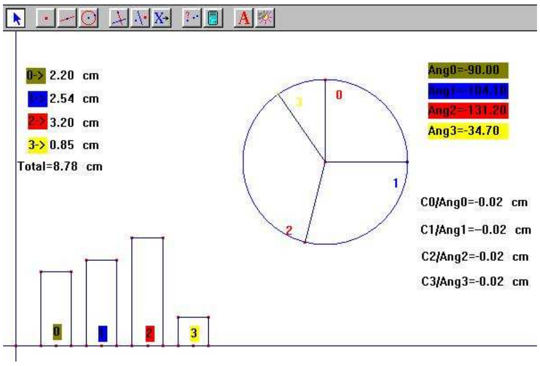


Figura 7– Relación entre el gráfico de barras y el gráfico circular

Conclusión

Las aplicaciones expuestas, que cualquier persona con conocimientos mínimos de Cabri-Géomètre u otro SGD consigue implementar, tendrán cumplido los objetivos iniciales si, a través del potencial de la geometría dinámica, pudieren ser considerados, no sólo, como ejemplos versátiles, capaces de estimular y facilitar la asimilación, interpretación y comprensión de algunos conceptos básicos de estadística y de algunas de sus propiedades, pero también como siendo capaces de promover una mayor interacción en ambiente de aula.

Así, creemos que es posible mejorar la enseñanza de la estadística usando SGD de una forma cuidadosa y reflexionada.

Hay, seguramente, innumeras posibilidades de exploración de estas aplicaciones pudiéndose profundizar, mejorar y/o añadir otras potencialidades, teniendo como motivación la curiosidad, la imaginación y la voluntad.

Bibliografia

Batanero, C., *Ensino e Aprendizagem da Estadística.* Sociedade Portuguesa de Estatística, 2000

Caraça, Bento, *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Gradiva, 2000

Cobo, B.; Batanero, C., ¿La mediana en la educación secundaria obligatoria:?un concepto sencillo?; *UNO* 23, (pp 85-96), 2000

Godino, J., ¿Qué aportan los ordenadores a la enseñanza y aprendizaje de la estadística?. *UNO*, 5, (pp 45-56), 1995

Guzmán, Miguel, *El rincón de la pizarra*. Pirámide, 2001

ESTILOS DE APRENDIZAJES EN MÉXICO: UN ESTUDIO DE CASO.

MARÍA EUGENIA CANUT DÍAZ VELARDE[1]

JORGE JAVIER JIMÉNEZ ZAMUDIO[2]

JEANETT LÓPEZ GARCÍA[3]

Resumen

Se realizó una investigación educativa, aplicando el cuestionario CHEA, para determinar el Estilo de Aprendizaje predominante en diferentes áreas: social, técnica y de las ciencias duras. Se tomó una muestra a criterio de alumnos de un campus de una Universidad pública. Con base en los resultados se realizaron inferencias sobre la existencia de diferencias estadísticas entre estudiantes mexicanos y alumnos españoles en licenciaturas similares, así como también sobre la posibilidad de que la propia formación profesional modificase el Estilo de Aprendizaje.

Introducción

Una herramienta que ha tomado relevancia por los orientadores educativos es la relativa al conocimiento de los estilos de aprendizaje de los dicentes. Los estilos pueden entenderse como la forma en que las personas se acercan al conocimiento. Desde una perspectiva fenomenológica, las características estilísticas son los indicadores de superficie de dos niveles profundos de la mente humana: el sistema total del pensamiento y las peculiares cualidades de la mente que un individuo utiliza para establecer lazos con la realidad [1].

El término "estilo de aprendizaje" se refiere al hecho de que cada persona utiliza su propio método o estrategias para aprender. Aunque las estrategias varían según lo que se quiera aprender, cada uno tiende a desarrollar ciertas referencias o tendencias globales, predisposiciones que definen un estilo de aprendizaje. Son los rasgos cognitivos, afectivos

(1) País: México. Centro de trabajo principal: UNAM, FES ACATLÁN.
marucanut@gmail.com Tel. particular 5553-731499 Tel. trabajo 5556-231502. TEL celular 55 1840 3992

2 País: México. Centro de trabajo principal: UNAM, FES ACATLÁN.
jzamudio02@yahoo.com jzamudio@apolo.acatlan.unam.mx Tel. particular 55 5348 2109. Tel. 55 5623 1582. Tel. Cel. 5554517320

3 País: México. Centro de trabajo principal: UNAM, FES ACATLÁN.
jeanettlg@hotmail.com Tel. particular 55 5755 6926. Tel. trabajo 55 5623 1740. Tel. celular 55 1826 8622

y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de cómo los alumnos perciben interacciones y responden a sus ambientes de aprendizaje, es decir, tienen que ver con la forma en que los estudiantes estructuran los contenidos, forman y utilizan conceptos, interpretan la información, resuelven los problemas, seleccionan medios de representación (visual, auditivo, kinestésico), etc. Los rasgos afectivos se vinculan con las motivaciones y expectativas que influyen en el aprendizaje, mientras que los rasgos fisiológicos están relacionados con el género y ritmos biológicos, como puede ser el de sueño-vigilia, del estudiante [3]

La noción de que cada persona aprende de manera distinta a las demás permite buscar las vías más adecuadas para facilitar el aprendizaje, sin embargo hay que tener cuidado de no "etiquetar", ya que los estilos de aprendizaje, aunque son relativamente estables, pueden cambiar; pueden ser diferentes en situaciones diferentes; son susceptibles de mejorarse; y cuando a los estudiantes se les enseña según su propio estilo de aprendizaje, aprenden con más efectividad [3].

En consecuencia, para poder proporcionar un perfil de los estudiantes de nivel superior, que coadyuve en la eficiencia educativa, se realizó un estudio de campo utilizando el cuestionario Money-Alonso para determinar los baremos para los estilos activo, reflexivo, teórico y pragmático de estudiantes de una universidad pública e identificar el Estilo de Aprendizaje predominante, de acuerdo a la disciplina y madurez del estudiante.

Fundamentación

Muchos autores están convencidos de que el estudio de las formas en que las personas se comportan, aprenden, enseñan y piensan, es importante para entender la génesis del proceso educativo y, por ende, para diseñar procesos ajustables y tratamientos específicos orientados a incrementar el aprovechamiento en el aprendizaje de los estudiantes, por una parte, y la efectividad del esfuerzo de los docentes, por otra [4].

Investigaciones en neurofísica y en la psicología han dado han aportado un nuevo elemento al cómo las personas se acercan al conocimiento, señalando que no existe una única forma de aprender, que cada persona tiene una forma o estilo particular de establecer relaciones con el mundo y en consecuencia para aprender. Con respecto a este enfoque se han desarrollado distintos modelos que aproximan una clasificación de estas distintas formas de aprender [3].

Los estilos pueden entenderse como el cómo las personas se acercan al conocimiento. Desde una perspectiva fenomenológica, las características estilísticas son los indicadores de superficie de dos niveles profundos de la mente humana: el sistema total del pensamiento y las peculiares cualidades de la mente que un individuo utiliza para establecer lazos con la realidad [1]

La noción de que cada persona aprende de manera distinta a las demás permite buscar las vías más adecuadas para facilitar el aprendizaje, sin embargo hay que tener cuidado de no "etiquetar", ya que los estilos de aprendizaje, aunque son relativamente estables, pueden cambiar; pueden ser diferentes en situaciones diferentes; son susceptibles de mejorarse; y cuando a los estudiantes se les enseña según su propio estilo de aprendizaje, aprenden con más efectividad [3].

En consecuencia, es necesario empezar a delinear los rasgos y preferencias relevantes de los estudiantes, a todos los niveles educativos, incluyendo el nivel superior, para determinar si efectivamente los estilos de aprendizaje, conceptualizados como los teóricos señalan, permiten establecer correlaciones validadas estadísticamente, que sugieran una modificación en los estilos de docencia de los profesores.

Se debe aportar una base empírica que empate con las teorías de los estilos de aprendizaje y una forma, entre muchas, es determinar los baremos de estudiantes de licenciatura, buscando determinar las diferencias, si es que ellas existen, entre diferentes orientaciones profesionales y, de de ser posible, correlacionar estilos de aprendizaje con acreditación, y una posible evolución y/o modificación de dichos estilos, como resultado de la formación profesional específica de cada licenciatura.

Desarrollo

Para autores como Negrete [2], existen cuatro estilos de aprendizaje:

(i) divergente; el sujeto tiende a apartarse de situaciones meramente convencionales, eligiendo opciones alternativas, según su propio criterio. Son personas que prefieren observar en vez de actuar y la información es obtenida por la observación reflexiva. En situaciones de aprendizaje formal prefieren trabajar en grupos y escuchar con mente abierta.

(ii) asimilador; son personas con razonamiento lógico o matemático y tienen inclinaciones hacia los estudios científicos. Trabajan mediante planeación, conceptualizan y definen problemas específicos. Les gusta organizar la 9información y desarrollan habilidades matemáticas.

(iii) convergente; son sujetos con capacidad de razonamiento lógico, lo cual les permite tomar decisiones de manera asertiva, con recursos tales como el análisis, la deducción, la analogía y la hermenéutica.

y (iv) acomodador; los alumnos tienden a poner en práctica la teoría aprendida y a dirigirla a aplicaciones concretas. Les interesa poner en contacto la teoría y la práctica.

Según Kolb (citado por Negrete en [2]) cualquier sujeto puede participar de uno o varios estilos e aprendizaje de acuerdo con el tipo de aprendizaje.

A continuación se presenta una breve revisión sobre las diferentes definiciones que los teóricos han dado sobre los estilos de aprendizaje.

Autor	Definición
R. Duna, K. Duna y G. Price 1979	"La manera en que elementos diferentes que proceden de cuatro estímulos básicos, afectan a la habilidad de una persona para absorber y retener"
Hunt 1979	"Las condiciones educativas bajo las cuales un discente está en la mejor situación para aprender"
Schmeck 1982	"Simplemente el Estilo Cognitivo que un individuo manifiesta cuando se confronta con una tarea de aprendizaje"
Gregory 1979	"Comportamientos distintivos que sirven como indicadores de cómo una persona aprende y se adapta a su ambiente"
Riechmann 1979	"Es un conjunto particular de comportamientos y actitudes relacionados con el contexto de aprendizaje"
Smith	Son los modos característicos por los que un individuo procesa la información, siente y se comporta en las situaciones de aprendizaje"

Tabla 1. Definiciones de Estilos de Aprendizaje [1]

Cuando se habla de estilos de aprendizaje, se toman en cuenta cuatro aspectos fundamentales para definirlos: (i) dependencia-independencia de campo, mayor estructura externa y trabajo en equipo vs. Resolución personal de problemas); (ii) conceptualización y categorización, enfoque relacional-contextual vs. Analítico descriptivo; (iii) relatividad frente a impulsividad, precaución y aceptación del riesgo; y (iv) las modalidades sensoriales, visual o icónico, auditivo o simbólico y cinético o inactivo.

Metodología

El estudio se realizó en una institución de nivel superior de carácter público, ubicada en una zona urbana. Se tomo una muestra a criterio de 184 estudiantes, de los cuales 117 corresponden al área de ciencias, 33 área técnica y 25 área social. El nivel alcanzado en la licenciatura por los estudiantes fue: tercero, cuarto y quinto semestre.

Para especificar el estilo cognitivo se tomo de base el Cuestionario Money-Alonso de Estilos de Aprendizaje (CHAEA), del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Deusto, España. El cuestionario consta de 80 preguntas y se inscribe dentro de los enfoques cognitivos del aprendizaje.

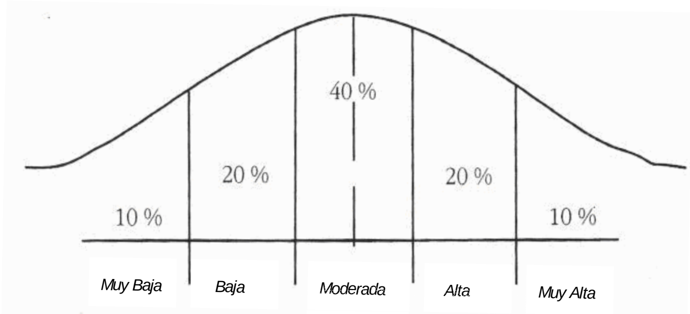


Gráfico 1
Figura1

Para determinar los baremos, se ordenaron cada una de las puntuaciones correspondientes a los cuatro estilos cognitivos. De acuerdo a las especificaciones del instrumento, se persigue establecer una distribución tipo normal, disponiéndose las preferencias de tal forma que el 10% de los resultados ubicados en los extremos se correspondan con preferencias muy alta o muy baja, al centro, la preferencia moderada que le corresponde el 40% y entre ésta y los extremos se ubicaron con 20% las presencias baja y alta (Gráfico 1).

Adicionalmente se procedió a aplicar una prueba de hipótesis para identificar si existían diferencias estadísticas entre: (i) alumnos mexicanos de tercer semestre versus alumnos de quinto semestre de una licenciatura en ciencias, y (ii) estudiantes mexicanos (una muestra a criterio) versus estudiantes españoles (reportados en [2]).

Se realizó una prueba de hipótesis para la diferencia entre dos medias muestrales, en las que se supuso como hipótesis nula que no existe diferencia entre las medias de los grupos en estudio y, consecuentemente, la hipótesis alterna, de que si existe diferencia entre las medias. Es decir:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Con un nivel de significancia de 0.05. Se aplicó la distribución z como estadístico de prueba, utilizando

$$z = \frac{\overline{X}_2 - \overline{X}_1}{\sqrt{\frac{s_2^2}{n_2} + \frac{s_1^2}{n_1}}}$$

La regla de decisión se basó en las hipótesis nula y alternativa de dos colas. La región de rechazo se encuentra en los extremos de las colas con un valor crítico de z=1.96.

Resultados

Los resultados se presentan en dos vertientes: la primera sobre la identificación del Estilo de Aprendizaje dominante en las áreas de estudio y la segunda, sobre pruebas de hipótesis para determinar la diferencia estadística entre las poblaciones.

I) Determinación de Estilos de Aprendizaje

En las Tablas 2, 3 y 4 se presentan los baremos calculados para cada uno de los cuatro Estilos de Aprendizaje correspondientes a cada una de las tres áreas estudiadas: ciencias, técnica y social. La tabla 5 muestra únicamente los resultados de estudiantes de quinto semestre, en donde se supone existe ya una influencia debida a la formación profesional en el área específica.

Resumen Área de Ciencias					
Muestra 117	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-5	6-7	8-12 Media(9.73)	13-14	15-20
Reflexivo	0-11	12	13-15 Media(14.38)	16-17	18-20
Teórico	0-9	10-11	12-14 Media(12.95)	15-16	17-20
Pragmático	0-9	10-11	12-14 Media(12.62)	15-16	17-20

Tabla 2.

Resumen Área técnica					
Muestra 34	10 % preferencia MUY BAJA	20 % preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-6	7-9	10-12 Media (10.53)	13-15	16-20
Reflexivo	0-8	9-11	12-15 Media (13.06)	16-17	18-20
Teórico	0-7	8-9	10-13 Media (11.91)	14-16	17.20
Pragmático	0-9	10-11	12-15 Media (13.59)	16-17	18-20

Tabla 3.

Resumen Área Ciencias Sociales					
Muestra 33	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-5	6-9	10-13 Media(11.18)	14-15	16- 20
Reflexivo	0-11	12-13	14-17 Media(15)	18	19-20
Teórico	0-8	9-12	13 -15 Media(13.36)	16-17	18-20
Pragmático	0-11	12-13	14-16 Media(14.36)	17-18	19-20

Tabla 4.

Ecuaciones Diferenciales quinto semestre					
N = 60	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-6	7-8	9-12 Media (9.90)	13	14-20
Reflexivo	0-11	12-13	14-16 Media(15.08)	17-18	19-20
Teórico	0-9	10-11	12-15 Media(13.47)	16-17	18-20
Pragmático	0-9	10-11	12-14 Media(12.57)	15-16	17-20

Tabla 5.

Para la construcción de los baremos de ciencias se tomo la muestra en un grupo de quinto, de Ecuaciones Diferenciales (Tabla 5) y dos grupos de tercer semestre de las asignaturas de Cálculo III (Tabla 6) Métodos Numéricos (Tabla 7).

Cálculo tercer semestre					
N= 33	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-4	5-7	8-11 Media (9.56)	12-15	16-20
Reflexivo	0-7	8-12	13-15 Media(13.41)	16	17-20
Teórico	0-9	10-11	12-14 Media(12.75)	15	16-20
Pragmático	0-8	9-10	11-14 Media (12.5)	15-16	17-20

Tabla 6.

Métodos Numéricos tercer semestre					
N = 26	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0- 5	6-7	8-11 Media(9.52)	12-13	14-20
Reflexivo	0-9	10-12	13-14 Media(13.92)	15-16	17-20
Teórico	0-8	9-10	10-14 Media(11.96)	15	16-20
Pragmático	0-8	9-11	12-14 Media(12.88)	15	16-20

Tabla 7.

a) En el caso del área técnica, se tomaron dios grupos, uno de cuarto semestre y otro de quinto, en las asignaturas de Métodos Determinísticos de Optimización e Ingeniería Económica respectivamente (Tablas 8 y 9).

Métodos Determinísticos de Optimización cuarto semestre					
N = 15	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-5	6-8	9-11 media (9.5)	12-14	15-20
Reflexivo	0-7	8-10	11-15 Media(12.06)	16-18	19-20
Teórico	0-6	7	8-11 Media(10.81)	12-15	16-20
Pragmático	0-9	10-11	12-14 Media(12.93)	15-17	18-20

Tabla 8.

Ingeniería Económica quinto semestre					
N= 18	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-5	6-9	10-12 Media(11.4)	13-17	18-20
Reflexivo	0-9	10-11	12-15 Media(13.94)	16- 17	18-20
Teórico	0-8	9-10	11- 13 Media(12.8)	14-16	17-20
Pragmático	0-7	8-12	13-16 Media(14.16)	17-18	19-20

Tabla 9.

c) Para el área de Ciencias Sociales, la muestra se tomó sobre un grupo de quinto semestre (Tabla 10)

Ciencias Sociales quinto semestre					
N = 33	10 % preferencia MUY BAJA	20% preferencia BAJA	40 % preferencia MODERADA	20% Preferencia ALTA	10% Preferencia MUY ALTA
Activo	0-5	6-9	10-13 Media(11.18)	14-15	16- 20
Reflexivo	0-11	12-13	14-17 Media(15)	18	19-20
Teórico	0-8	9-12	13 -15 Media(13.36)	16-17	18-20
Pragmático	0-11	12-13	14-16 Media(14.36)	17-18	19-20

Tabla 10

II) Pruebas de hipótesis

Al aplicar la prueba de hipótesis a los diferentes resultados empíricos se obtuvo:

(i) Alumnos mexicanos de tercer semestre versus alumnos de quinto semestre de una licenciatura en ciencias.

a) Para el Estilo Reflexivo: $$z = \frac{15.08 - 13.63}{\sqrt{\frac{2.37}{60} + \frac{2.63}{57}}} = 3.124$$

b) Para el Estilo Teórico: $$z = \frac{13.47 - 12.40}{\sqrt{\frac{2.88}{60} + \frac{2.67}{57}}} = 2.069$$

(ii) Estudiantes mexicanos (una muestra a criterio) versus estudiantes españoles (reportados en [2]).

c) Para el Estilo Reflexivo: $$z = \frac{15.39 - 14.38}{\sqrt{\frac{3.50}{97} + \frac{2.60}{117}}} = 2.35$$

d) Para el Estilo Teórico: $$z = \frac{10.94 - 12.95}{\sqrt{\frac{3.23}{97} + \frac{2.82}{117}}} = -4.79$$

(iii) Estudiantes mexicanos de quinto semestre (una muestra a criterio) versus estudiantes españoles (reportados en [2]).

e) Para el Estilo Reflexivo: $$z = \frac{15.39 - 15.08}{\sqrt{\frac{3.50}{97} + \frac{2.37}{60}}} = 0.6534$$

f) Para el Estilo Teórico: $$z = \frac{10.94 - 13.47}{\sqrt{\frac{3.23}{97} + \frac{2.88}{60}}} = -5.09$$

Conclusiones

- ✓ El estilo cognitivo predominante en el área de ciencias en estudio es reflexivo, seguido de teórico. Parecen bastante razonables los resultados en tanto que su formación es básicamente matemática y matemática aplicada, que requiere fuertemente los dos estilos hallados.
- ✓ El estilo cognitivo predominante en el área técnica en estudio es pragmático, seguido de reflexivo. Parecen bastante razonables los resultados en tanto que su formación es básicamente matemática y física aplicada, que requiere fuertemente los dos estilos hallados.
- ✓ El estilo cognitivo predominante en el área social en estudio es reflexivo, seguido de pragmático. Parecen bastante razonables los resultados en tanto que su formación es básicamente para la toma de decisiones aplicada a los grupos sociales, que requiere fuertemente los dos estilos hallados.
- ✓ Los baremos parecen indicar que la formación profesional influye en el estilo de aprendizaje, pues de la comparación hecha entre los estudiantes de quinto semestre y tercero, ambos del área de ciencias, se aprecia una tendencia al incremento en los estilos predominantes: reflexivo y teórico.
- ✓ La prueba de hipótesis de diferencia de medias, entre estudiantes de tercero y quinto semestres en ciencias, confirma la suposición de que la formación profesional influye en el estilo de aprendizaje predominante, el reflexivo.
- ✓ La prueba de hipótesis de diferencia de medias, entre estudiantes mexicanos versus españoles, en el área de ciencias y área de informática respectivamente, presenta dos resultados diferentes: (i) para alumnos mexicanos de toda la muestra, sí existe diferencia, pero (ii) ésta desaparece cuando sólo se comparan alumnos de quinto semestre de mexicanos contra españoles (Gráfico 2).
- ✓ Los resultados deben ser tomados con reserva, pues la muestra no fue aleatoria.
- ✓ Falta intentar correlacionar los estilos de aprendizaje con los índices de acreditación, lo cual será una continuación de la actual investigación.

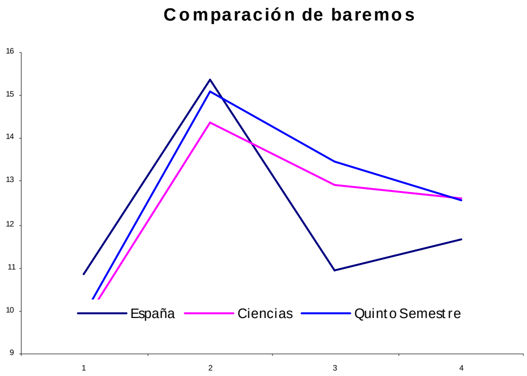


Gráfico 2

Referencias bibliográficas.

[1] Alonso, C., Gallego, D. y Money, P. (). ***Los Estilos de Aprendizaje***. Ediciones Mensajero. España.

[2] Negrete, Jorge. (2002). ***Estrategias para el aprendizaje***. Editorial Banca y Comercio. México.

[3] Cisneros, A. Comp. (2004). ***Manual de Estilos de Aprendizaje.*** S.E.P. México.

[4] Lozano, A. (2008). ***Estilos de Aprendizaje y Enseñanza. Un panorama de la estilística educativa***. Trillas. México.

Etapa inicial del diseño y validación del Test de Diagnóstico de Aptitudes Matemáticas Esenciales: resultados de un pase piloto

Evelyn Agüero Calvo[1]
Instituto Tecnológico de Costa Rica – Universidad de Valencia

Abstract

At an institution of higher education in Costa Rica, a research work was performed to begin a process of measurement of the mental abilities possessed by students when they enter the university. The study was focused on the design and validation of a repeated-use test, using processes of item analysis, experts' judgments, and pilot runs of the test. Projects like this are important in order to improve the methods of design and development of tests by mathematics teachers and to promote high quality related activities.

Resumen

En el Instituto Tecnológico de Costa Rica se llevó a cabo un trabajo de investigación el cual inicia un proceso de medición de las habilidades mentales que los estudiantes poseen cuando ingresan a la universidad. El estudio se enfocó en el diseño y validación de un test de uso repetido, mediante procesos de análisis de ítems, juicios de expertos y un pase piloto del test. La promoción de proyectos como este es importante para mejorar los métodos de diseño y desarrollo de tests por parte de profesores de matemática y así, posteriormente, promover actividades pertinentes de alta calidad.

Idea central

En este artículo se documenta la primera experiencia generada por un trabajo de investigación que se centró en el diseño y validación de un test de uso repetido que pretende diagnosticar la posesión de aptitudes matemáticas esenciales en estudiantes de primer año universitario para así predecir el éxito académico y guiar intervenciones educativas.

El trabajo de investigación mencionado es el comienzo de un proceso de medición de las habilidades mentales que los estudiantes poseen cuando entran a la universidad. Esas habilidades, se supone, han sido desarrolladas y reforzadas en los estudiantes a lo largo de su paso por la educación secundaria.

Pero, en Costa Rica, como en muchos otros países, existe un gran problema con la educación matemática debido a que los estudiantes evidencian un bajo nivel de razonamiento y pensamiento matemático, lo que perjudica su desarrollo social, laboral y

---

[1] Profesora de Matemática en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Estudiante de doctorado en la Universidad de Valencia.

personal. En general, para los docentes de matemática, es notoria la falta de conexión entre conceptos, el mal uso de representaciones y la falta de razonamiento matemático en los estudiantes que rinden evaluaciones curso tras curso, semestre tras semestre.

En una institución de educación superior como el Instituto Tecnológico de Costa Rica, se debe convertir en una prioridad el establecer los perfiles y las posibilidades académicas que tienen los estudiantes que son admitidos, para así definir actividades de seguimiento que los ayuden a enfrentar con éxito sus cursos universitarios.

El establecer un diagnóstico antes de que los estudiantes fallen en sus cursos, en el momento en que ingresan a la Universidad y empiezan con sus primeros cursos, puede marcar una diferencia significativa si los resultados del test diagnóstico se usan para organizar el proceso educacional al mejorar, planear, programar y tomar decisiones. (Escudero, 2003).

Metodología

El estudio comenzó con el diseño de 54 ítems o preguntas que representaban habilidades matemáticas como por ejemplo identificación, representación mental, codificación, clasificación, análisis, síntesis, razonamiento hipotético, inferencia lógica, razonamiento analógico y razonamiento silogístico (MEP, 2001). Estos 54 ítems conformaron el banco de ítems que fueron validados mediante un proceso de juicio de expertos.

El grupo de expertos estaba conformado por nueve profesores de matemática que evaluaron cada ítem en cinco categorías: claridad, sesgo, representatividad, capacidad discriminatoria y distractores adecuados. Sus valoraciones fueron tabuladas usando el paquete estadístico SPSS 13.0, en el que se calculó el coeficiente W de Kendall (también conocido como coeficiente de concordancia) el cual es un estadístico no paramétrico usado para determinar concordancia entre evaluadores. Los valores de W de Kendall van desde 0 (no concordancia) hasta 1 (concordancia total), y los valores intermedios indican un mayor o menor grado de unanimidad entre las valoraciones de los jueces, para los cuales se usó la siguiente tabla de interpretación:

Valores	**Fuerza de la concordancia**
< 0,20	Pobre
0,21 – 0,40	Débil
0,41 – 0,60	Moderada
0,61 – 0,80	Buena
0,81 – 1,00	Muy Buena

Por ejemplo, en la habilidad mental de identificación, una de las categorías evaluada por los expertos fue la claridad de los ítems que representaban dicha habilidad. Los resultados del cálculo de W de Kendall fueron los siguientes:

Rangos

	Rango promedio
Claridad de F1R1	2,17
Claridad de F1R2	1,50
Claridad de F1R3	**2,33**

Estadísticos de prueba

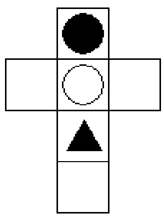
N	9
W de Kendall	**,467**
Chi-cuadrado	8,400
gl	2
Sig. asintót.	,015

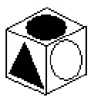
El valor 0.467 representa una concordancia moderada entre los expertos; así, el tercer ítem F1R3 es más claro que los otros dos según las valoraciones de los jueces. De la misma manera, estos tres ítems (F1R1, F1R2, F1R3) fueron analizados en las restantes cuatro categorías. Al final, el tercer ítem F1R3 fue el mejor en todas las categorías valoradas por lo que fue uno de los 18 ítems seleccionados para el conformar el test piloto que fue aplicado a una muestra de estudiantes de primer año universitario.

Sin embargo, la selección de los ítems restantes no fue un proceso sin inconvenientes como en el ejemplo mostrado. Hubo 6 grupos de ítems en los cuales no se obtuvo un valor aceptable para W de Kendall. Estos fueron modificados o reemplazados, por lo que fue necesario un nuevo pase a juicio de expertos de dichos grupos de ítems para tratar de obtener un mejor valor de concordancia y así terminar de conformar la prueba.

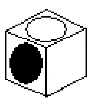
Algunos ejemplos de las preguntas incluidas en el test piloto son las siguientes:

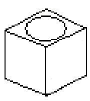
¿Cuál de los cubos se puede formar al doblar la figura de la derecha?



a) 

b) 

c) 

d) 

¿Qué números completan la siguiente secuencia numérica?

1 10 3 9 5 8 7 7 9 6 ? ?

a) 11 5

b) 10 5

c) 10 4

d) 11 6

Una persona debe pertenecer a uno de los siguientes grupos sanguíneos:

- al grupo A, caracterizado por la presencia de la sustancia A únicamente.
- al grupo B, caracterizado por la presencia de la sustancia B únicamente.
- al grupo AB, caracterizado por la presencia de las sustancias A y B.
- o al grupo O, caracterizado por la ausencia de las sustancias A y B.

En 6000 costarricenses que fueron examinados para estudiar grupos sanguíneos, se obtuvo el siguiente resultado: 2500 tienen sustancia A, 2200 presentan sustancia B y 1800 no tienen sustancia A ni B.

¿Cuántos individuos son del grupo AB?

a) 0

b) 300

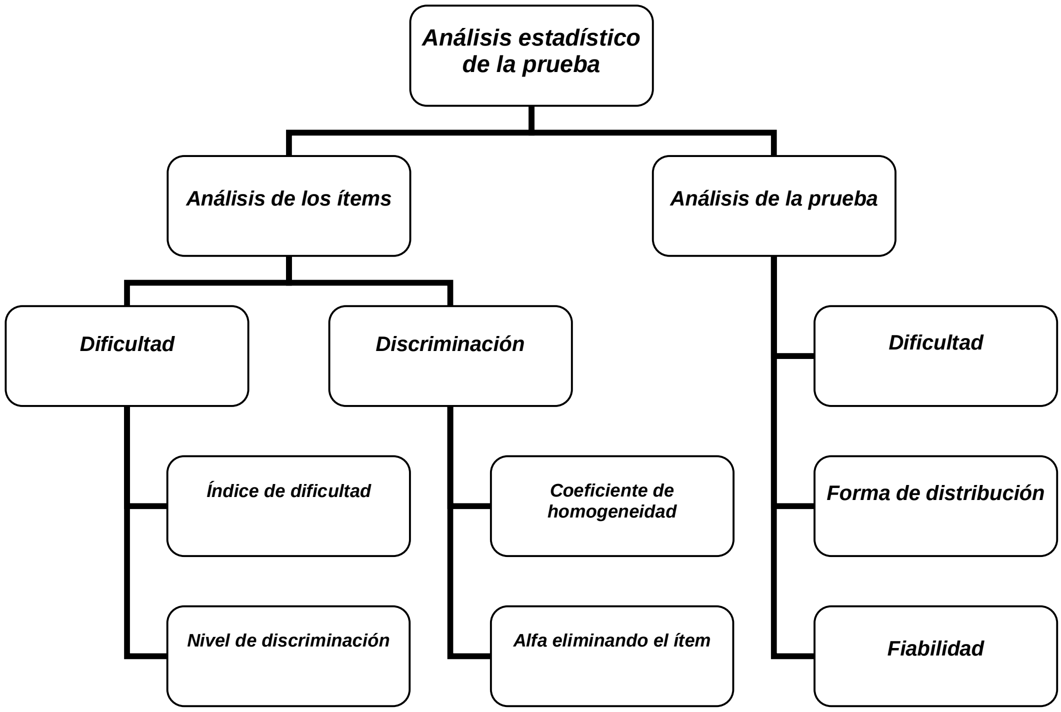
c) 500

d) 1300

Al final, con todos los ítems seleccionados para el test, un pase piloto se realizó con una muestra de 147 estudiantes de primer año universitario en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Posteriormente, sus respuestas fueron codificadas para realizar un análisis estadístico del test y de los ítems.

Realizar un análisis estadístico de los ítems y de la prueba en sí es necesario para llegar a establecer si el test tiene consistencia interna y fiabilidad. Los resultados de estos análisis son determinantes para decidir si el test mide lo que debe medir de acuerdo con los objetivos de su diseño. Si los resultados no son satisfactorios, el test debe ser rediseñado y hacer los ajustes necesarios.

El análisis estadístico del test y de los ítems fue realizado utilizando el siguiente diagrama:



Discusión de resultados

Cada indicador estadístico del diagrama anterior fue calculado con SPSS 13.0. Un resumen de los resultados se presenta a continuación:

Análisis de los ítems

- Índice de dificultad: para este indicador se usó la media de cada ítem. Los resultados fueron 50% de ítems fáciles, 44.4% de ítems de dificultad media y 5.6% de ítems difíciles. Por tanto, se debe procurar incluir mayor cantidad de ítems difíciles en una próxima versión del test. Lo ideal es tener 25% ítems fáciles, 50% ítems medios y 25% ítems difíciles.

- Nivel de discriminación: para este indicador se usó la varianza de cada ítem. Los resultados fueron 50% de ítems con discriminación crítica, 17% de ítems con discriminación nula y 33% de ítems con discriminación óptima. El porcentaje de ítems con discriminación óptima se debe incrementar, por lo que los ítems deben ser revisados en este sentido.

- Coeficiente de homogeneidad: para este indicador se usó la correlación corregida ítem-total. Se obtuvo un 28% de ítems con correlación media con el puntaje total de la prueba y 72% de ítems con baja correlación. Esto indica también que los ítems necesitan una revisión para mejorar la correlación ítem – total.

- Alpha si el ítem es eliminado: para este indicador se usó el valor Alpha de Cronbach si se elimina el ítem. Se obtuvo que 15 de los 18 ítems favorecen la fiabilidad del test y 3 ítems perjudican la fiabilidad. Estos tres ítems que perjudican la fiabilidad deben ser eliminados del banco de ítems.

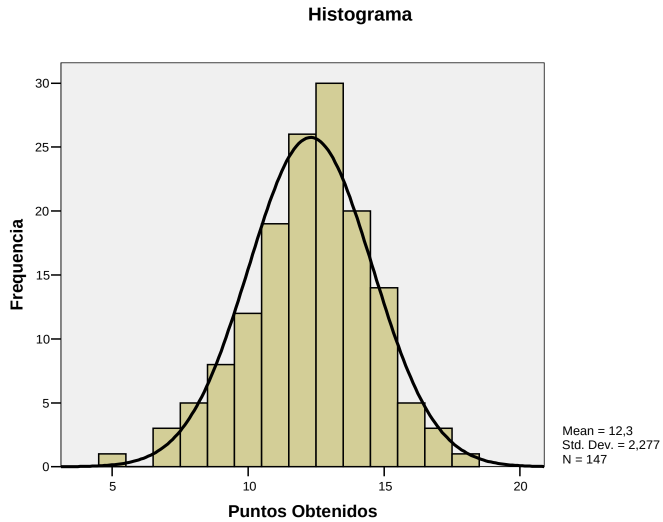
A continuación se presenta una tabla en la que resumen los resultados del análisis de ítems:

# de Ítem	**Índice de dificultad**	**Nivel de discriminación**	**Intensidad de la correlación ítem - total**	**Interpretación del alfa si se elimina el ítem**	**Conclusión**
1	Fácil	Nulo	Baja	Perjudica	Eliminar
2	Medio	Crítico	Medio-baja	Favorece	Mantener
3	Fácil	Crítico	Medio-baja	Favorece	Mantener
4	Fácil	Crítico	Baja	Favorece	Mantener
5	Medio	Óptimo	Baja	Perjudica	Eliminar
6	Medio	Crítico	Baja	Perjudica	Eliminar
7	Fácil	Crítico	Baja	Favorece	Mantener
8	Fácil	Nulo	Baja	Favorece	Mantener
9	Fácil	Nulo	Baja	Favorece	Mantener
10	Medio	Óptimo	Medio-baja	Favorece	Mantener
11	Medio	Óptimo	Medio-baja	Favorece	Mantener
12	Fácil	Crítico	Baja	Favorece	Mantener
13	Medio	Óptimo	Baja	Favorece	Mantener
14	Medio	Óptimo	Baja	Favorece	Mantener
15	Fácil	Crítico	Baja	Favorece	Mantener
16	Medio	Óptimo	Baja	Favorece	Mantener
17	Difícil	Crítico	Baja	Favorece	Mantener
18	Fácil	Crítico	Medio-baja	Favorece	Mantener

Análisis de la prueba

- Dificultad: para este indicador se usa la media teórica que en este caso es 9 porque el test tiene 18 preguntas y la media real obtenida que fue 12.3. Con estos valores, el test se considera fácil porque la media real es mayor que la media teórica. Por tanto, se debe aumentar la dificultad del test.

- Distribución: para este indicador se usan los valores de simetría y curtosis que son respectivamente -0.337 y 0.291. Así, la distribución del test es negativa y mesocúrtica, lo que indica que la distribución del test se ajusta a la distribución normal por lo que prueba en sí genera buena variabilidad. Dicha aseveración se puede respaldar con el histograma de la variable Puntos Obtenidos:



- Fiabilidad: para este indicador se usa el valor Alpha de Cronbach que en este caso es 0.483 lo cual representa una fiabilidad media. Una fiabilidad media no es suficiente para un test cognitivo como éste, el cual pretende medir habilidades matemáticas.

Conclusiones

Para continuar con el diseño del test propuesto en este trabajo y de acuerdo con los análisis estadísticos realizados, se deben realizar muchos ajustes y mejoras. Por ejemplo, más ítems en el banco de ítems, más expertos para revisar los ítems, pases piloto con más ítems, más instituciones para realizar los pases piloto y más estudiantes en las muestras, son algunas de las medidas a seguir para obtener mejores resultados.

Diseñar un test válido y confiable no es una tarea sencilla, y es mucho más difícil si el test se requiere para propósitos específicos, como en este caso para medir habilidad matemática. Esa es la razón por la cual los procesos de analizar los ítems en categorías a través de juicios de expertos y realizar pases piloto del test son importantes para el desarrollo de la investigación. (Ruiz-Primo, Jornet & Backhoff, 2006).

Los resultados de este trabajo pueden contribuir a orientar y mejorar los métodos de diseño y desarrollo de pruebas por parte de los profesores de matemáticas. Además, con el diagnóstico establecido mediante el test se pueden promover actividades pertinentes de alta calidad para ayudar a los estudiantes a alcanzar el máximo de sus capacidades (Primi, Angeli & Medeiros, 2002).

La generación de indicadores confiables y válidos mediante un test de diagnóstico de uso repetido a gran escala, provee de más información a las autoridades educativas acerca de los problemas en la educación matemática (Davis & Barnard, 2000) ya que se contaría con un instrumento de medición como el que se plantea en esta investigación.

Con los resultados de proyectos como este, al establecer procedimientos y generar indicadores e instrumentos confiables, se pueden orientar actividades de mejoramiento con el fin de incrementar la calidad de la educación matemática en el país, y no muy lejos de aquí, establecer un sistema de evaluación de la educación costarricense.

Referencias

Davis, E. y Barnard J. T. (2000). What seems to be happening in mathematics lessons? Findings from one school system and five student teachers. *The Mathematics Educator*, 10 (1), 11-18. Consultado el 12 de diciembre de 2007 en http://math.coe.Uga.edu/tme/v10n1/3davis.pdf

Escudero, T. (2003). Desde los tests hasta la investigación evaluativa actual. Un siglo, el XX, de intenso desarrollo de la evaluación en educación. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 9 (1), 11-43. Consultado el 12 de diciembre de 2007 en http://www.uv.es/RELIEVE/v9n1/RELIEVEv9n1_1.htm

Ministerio de Educación Pública (MEP). (2001). *Programa de Estudios en Matemática de la Educación Diversificada*. San José, Costa Rica: Publicaciones del Ministerio de Educación Pública.

Primi, R., Angeli, A. y Medeiros, C. (2002). Habilidades básicas e desempenho acadêmico em universitários ingressantes. *Estudos de Psicologia*, 7 (1), 47-55. Consultado el 14 de diciembre de 2007 en http://www.scielo.br/pdf/epsic/v7n1/10953.pdf

Ruiz-Primo, M. A., Jornet, J. M. y Backhoff, E. (2006). *Acerca de la validez de los exámenes de la calidad y el logro educativos*. México, DF: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Consultado el 1 de junio de 2007 en http://www.inee.edu.mx/images/stories/documentos_pdf/Publicaciones/Cuadernos_tecnicos/ct20_sobre_validez_excale.pdf

EXPERIENCIA SALVADOREÑA: ANÁLISIS DE LOS ERRORES MÁS FRECUENTES QUE COMETEN LOS ESTUDIANTES EN LA APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD.

Pedro A. Ramos A[1]
Fátima María Gutiérrez Castro[2]

2009

Abstrac

La presente investigación se origina en el aula de una institución salvadoreña. Se realizo con estudiantes actualmente activos y lo que se pretende es explorar los errores que cometen los estudiantes en el contenido de la probabilidad, haciendo énfasis en la construcción de los conceptos elementales. Para ello se elaboro una carta didáctica, un guión de clase que contempla actividades para la construcción de tales conceptos como: espacio muestral, construcción de eventos, calculo de probabilidad y operaciones. Los errores que se obtuvieron son de tipo procedimental y conceptual. Para poder definirlos y clasificarlos fue necesario explorar el campo del trabajo y posteriormente el desarrollo del contenido. Luego se administraron dos pruebas de diagnósticos una antes y una después de haber abordado el tema de probabilidad para hacer sus respectivas comparaciones. Una vez obtenidos los resultados de las pruebas de diagnostico se cuantificaron, categorizaron los errores y se usaron test de prueba para argumentar las diferencias: test de independencia y homogeneidad de muestras, y nos auxiliamos del programa SPSS para mostrar que las pruebas aplicadas son independientes, además, verificar si se encuentran diferencias significativas en los resultados de ambas pruebas, obteniendo como resultado principal la minimización de los errores. Finalmente, se hace una reflexión sobre la base de los resultados, se presentan las conclusiones con sus respectivas recomendaciones.

Palabras claves: Errores, PEA, probabilidad,

INTRODUCCIÓN

Para todo docente es importante conocer si el proceso de enseñanza aprendizaje (PEA) que implementa en su aula es significativo e incide en la mejora de los aprendizajes y para ello es importante la innovación, actualización, formación, del docente en donde es necesario apoyarse en propuestas pedagógicas para la construcción de una metodología cuyo aprendizaje lo efectúe de forma significativo, proveyéndose además del uso de recursos didácticos. El aprendizaje que se "realiza" actualmente es la metodología de aprender aprendiendo en donde el principal participante en este proceso es el estudiante mismo. Para ello, es necesario como docente, en algún momento detenerse y evaluar cuan efectivo es el trabajo que se esta realizando, así como revisar la metodología (conjunto de momentos y técnicas lógicamente coordinados para dirigir el aprendizaje), los contenidos y las estrategias (motivar al alumno a comprender antes por medio de sus pre saberes la situación problemática, implicando justificaciones o fundamentaciones teóricas que pueden ser presentadas por el profesor o investigadas por el alumno) que conlleven a mejorar nuestro trabajar diario en las aulas.

---

[1] pedroramalberto@gmail.com. Universidad El Salvador (UES), Escuela de Matemática; Final 25 Av. Nte. San Salvador, ES.
[2]fgutierrez806@gmail.com. UES, Escuela.de Matemática. Final 25 Av. Nte. San salvador, El Salvador.

En este se trabajo se hizo uso de una metodología basada en una carta didáctica y el guión de clases, empleada para el desarrollo del contenido de probabilidad. Y para conocer de los tipos de errores nos vimos en la necesidad de la administración de dos pruebas para identificar, clasificar los errores, etc. Para ello una vez administrada la prueba 1 y la prueba 2 se recogen los resultados de las pruebas de diagnostico lo que permitió estudiar, clasificar y organizar las carencias, las dificultades y los errores que presentan los estudiantes en sus conocimientos de probabilidad. Si bien el error puede tener procedencias diferentes, generalmente tiende a ser considerado como la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimientos. Es de destacar que los errores no aparecen por azar sino que surgen en un marco conceptual consistente, basado en los conocimientos adquiridos previamente, es por esto que, todo proceso de instrucción es potencialmente generador de errores, debido a diferentes causas, algunas de las cuales se presentan inevitablemente. También se debe tener en cuenta que las oportunidades de los estudiantes para aprender Matemática dependen del entorno y del tipo de tareas y discurso en que participan, dependiendo lo que aprenden es cómo se implican en las actividades matemáticas, lo que marca, a su vez, las actitudes que tienen hacia esta ciencia.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Esta investigación se inicio desde la inserción al centro de práctica del profesor en formación por parte de la Escuela de Matemática de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, Universidad de El Salvador, donde se le asigno de manera aleatoria la institución y la sección en la cual permanecerá durante todo el año lectivo escolar. Dentro de las actividades contempladas a desarrollar por el profesor en formación es la asignación de un contenido del programa de Matemática (en este caso El tema de probabilidad). Para la preparación de dicho contenido se trato de hacer que la metodología fuese heurística donde a través de actividades lúdicas, en las que fuesen capaces de construir conceptos y procedimientos adecuados coherentes en la solución de problemas de probabilidad.

Se considero en esta investigación un grupo de estudiantes del Instituto Nacional “Francisco Morazán” del segundo año de Bachillerato, promoción 2009. Estudiantes activos que están en actualmente desarrollando sus programas y contenidos propuestos por el Ministerio de Educación (MINED) de nuestro país.

Esta investigación se decidió juntamente con un profesor en formación con la intención de evaluar el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula en el tema de probabilidades. Para iniciar nuestra investigación el profesor en formación (adjudicado en dicha institución para el desarrollo de su práctica docente) se dedico en un periodo de tres meses a observar los procesos, asesorando y colaborando con el maestro en el aula y posteriormente le fue asignado desarrollar el tema de probabilidades. De aquí nace la inquietud de conocer cuanto asimilan y si realmente comprenden los temas desarrollados por el maestro, y lo más importante conocer de los estudiantes deficiencias, los errores que cometen en los tópicos definidos anteriormente. Durante la asesoría se estudio y analizo las estrategias a utilizar para aprovechar el desarrollo del tema de probabilidades. Se elaboro un instrumento el cual se aplicaría para estudiar, identificar, clasificar los errores conceptuales, procedimentales, y posteriormente darle tratamiento estadístico, posterior a ello administrar una segunda prueba para estudiar y analizar la minimización de los errores.

Creemos que este trabajo de investigación es de importancia ya que es una fuente de motivación para los docentes para la creatividad en el abordaje de las estrategias en el tema de probabilidades. Que los resultados obtenidos de la investigación son de importancia para la comunidad docente en cuanto a que es un reto que nos invita a como mejorar los procesos, la relevancia para buscar mejoras en estrategias metodológicas. También, incentivar a la actualización constante para la creación e innovaciones pedagógicas que las nuevas tecnologías exigen. Los resultados obtenidos son importantes también para enfocar el desarrollo de los contenidos hacia la disolución o minimización de las dudas o errores que los alumnos presenten en la unidad de Probabilidad.

MARCO TEÓRICO

El estudio de los errores en el aprendizaje de la Matemática ha sido de permanente interés para diferentes investigadores y se ha caracterizado por aproximaciones e intereses variados. En las diferentes épocas el análisis y categorización de los errores se ha visto condicionado por las corrientes predominantes en Pedagogía y Psicología, así como también, en la organización del currículo en Matemática. Como base para este estudio se retomo parte del artículo:

¿Cómo podemos detectar y eliminar el error?[3]

Brousseau tomó las ideas de Bachelard y las desarrolló en el ámbito específico del aprendizaje de la matemática. En su trabajo distingue entre obstáculos de origen psicogenético, que están vinculados con el estudio del desarrollo del aprendiz, los de origen didáctico, vinculados con la metodología que caracterizó al aprendizaje, y los de origen epistemológico, relacionados con la dificultad intrínseca del concepto que se aprende y que pueden ser rastreados a lo largo de la historia de la matemática, en la génesis misma de los conceptos. En todos lo casos se destaca el carácter de resistentes que presentan estos obstáculos, y es necesaria su identificación, para luego alcanzar los nuevos conocimientos a partir de su superación.

El cognitivismo sostiene que la mente del alumno no es una página en blanco: el alumno tiene un saber anterior, y estos conocimientos anteriores pueden ayudar al nuevo conocimiento, pero a veces son un obstáculo en la formación del mismo. El conocimiento nuevo no se agrega al antiguo, sino que lucha contra él y provoca una nueva estructuración del conocimiento total. Los errores cometidos por los alumnos en matemática son una manifestación de esas dificultades y obstáculos propios del aprendizaje, y se acepta unánimemente que es necesaria la detección y análisis de los mismos, y su utilización positiva en una suerte de realimentación del proceso educativo.

METODOLOGIA

Para tratar la investigación se diseño una metodología que vaya de acorde a explorar y revisar los conocimientos que tienen del contenido de probabilidad. Los apartados de probabilidad considerados son: Teoría de conjuntos (unión, intersección, complemento), construcción de espacios muéstrales, casos favorables (referidos a la búsqueda de los elementos que satisfacen la condición pedida) el concepto de probabilidad, probabilidad de una unión, intersección de una probabilidad, el concepto de complemento.

El abordaje metodológico de todos estos aspectos se hace bajo la concepción constructivista y se fomentará la participación activa del estudiante en la construcción

[3] Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas(*) SILVIA MÓNICA DEL PUERTO, CLAUDIA LILIA MINNAARD, Universidad CAECE), Argentina SILVIA ALEJANDRA SEMINARA Universidad de Buenos Aires, Argentina

de su conocimiento.

La investigación se desarrollo en el orden siguiente:

•Se elaborar y validar un instrumento para determinar los errores, las dificultades y las carencias que presentan los alumnos en sus conocimientos matemáticos. Este se llevo a cabo con anticipación, para detectar cuanto sabían del contenido de probabilidad, este tema esta contemplado en el programa propuesto por el MINED. Una vez se elaboro se les administro a los estudiantes por primera vez y una vez hecho esto se paso a la fase de identificar los errores, clasificarlos, cuantificarlos y el proceso de la solución utilizado para su posterior análisis.

• La preparación de actividades a tratar con el grupo de estudiantes. Se elaboro una carta didáctica y un guión de clase en la que el objetivo principal de considerar actividades de la vida cotidiana que involucran el concepto de probabilidad. Y para ello se consideraron actividades en los contenidos siguiente: Construcción del espacio muestral, construcción de eventos, operaciones con eventos. Cada una de estos conceptos se abordaron considerando actividades lúdicas, actividades de la vida real en la que utilizaron material concreto y semiconcreto para consolidar los conocimientos.

• Una vez preparado el contenido se procedió a desarrollar la unidad de Probabilidad tratando de utilizar una metodología heurística para que las alumnas construyan sus conocimientos.

•Una vez impartido el apartado, se les aplica por segunda vez el instrumento para explorar los nuevos conocimientos a través del análisis de los resultados obtenidos, siempre enfocado al estudio a los tipos de errores cometidos.

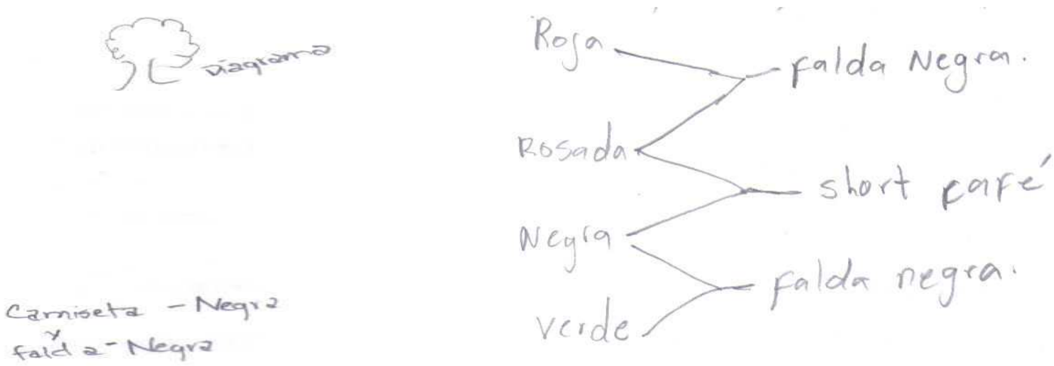
• Una vez clasificados, categorizados se procedió a la comparación de los resultados obtenidos en la aplicación de los instrumentos en las dos fases, (priori y posteriori)

Luego, se estudian y analizan las pruebas contabilizando los errores recurrentes tanto conceptuales como procedimentales indicando la frecuencia en que se cometían. Se realizo un análisis estadístico utilizando el Software estadística SPSS, para su comparación y determinar la independencia y homogeneidad en las pruebas, es decir, si existen o no diferencias significativas en las dos pruebas y finalmente se analiza la minimización las dificultades sobre el contenido de probabilidad. Estos test se utilizaron por que consideramos que se trataba de comparaciones y cumplen las características para un estudio de medias e independencia.

RESULTADOS

Algunos errores encontrados en la primera prueba:

- ♣ Mal manejo de diagramas.



- ♣ Confusión del concepto de equiprobabilidad.

¿Son igualmente probables cada uno de los atuendos de Daniela? ¿por qué?
Si porque tiene muy poca ropa y aunque se combine, va a ver alguna ocasion que se repetira.

¿Cómo podría calcular la probabilidad de que use cada uno de los atuendos?
16 ÷ 4 = 4. Somando los probabilidades y dividirlos por las cuatro opciones.

- ♣ Inadecuada aplicación del concepto de probabilidad clásica

¿Cómo podría calcular la probabilidad de que use cada uno de los atuendos?
1 ÷ 16 = 0.0625 %

- ♣ Desconocimiento de las propiedades de probabilidad.
- ♣

¿Qué posibilidad hay, que un día cualquiera, use su falda negra?
16 ÷ 4 = 4 veces es probable que la use

Los resultados obtenidos de las pruebas fueron los siguientes

TABLA DE LA CANTIDAD DE ERRORES DETECTADOS EN LA PRUEBA 1 Y LA PRUEBA 2 SOBRE EL TEMA DE PROBABILIDAD.

Errores	1ª Prueba	2ª Prueba
Mal manejo de diagramas.	34	18
Simbología inadecuada.	10	4
Dificultad en identificación de eventos.	37	12
Confusión de conceptos.	32	14
Inadecuada aplicación del concepto de probabilidad clásica.	52	32
Cálculo incorrecto de la probabilidad de eventos.	28	13
Desconocimiento de las propiedades de probabilidad.	46	29
Confusión en la unión de eventos.	26	8
Cálculo equivoco del complemento de un evento.	35	13

El análisis estadístico obtenido es el siguiente:

Para determinar si las pruebas en estudio son independientes una de la otra, se realizo un contraste de hipótesis considerando un nivel de significación del 0.05. Una vez efectuada la prueba se obtuvo el resultado siguiente. Se determinó que el P-valor proporcionado por el software es mayor que el nivel de significación establecido (0.632> 0.05), es decir, se acepta que las pruebas son independientes. Es decir, Dichas prueba evidencia la existencia de independencia entre las dos pruebas ya que se les administro a los estudiantes en fechas diferentes, no existe ninguna relación entre ellas y por lo tanto ninguno de los resultados en ambas pruebas ejerce influencia una sobre la otra.

Posteriormente, se procedió a efectuar el contraste de hipótesis de homogeneidad entre las dos pruebas, determinar si no existen diferencias significativas entre los resultados en ambas pruebas. Para ello utilizamos el test de Mann- Whitney y la prueba de Kolmogorov Smirnov. El resultado obtenido fue el siguiente:

Como el p-valor (prueba de Mann – Whitney y la Prueba de Kolmogorov- Smirnov) es menor para un nivel de significación del 5%, en ambas pruebas, es decir que existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas.

Cabe mencionar que las diferencias significativas en la prueba administrada, se refleja que pasaron de una prueba en la que no respondieron (Prueba 1) y mostraron deficiencias en lo conceptual, en lo procedimental a un resultado con mejor rendimiento en cuanto a los aspectos considerados (Prueba 2). Por lo que podemos comentar es que en alguna medida se minimizaron los errores una vez efectuado el desarrollo de contenido proponiendo una estrategia metodológica que les motivo a la construcción de dichos conceptos.

CONCLUSIONES

1-La investigación señala que los errores cometidos por los estudiantes son los siguientes: Identificación incorrecta de los datos, error en la construcción del espacio muestral, confusión de conceptos y de la construcción de eventos, errores procedimentales y conceptuales en la aplicación del concepto de probabilidad

2- Sobre las pruebas:
Las dos pruebas se que se les aplico a los estudiantes en fechas diferentes, mostraron en la pruebas que ambas son independientes, por lo tanto ninguno de los resultados en ambas pruebas ejerce influencia una sobre la otra.
También se determino en las dos que existen diferencias estadísticamente significativas entre ambas, es decir que se refleja que pasaron de una prueba en la que no respondieron (Prueba 1) en la que mostraron deficiencias en lo conceptual, en lo procedimental, a un resultado con mejor rendimiento en cuanto a los aspectos considerados (Prueba 2).
3-Las pruebas de diagnostico nos permite observar las dificultades de los estudiantes, y es de considerar que el reorientar las clases es decir que con nuestra creatividad en el abordaje de temas en matemáticas se puede lograr la minimización de los errores, los cuales constituyen obstáculos para la formación de nuevos conocimientos.

ALGUNAS REFLEXIONES Y COMETARIOS

1-Promover la cultura de la evaluación continúa en el aula para enfocar los esfuerzos en la reorientación de metodologías en el aula para lograr la minimización de los errores.
2- Elaborar y creatividad de metodologías que se adecuen al desarrollo de los contenidos, donde los estudiantes tengan una mayor participación en la construcción de sus conocimientos.
3- Realizar investigación acción en el aula para la identificación temprana de las dificultades de los estudiantes en un tema determinado.
4- Motivamos a los demás a investigadores a realizar estas pruebas de diagnósticos en el

aula para mejorar la calidad académica.

5- La detección de errores y preconceptos, como parte de las ideas previas del alumno, es el primer paso para la aplicación de un modelo constructivista en la enseñanza de la Matemática, es por eso muy importante capacitar a los docentes en formación para lograr hacer más efectivo en proceso de enseñanza aprendizaje

6- La investigación realizada puede efectuarse por medio de un diseño experimental utilizando grupos de control, pero es esta oportunidad no se realizo ya que el cometido se baso en identificar, cuantificar, categorizar y en algún momento observar la minimización de los errores en este contenido. Es por ello que este estudio puede profundizarse para poder determinar si el efecto observado puede deberse a la metodología o las características del profesor.

BIBLIOGRAFÍA

- Batanero, Carmen. LOS RETOS DE LA CULTURA ESTADÍSTICA, Universidad de Granada, España, batanero@ugr.es
- Batanero, Bernabéu, María del Carmen, Ortiz, Juan Serrano, Luis. INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA EN PROBABILIDAD. Uno: Revista de didáctica de matemáticas, ISSN 1133-9853, Nº 44 Págs. 7-16
- Juez Martel, Pedro. Die Vegas, Francisco. Año 1997.PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN MEDICINA. Ediciones Díaz de Santos, Madrid, España,
- Batanero C., Godino, D. R. GREEN, P. HOLMES y A. VALLECILLOS. ERRORES Y DIFICULTADES EN LA COMPRENSIÓN DE LOS CONCEPTOS ESTADÍSTICOS ELEMENTALES. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 25(4), 527-547]. www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/erroresestadis.doc

Generación del Aprendizaje Significativo en el Alumno por Medio de un Aula Creativa e Innovadora.

Mtra. Leilani Medina Valdés
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina

Resumen:

Este proyecto es una propuesta metodológica por medio de la cual se integran las tecnologías de la información y comunicación en el aula, como recurso educativo para acercar al alumno a los conceptos del Cálculo mediante la visualización y la ejemplificación. Con apoyo docente, se integran al aula modelos en los que el alumno puede visualizar los procedimientos matemáticos. El software desarrollado "Generación del conocimiento significativo en el alumno por medio de un aula creativa e innovadora" ha demostrado minimizar los errores en los apuntes de los alumnos quienes manifestaron la relevancia de la propuesta al ser práctica y dinámica, así como facilitar la ejemplificación del docente quien obtiene los documentos completos con la precisión y exactitud que merecen las cátedras de matemáticas. Este software fue desarrollado considerando que en cada individuo se observa un estilo de aprendizaje, sin embargo, al interior del aula, el grupo, manifiesta la presencia de todos los estilos, por lo tanto, para ser equitativos en la dosificación de los contenidos temáticos, se contempló este aspecto en el desarrollo del proyecto generando igualdad de oportunidades de aprendizaje.

Fundamentación

Haciendo un análisis de las materias básicas en el área de matemáticas y tomando en cuenta las estadísticas reportadas por la jefatura del programa de Matemáticas Aplicadas y Computación que se imparte en la UNAM, nos damos cuenta que los Cálculos son las materias con el índice de reprobación más alto dentro de los semestres en que se ofrece. Es evidente que existe una problemática en el proceso de enseñanza aprendizaje de estas asignaturas.

Es por esto que surge un cambio en la metodología didáctica del Cálculo, que rompe con los esquemas establecidos, y que logra un mejor aprovechamiento académico por parte de los alumnos.

La metodología propone aspectos de actualidad, que fortalece en los alumnos la manera de contextualizar al Cálculo, mostrando las matemáticas aprendidas previamente como una ciencia fría, ahora son mostradas en el aula por medio de imágenes, videos y animaciones, como una ciencia aplicable.

Mtra. Leilani Medina Valdés. Universidad Nacional Autónoma de México. México. leila_mv@hotmail.com
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina Universidad Nacional Autónoma de México. México. fisespe@hotmail.com

La presencia de la tecnología en el aula difunde la aplicabilidad de las matemáticas en la vida cotidiana a través de la historia, contextualizando tan difícil disciplina y fortaleciendo la cultura general de los alumnos, indispensable en todo licenciado.

Los conocimientos así presentados están al alcance de profesores de educación media superior, superior y profesionistas que necesitan reafirmar o fortalecer esta disciplina. Es innegable que parte de la razón por la que los alumnos no logran comprender inicialmente el Cálculo tiene su origen en su educación previa.

Este es un recurso que permite a los docentes interesados, acceder a la información de los programas de Cálculo, donde podrán capacitarse de mejor manera para llevar el conocimiento al nivel que les corresponde, utilizando únicamente los temas de su interés.

En conclusión, este material educativo gráfico, es aplicable en educación media superior que incluye los conocimientos necesarios para la materia, motiva a los alumnos a adquirir los conocimientos de los niveles iníciales de las licenciaturas de matemáticas reduciendo de rezago escolar.

Este recurso permite cambiar la estrategia de enseñanza por medio de un aula creativa implementando material para las generaciones venideras

Desarrollo

Durante los últimos años, han habido grandes cambios sociales, algunos de ellos son claros respecto a los estilos arquitectónicos, tendencias económicas, cambios ambientales etc. los más dramáticos han sucedido gracias al uso de las tecnologías de la información y la comunicación. Hoy en día podemos ver que las herramientas más básicas, que una vez fueron mecánicas, hoy contienen circuitos electrónicos, es decir, muchas de ellas se manejan por ordenadores o computadoras.

Esta indiscutible influencia, trasciende al mismo tiempo a las instituciones de educación, hoy en día es cotidiano ver computadoras en las áreas administrativas así como tener centros de cómputo adecuados para preparar a los estudiantes y que sean insertados en la sociedad de una manera exitosa.

Como es de esperarse han surgido diversas licenciaturas que prepararan en los aspectos específicos, de computación y sistemas, a los alumnos para poder dar servicio a la sociedad antes descrita, con armada de elementos electrónicos.

Mtra. Leilani Medina Valdés. Universidad Nacional Autónoma de México. México. leila_mv@hotmail.com
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina Universidad Nacional Autónoma de México. México. fisespe@hotmail.com

Una de las licenciaturas cuyo perfil pretende egresar a jóvenes que den soluciones a estas necesidades es la carrera de Matemáticas Aplicadas y Computación, ésta se imparte en la facultad de Estudios Superiores Acatlán.

En un inicio durante los primeros semestres, los alumnos aprenden fundamentos de matemáticas que los ayudarán a su desarrollo profesional, sin embargo, a pesar de ser indispensable para su desarrollo académico, las estadísticas indican que los alumnos no se encuentran motivados y comprometidos para lograr un aprendizaje significativo en Cálculo. Esta es una gran limitante ya que al no comprender los fundamentos de la materia, ellos no pueden avanzar a los semestres superiores, por lo tanto se ha desarrollado un propuesta metodológica y práctica por medio de la cual los educandos se sienten familiarizados en el contexto tecnológico educativo.

Además de utilizar las tecnologías de información y comunicación (TIC´s) el proyecto fue planteado para facilitar los contenidos temáticos a los distintos estilos de aprendizaje que podemos encontrar en una aula promedio, por lo tanto este proyecto se divide en cuatro etapas como lo propone el modelo VARK:

- Para los alumnos cuya ventaja sea visual se han creado animaciones en movimiento.
- Para los alumnos cuyas ventajas sean auditivas serán apoyadas por la explicación del docente.
- Para los alumnos quinestésicos tenemos la ejecución de ejercicios y
- Para los alumnos de lectoescritura se ha desarrollado una propuesta teórica que se puede imprimir por medio de un PDF.

Estos cuatro aspectos son capturados dentro de una única plataforma que contiene todos los contenidos temáticos del programa de estudios de Cálculo para la licenciatura de Matemáticas Aplicadas y Computación, sin embargo de manera generalizada contiene todos los fundamentos de la materia que pueden ser ocupados por otras licenciaturas que compartan fundamentos, es decir tales como las ingenierías, e incluso la economía.

La metodología didáctica es la siguiente, el docente se acerca al aula con una computadora, y el cañón proyector, el programa ya está cargado con anterioridad a la computadora, sin embargo este software puede abrirse desde cualquier plataforma de Internet tal como Opera o Explorer, poco a poco a lo largo de la sesión, él va dosificando los contenidos presentando la propuesta y explicando con claridad cada uno de los elementos que

Mtra. Leilani Medina Valdés. Universidad Nacional Autónoma de México. México. leila_mv@hotmail.com
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina Universidad Nacional Autónoma de México. México. fisespe@hotmail.com

aparecen, debido a que cada grupo es diferente los tiempos en la presentación son regulados de manera manual por el facilitador, permitiendo así preguntas y respuestas de los alumnos y aclaraciones en el momento que sea necesario.

Una vez que los fundamentos han quedado explicados y de acuerdo a la propuesta constructivista de David P. Ausubel se procede a construir un andamiaje de conocimientos sobre las bases organizadas antes expuestas, en la segunda etapa los alumnos ejercitan resolviendo ejercicios, es aquí donde se revisa que los contenidos temáticos haya sido claros y que los alumnos estén desarrollando asertivamente cada uno de los ejercicios.

Al finalizar de cada sesión se verifica en los contenidos hayan sido cubiertos de manera efectiva por medio de una evaluación formativa.

Al principio del curso todos los alumnos tienen la oportunidad de recibir la información digital. En una encuesta piloto se ha preguntado si los alumnos estudian en la pantalla o si los alumnos imprimen los apuntes. Gracias a esta verificación hemos documentado que además de las ventajas que la propuesta implica de manera didáctica, también ha generando ventajas económicas sobre los alumnos ya que no es indispensable que adquieran costosos documentos para fortalecer estudios.

Uno de los contenidos temáticos de mayor relevancia para el área de matemáticas es el de "La Derivada" que se facilita a los alumnos de Cálculo I de la siguiente manera:

Considerando que el tema previo al de la Derivada, es el de límites y continuidad y que el alumno ya fue evaluado en ese tema, de tal manera que llegue con los conocimientos básicos para poderlo introducir al concepto de Derivada, se inicia a partir de aquí el tema. Se empieza con la idea de cómo surge la definición de Derivada, con el apoyo de gráficos, cuestión en la que el proyecto es de gran apoyo, al mismo tiempo se va presentando la parte analítica de la inclinación de la recta y del cambio de la secante a la tangente de la función. Aquí el proyecto es de gran relevancia, puesto que me permite mostrar una animación que les hace ver con claridad a los estudiantes, que es lo que se considera para la definición. Después de esto, se presenta en las pantallas el proceso analítico del desarrollo del límite hasta llegar a la definición de derivada. Se muestran ejemplos y se plantean ejercicios para resolver por los alumnos, de tal manera que ellos mismos se den cuenta de su aprendizaje fue significativo o no. Aquí el docente tiene la labor fundamenta de apoyar a todos sus estudiantes.

Mtra. Leilani Medina Valdés. Universidad Nacional Autónoma de México. México. leila_mv@hotmail.com
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina Universidad Nacional Autónoma de México. México. fisespe@hotmail.com

A partir de aquí, se incorporan los teoremas de límites, para su aplicación en la resolución de ejercicios, que permite al docente, aclarar, preguntar y darse cuenta del progreso de sus alumnos. Este proyecto incluye las definiciones, teoremas, axiomas, series de ejemplos, series de ejercicios, gráficas y animaciones, para el mejor entendimiento del tema.

Conclusiones

Una verdad ampliamente difundida en la actualidad, se refiere a los estilos de aprendizaje, a que cada dicente a partir de su individualidad aprenderá de una manera distinta y particular, sin embargo a pesar de estas diferencias, los expertos se han dedicado a hacer nuevas categorías que estandaricen a los alumnos a partir de información personal y su autoconocimiento, estas propuestas se refiere al *inventario VARK* propuesto por Neil Fleming, quien con la colaboración de Collen Mills, desarrolló un instrumento sencillo para determinar las preferencias de modalidad sensorial a la hora de procesar la información e integró cuatro grandes grupos el visual, el auditivo, el de lectura y escritura, y el quinestésico.

Fleming <citado por (Lozano Rodriguez, 2008)> partió del supuesto de que si los estudiantes podían identificar su propio estilo, entonces podían adecuarse a los estilos de enseñanza de sus profesores y podrían actuar sobre su propia modalidad en un intento por incrementar el aprovechamiento de su aprendizaje.

Sin importar dentro de qué categoría se encuentran las preferencias generales del grupo de Cálculo I es relevante mencionar que las estrategias de enseñanza deben estar dirigidas a los cuatro grupos, ya que a pesar de que la moda obtuviera una tendencia, en el aspecto de enseñanza todos los alumnos merecen la misma oportunidad.

Por lo anterior se ha generado un material multimedia que pretende atender a las necesidades de los estilos VARK, esta es una plataforma mixta, que el docente lleva al aula y proyecta con un cañón; se espera que las proyecciones favorezcan a los alumnos cuya característica preferente es la visual; el facilitador está presente durante la hora de clase explicando de manera verbal cada uno de los contenidos temáticos, se acercar a cada alumno aclarando dudas para beneficiar a los alumnos cuyo estilo preferente es el auditivo; la plataforma incluye el tema concreto de cada sesión a manera de texto para que los alumnos cuya preferencia es la lectoescritura tengan documento completo dirigido a ellos y vinculen la información del aula con los apuntes digitales que están recibiendo; finalmente

Mtra. Leilani Medina Valdés. Universidad Nacional Autónoma de México. México. leila_mv@hotmail.com
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina Universidad Nacional Autónoma de México. México. fisespe@hotmail.com

para los alumnos quinestésicos se han generado imágenes con movimiento, tanto en las gráficas, como en los textos que inicialmente aparecen en la pantalla con algo de animación.

La propuesta tiene un carácter generalizado, dentro de la facultad, sin embargo en la actualidad está en desarrollo para poder verificar su alcance. Durante esta etapa lo más relevante ha sido recabar la información para el área de lectoescritura es decir los apuntes de Cálculo y capturar las frases matemáticas en un compendio digital.

Así mismo se están generando las animaciones que benefician la ejemplificación de los casos y las propuestas teóricas visuales tanto para los alumnos, cuyo estilo es visual, como para los quinestésicos.

La institución está colaborando de manera patente al dar seguimiento a este proyecto así como las facilidades en su desarrollo. Por ello ha abierto un espacio virtual para colocar la plataforma multimedia al alcance de la población universitaria de manera extramuros.

Mtra. Leilani Medina Valdés. Universidad Nacional Autónoma de México. México. leila_mv@hotmail.com
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina Universidad Nacional Autónoma de México. México. fisespe@hotmail.com

Referencias bibliográficas

Acatlán, F. d. (1996 a 2009). Licenciaturas. Recuperado el 24 de marzo de 2009, de Matemáticas Aplicadas y Computación: http://www.acatlan.unam.mx/licenciaturas/231/

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hansean, H. (1998). Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.

de León, M. (24 de febrero de 2009). Matemáticas y sus fronteras. Recuperado el 24 de 03 de 2009, de Matemáticas e Industria II: http://weblogs.madrimasd.org/matematicas/

Kerlinger, F. N., & Howard, L. B. (2005). Investigación del comportamiento, método de investigación en las ciencias sociales. México: Mc Graw Hill.

Knowles, M. S., Holton III, E. F., & Swanson, R. A. (2001). Andragogía. El aprendizaje de los Adultos. Mexico, D.F.: Oxford.

Lozano Rodriguez, A. (2008). Estiols de Aprendizaje y Enseñanza. México : Trillas.

Moreno, E. (13 de noviembre de 2008). Centro de Investigación Educare. Recuperado el 25 de marzo de 2009, de Andamiaje:
http://www.grupoeducare.com/blog/template_permalink.asp?id=615

Pick de Weiss, S., & López Velasco de Faubert, A. L. (1994). Cómo investigar en Ciencias Sociales. México: Trillas.

Swokowski, E. W. (1989). Cálculo con Geometría Analítica. Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.

Mtra. Leilani Medina Valdés. Universidad Nacional Autónoma de México. México. leila_mv@hotmail.com
Mtra. Esperanza Georgina Valdés y Medina Universidad Nacional Autónoma de México. México. fisespe@hotmail.com

Impacto Tecnológico Informativo en el Campo de la Matemática Educativa.

Autor: Prof. Ricardo E. Valles P.

Abstract.

Los medios de comunicación ejercen una influencia significativa en todos los aspectos de la interrelación humana, siempre que sea con sentido crítico esta interacción se podrá considerar positiva, ya que al realizar análisis de los diversos temas tratados se logrará establecer la conclusión mas acertada. En la actualidad las Escuelas y los Centros Educativos se ven forzados por la avanzada tecnología en medios de comunicación a tomar verdadero interés por comprender y adaptarse a esas técnicas, lo que se traduce en una formación académica referida a la informática de los estudiantes y profesores en todos los sentidos de la enseñanza y aprendizaje. Es importante destacar que se debe considerar el uso de estos recursos con sentido crítico, analítico con conciencia de sus limitaciones. Se trata de buscar y encontrar información en la Internet de fuentes confiables con verdadera credibilidad ya que por el uso indiscriminado de estos mecanismos se puede colar información de dudosa procedencia. Tenemos entonces que en la enseñanza y en el aprendizaje tradicional tenía cabida las estrategias educativas de aula-pizarrón, etc; en donde el maestro posee todos los conocimientos que transmite a unos estudiantes pasivos y sin animo de analizar y valorar esas informaciones; la nueva Visión Educativa ahora en esta era de la informática se cambiara por el uso de la Web, empleamos el computador y todos sus accesorios. En lo que se refiere a la enseñanza matemática vemos como toda la información que encontramos se torna mas confiable, por cuanto muchos estudiosos de las matemáticas se han plegado de manera entusiasta a este sistema, sin embargo es bueno recordar que no todo lo que esta en la red es cien por ciento confiable.

Es innegable la influencia que ejercen los medios de comunicación (en la actualidad) sobre todos los estratos de nuestra sociedad, lo que se traduce en una constante interrelación de todos los protagonistas del Mundo que nos rodea. Pero debemos destacar de modo inobjetable que las interacciones se deben considerar con sentido crítico, a fín de lograr una mejor y mayor asimilación de los contenidos propuestos.

El uso, cada día, mayor de las nuevas formas tecnológicas de la Informática (como medio de comunicación) en los Centros Educativos obliga a Maestros, Profesores y Estudiantes a prepararse de modo eficaz en estos nuevos métodos, lo que constituye una revolución en los mecanismos de Enseñanza y Aprendizaje. Debemos destacar, sin embargo, que hay que ser muy cuidadosos en la incorporación de estas innovaciones ya que un inadecuado uso de este recurso puede traer graves consecuencias al proceso Educativo. Una inducción deficiente puede conllevar a que tanto Docentes como Estudiantes no utilicen el Análisis Crítico en sus estudios y pierdan el interés por los libros, por cuanto solo se centre su atención en el Monitor y el Teclado para buscar información y no consultar con otros autores que no estén en la Red. Otro aspecto negativo es que el Estudiante no vea al Docente con el interés que posea de hecho, y lo traslade hacia la computadora como un sustituto de su profesor.

Un nuevo medio de comunicación ha incidido de modo notable en el Mundo Actual, se trata del Internet que es empleado con regularidad por todos los profesionales, amas de casa, estudiantes entre otros ya que allí se consigue toda clase de información que en

Universidad Simón Bolívar. Caracas-Venezuela.
prfricardovalles@gmail.com

tiempos no muy lejanos era casi imposible de conseguir en poco tiempo y con cierta veracidad. Inclusive hay Naciones, hoy en día que han visto aumentar su status económico, político y social por el uso "Apropiado" de la Internet. Ya hemos dicho que motivado a la velocidad con lo que avanzan los conocimientos tecnológicos es necesario adaptarse con la misma celeridad a esas innovaciones tecnológicas, es por ello que las Empresas desean tener en sus nóminas jóvenes capaces de enfrentar con eficiencia y alta capacidad de adaptación a los cambios que se están generando constantemente.

El Dr. Olivier (Bruno Olivier, Investigador Frances) sin embargo nos deja esta reflexión "Saber buscar la información supone saber investigar en Bibliotecas, o centros de documentación" y nos recomienda no confiarse en información atractiva a la vista, ni tampoco zozobrar en la fascinación de la tecnología, ya que nos puede ocasionar pérdida de tiempo y como consecuencia aprender cosas falsas o de escaso valor.

Es conveniente darle a la tecnología el crédito que se merece, ni disminuida, ni sobre valorada. El Mundo Tecnológico nos ofrece ciertamente cambios de conocimientos y actitudes lo que nos será de verdadera utilidad en la medida en que la información sea efectiva y veraz, de allí que tenemos que saber recurrir a fuentes confiables y comprobables y entender las limitaciones que puedan presentarse en las Redes Electrónicas. Debemos de ser investigadores y para ello las consultas deben hacerse habitualmente de fuentes confiables y diversas de información y extraer de allí las conclusiones que nuestra capacidad de análisis nos permita obtener "La verdad verdadera".

Para aquellas personas que piensan que ya el Mundo actual no precisara del factor humano en la búsqueda, análisis matemático y presentación de los diversos temas, les podemos decir que aún cuando una organización empresarial, o cualquier sistema económico, social o político adquiera mas y más computadoras siempre la eficiencia y productividad de esa estructura estará vinculada estrechamente a la capacidad y preparación de su recurso mas importante: "el capital humano".

En el campo matemático educativo, se considera que sin la existencia de códigos no hay posibilidad de enseñanza, estos códigos vienen a ser: idiomas, imagen, escrituras, etc. Quien organiza el tiempo y el espacio es el ser más importante: el Maestro, que forma parte esencial en la enseñanza y el aprendizaje. Se vale de diferentes métodos: artísticos, religiosos, ideológicos, así como aspectos técnicos e institucionales, todo esto apoyado con la información. En la enseñanza tradicional los maestros poseen status jurídico; la clase, los horarios, aulas, laboratorios, bibliotecas, manuales o folletos, cuadernos, libros, entre otros; todo esto es cuestionado por un modelo diferente que consta de tutores, aprendizaje centrado en aprender, escuela extramuros, universidad virtual, software didáctico y el libro electrónico. En este modelo el componente social se ve afectado, por cuanto la relación Maestro-Alumno puede desaparecer. En el modelo virtual la propuesta de trabajo es distinta: el único poseedor de la información no es el Maestro, los alumnos no son depósitos de conocimientos generados por una sola mente -los lápices, cuadernos, borradores, marcadores, pizarrones- se han sustituidos por Modems, software, computadoras, líneas telefónicas, login, usuario, contraseñas. El territorio controlado por el maestro (salón, horario, pizarrón, etc.) desaparece, es inoperante en el Sistema de Redes Electrónicas. Los Maestros no tienen el trabajo de ordenar estantes, almacenar libros, limpiar el pizarrón, no, ahora manejara las bibliotecas virtuales y los hipertextos. Así mismo los bibliotecarios pasaran a la digitalización de documentos, investigación de intercambio de información, uso de software didáctico.

Para completar esta importante tarea debemos luchar por cumplir que el estudiante mediante el uso de los medios de comunicación descrito sea analítico y aporte sus conocimientos, no únicamente que copie y pegue información que puede no ser cierta.

La educación matemática encuentra en la tecnología educativa un poderoso medio para hacer frente a sus nuevas y crecientes responsabilidades, pone a su disposición una serie de conceptos y medios que pueden contribuir a superarlos. La eficiencia social de la educación matemática consiste en impulsar su modernización académica, dotar a la educación de las estructuras, de mecanismos y contenidos aptos para responder adecuadamente a las características más sobresalientes de la sociedad, formar personas capaces de desarrollar todo su talento en un mundo básicamente variable, graduandos adiestrados en las modernas tecnologías de acceso a la información y al conocimiento; preparados para desarrollar su potencialidad de aprendizajes permanentes.

En el mundo, las tecnologías cambian con rapidez, por lo que no es suficiente dotar al alumno de las habilidades esenciales y específicas para la actividad laboral que desempeñará sino darles los conocimientos y habilidades fundamentales que los capaciten para adaptarse con éxito en el futuro a una serie de puestos cambiantes que requieren destrezas específicas diferentes; muchos de ellos imprevisibles.

La tarea principal de los pedagogos, es optimizar este proceso de modo tal que brinde beneficio, sobrepasando muchas veces los gastos ocasionados por su introducción. La incorporación de las NTIC en la educación como resultado de la necesidad social provoca un impacto en el aprendizaje, una implementación total de estas en la educación matemática traería consigo cambios en las relaciones interpersonales entre alumnos, entre alumnos y profesores, y entre los mismos profesores.

Con el avance de los medios de comunicación social, el aprendizaje que las personas realizan informalmente a través de las relaciones interpersonales, televisivas y demás medios de comunicación moderna, especialmente La INTERNET, cada vez se obtiene mas relevancia en nuestro bagaje cultural ,es así que, instituciones educativas, tales como: Museos, Bibliotecas, Centros de informática utilizan estas tecnologías (TIC) para difundir sus materiales(Videos, paginas Web, Blogs , entre otras) a todos los usuarios.

Uno de los retos que tienen las instituciones educativas es el de integrar los aportes de estos poderosos canales formativos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, facilitando a los estudiantes la estructuración y valoración de estos conocimientos dispersos que obtienen a través de los “MASS MEDIA” e INTERNET. Los profundos cambios que en todos los ámbitos de la sociedad se han producido en los últimos años exigen una nueva formación de base para los jóvenes y un aprendizaje continuo a lo largo de su vida; el propósito es que ese ciudadano asuma un rol relevante para : Búsqueda y selección de información, Análisis crítico(desde la perspectiva científica, ,humanística y ética), Resolución de problemas, elaboración personal de conocimientos funcionales, argumentación de sus opiniones, equilibrio afectivo, trabajo en equipos, actividad creativa e innovadora, iniciativas, perseverancia y dedicación.

Sea cual sea el nivel de integración de las TIC en los centros educativos y profesorales necesita una “Alfabetización Digital” y una actualización didáctica que le ayude a conocer, dominar e integrar los instrumentos tecnológicos y los nuevos elementos culturales en sus ejercicios docentes. Los nuevos entornos virtuales (ON LINE) de aprendizaje se multiplican para la enseñanza y el aprendizaje permitiendo complementar la enseñanza presencial con actividades virtuales, estos entornos surgen ante las crecientes demandas de formación continua de los ciudadanos para afrontar las exigencias de la cambiante sociedad moderna. Para Javier Echeverria (2001) existen nuevas tecnologías, en especial el advenimiento del "Tercer Entorno", en donde hay importantes aportes a la educación entre las cuales se destacan: Exigencia de nuevas destrezas para transmitir información y conocimientos a través de las TIC. Posibilidad de nuevos procesos de enseñanza y aprendizaje con un rápido acceso a los conocimientos y a los canales de información e interacción social, demanda de un nuevo sistema Teleeducativo. También se refiere este autor al reconocimiento del Derecho Universal de la Educación: Toda persona tiene el derecho de poder acceder a estos escenarios y a recibir una capacitación para utilizar las TIC.

Obviamente, la escuela debe acercar a los estudiantes a la cultura de hoy, por ello es importante la presencia en clases del ORDENADOR (Cámara de video y de televisión) desde los primeros cursos como un instrumento más que será usado con finalidades diversas: Lúdicas, informativas, comunitarias, instructivas, así como también es importante que este presente en todos los hogares y que los más pequeños puedan acercarse y disfrutar de estas tecnologías de la mano de sus padres; además de ese uso y disposición de los medios tecnológicos que permitirá realizar actividades educativas y recreativas dirigidas a su desarrollo psicomotor, cognitivo, emocional y social, las nuevas tecnologías contribuyen a fomentar y aumentar el contacto familiar(Relación Padres-hijos).

Existe además tres grandes razones para aprovechar las posibilidades de innovación metodológica que ofrecen las TIC para lograr una escuela más eficaz e inclusiva, ellas son:

1. Alfabetización Digital de los alumnos ya que todos tienen derecho a adquirir las competencias básicas en el uso de las TIC.
2. Productividad: Aprovechando las ventajas que proporcionan al realizar actividades como preparar apuntes, ejercicios, buscar información, etc.
3. Innovar en las prácticas docentes: Aprovechando estas nuevas posibilidades didácticas que ofrecen las TIC para lograr que los alumnos realicen mejores aprendizajes y de esta manera se reduce el fracaso escolar.

Las TIC se difunden rápidamente en todos los ámbitos de la sociedad, en consecuencia hay una gran demanda de formación en TIC dirigida a los estudiantes, trabajadores y profesionales de todas las áreas.

Con la integración de las TIC se abren nuevas ventanas al mundo que permiten a estudiantes y profesores el acceso a cualquier información necesaria en cualquier momento, la comunicación con compañeros y colegas de todo el mundo para intercambiar ideas y materiales, es decir para trabajar juntos. Aparece entonces un nuevo paradigma de la enseñanza mucho mas personalizado, centrado en el estudiante y basado en el socioconstructivismo pedagógico, que sin olvidar los demás contenidos del curriculum aseguran a los estudiantes las competencias en TIC que la sociedad demanda y otras tan importantes como la curiosidad y el aprender a aprender, la iniciativa y responsabilidad y no menos importante, el trabajo en equipo.

Referencias Bibliográficas.

ADELL, Jordi (1997) "Tendencias en educacion en la sociedad de las tecnologias de la informacion". EDUTEC, Revista electronica de tecnologia educativa Nº 7.

ALCALA, M. Esther; DE VENEZUELA, Enrique (2000) "El aprendizaje de los mayores ante los retos del Nuevo milenio". Madrid. España.

ECHEVERRIA, Javier (2001) "Las TIC en educación". "Revista Iberoamericana, 24"

GROS, Begoña (2000) "El ordenador invisible. Hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza. Barcelona. Gedisa. Edinoc.

Kilpatrick, J. & Davis, R. B. (1993). Computadoras y el cambio curricular en matemática. En C. Keitel & K. Runven (Eds.), Aprendizaje de las computadoras: La educación matemática y la tecnología (NATO ASI Series F: Informática y Sistemas de Ciencias, vol. 121, pp. 203-221). Berlin: Springer.

López, R. Motivación. Sistemas Hipermedia y aprendizaje electrónico. En Educación Espacios Virtuales en Prácticas. Ed. Ariel. Barcelona.2005.

López, Ricardo. Educación Matemática y tecnología de la Información. Universidad de Salamanca.

Newell, A. (1990). Teorías unificadas de la cognición. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Rosales, Francisco. Uso de las Tecnologías de la Información. www.obervatorio.org

Valles, Ricardo. Impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la

Educación. Isla de Margarita. Venezuela 2009.

Incidencia de las estrategias didácticas del foro virtual y el foro presencial en el desarrollo del pensamiento crítico: una investigación basada en la percepción y apreciación de los estudiantes del ITCR

Proyecto aprobado por el Consejo de Investigación del ITCR, registro Nº 5402-11612-0101

Andrei N. Fëdorov y Rosa I. Lira V. *

Resumen. *La capacidad de generar y desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes, es una preocupación que comparten la mayoría de las universidades del mundo y el Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR) no es la excepción. Para coadyuvar con el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes, se requiere que el mismo término sea re-significado por los propios actores sociales que aspiran a poseerlo, usarlo o bien perfeccionarlo. Con esta investigación de corte descriptivo y cuantitativo se pretende determinar la percepción y apreciación de los estudiantes con respecto a la incidencia del foro virtual y el foro presencial en el desarrollo del pensamiento critico, así como comprobar el uso de estas estrategias metodológicas como posibles herramientas que potencien y promuevan el pensamiento crítico. El presente artículo constituye un resumen de los principales hallazgos generados en la investigación que se realizó con el aporte de los estudiantes del curso EM-1404 Teorías Psicopedagógicas del Aprendizaje de la carrera de la Escuela de Matemática del ITCR en Cartago, Costa Rica.*

Abstract. *The capacity to generate and develop critical thinking in students is a challenge shared by most universities around the world, and Costa Rica Institute of Technology (ITCR) is not the exception of this rule. To encourage critical thinking within the teaching-learning process, requires a sophisticated analysis about the significance of the expression, as well as the implications of the term to use it accurately, precise, and effectively. One of the purposes of this descriptive and quantitative research is not only, to determine the perception and appreciation of students about the incidence of synchronous and asynchronous forum in critical thinking, but also analyze the use of these two types of forums as possible methodological strategies to facilitate and encourage the development of critical thinking. This article represents a brief summary of the most relevant findings of the research process held. The research study was applied to students enrolled in EM-1404 Psychopedagogical Theory of Learning Course, from the School of Mathematics of ITCR, Cartago, Costa Rica.*

Palabras clave: Pensamiento crítico, didáctica universitaria, enseñanza superior, estrategias enseñanza y aprendizaje, foro virtual, foro presencial, Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Key words: Critical thinking; Methodology of teaching–learning process; Higher education; Teaching and learning strategies; Synchronous forum; Asynchronous forum; Costa Rica Institute of Technology.

"Buscar permanentemente recursos y
metodologías para mejorar
el proceso de enseñanza aprendizaje"
ITCR, 2003.

* **Andrei Fëdorov y Rosa Inés Lira Valdivia**: son asesores académicos del Centro de Desarrollo Académico (CEDA) y profesores de la carrera Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica. E-mail: afedorov@itcr.ac.cr y rlira@itcr.ac.cr, respectivamente.

1. Introducción.

1.1. Universidad y pensamiento crítico. El mundo actual, que es de grandes complejidades y vertiginosas transformaciones, exige que los ciudadanos tengan un razonamiento de alta calidad. Este tipo de raciocinio se conoce como el pensamiento crítico y se presenta como:

> *"El tipo de pensamiento que se caracteriza por manejar y dominar las ideas a partir de su revisión y evaluación, para repensar lo que se entiende, se procesa y se comunica. Es un intento activo y sistemático de comprender y evaluar las ideas y argumentos de los otros y los propios. Es concebido como un pensamiento racional, reflexivo e interesado, que decide qué hacer o creer, que es capaz de reconocer y analizar los argumentos en sus partes constitutivas"* (Arango, 2003).

Las capacidades de análisis, inferencia, interpretación, explicación y evaluación, sustentadas por la autorregulación de la cognición y la actitud investigativa, vigilante, honesta y flexible, son las cualidades distintivas de un profesional preparado para afrontar los desafíos de la sociedad moderna. La declaración sobre la educación superior en el siglo XXI, elaborada por la conferencia mundial de la UNESCO (1998), refuerza dicha proposición y expone que las universidades:

> *"(...) deben formar a los estudiantes para que se conviertan en ciudadanos bien informados y profundamente motivados, provistos de un sentido crítico y capaces de analizar los problemas de la sociedad, buscar soluciones, aplicarlas y asumir responsabilidades sociales".*

El desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes, es una preocupación que el Instituto Tecnológico de Costa Rica comparte con la mayoría de las universidades del mundo y la convierte en la esencia de su misión (ITCR, 1996). No obstante, para poder concretar las declaraciones políticas y orientaciones curriculares en la práctica, los actores del proceso formativo deben poseer, entre otras cosas, una conciencia clara de su nuevo rol y también deben contar con un respaldo metodológico que les permita desempeñarlo en los escenarios de la cotidianidad áulica.

1.2. Pensamiento crítico y metodologías activas. Pensamiento crítico. Las habilidades del pensamiento tienen su propio abecé, y por consiguiente hay que estudiarlas y cultivarlas. En el proceso del desarrollo hacia un buen pensar intervienen distintas posiciones, diversos enfoques psicopedagógicos, múltiples opiniones y conceptualizaciones acerca de la definición del pensamiento crítico. En la perspectiva de Beyer (1998, p.12): *"Enseñar aptitudes mentales significa algo más que simplemente hacer pensar o reflexionar a los alumnos".* Lo cual implica aplicar lo conocido a situaciones nuevas, y este proceso requiere muchas veces un re-significado de lo comprendido. Sería por lo tanto, un error subestimar la capacidad de pensar como una simple compilación de habilidades y conocimientos, sin considerar el proceso constante de la deconstrucción de lo aprendido. Estos procesos, sin duda alguna, revelan ser una tarea compleja e inexistente en la mayoría de los sistemas educativos, incluyendo el nuestro. Para Resnick (1999, p.23), el pensamiento crítico: "*Es un proceso de socialización por excelencia, el cual incluye por lo tanto, la adquisición y el uso del conocimiento, formas de representarlo y modos de pensar y razonar con el. Estos son, junto con el lenguaje, las herramientas culturales que lo constituyen".*

Metodologías Activas. Según Ander Egg (1999, p.55 y 65): *"(...) desde el siglo XIX se habla de las metodologías activas* [las cuales se basan en la idea de] (…) *aprender a despertar nuestro potencial dormido".* Estos métodos se aplican de manera diversa desde hace varias décadas como concepción alternativa a la pedagogía tradicional, porque sus procedimientos didácticos están orientados a crear relaciones profundas entre los estudiantes y los profesores. Pretenden además, estimular una realimentación productiva ínter e intrasubjetiva en los educandos, por medio de actividades argumentativas y de comunicación grupal. Las metodologías activas, enmarcadas dentro del enfoque de la Pedagogía Crítica, son las que promueven las acciones individuales o colectivas de los alumnos.

Su núcleo central se podría ubicar en dos vías, es decir en activar los conocimientos previos en los estudiantes, sus habilidades comunicativas y actitudes de mejora, y en suscitar un proceso de aprendizaje dinámico, que tienda a asegurar que los alumnos participantes no solo interpreten lo que acontece en el aula o foro presencial o en su entorno, sino que accedan a encontrar soluciones viables a sus necesidades de aprendizaje, a sus intereses, o bien a sus expectativas de formación. Supone por lo tanto una actividad fuerte y constante por parte del aprendiz en el camino hacia el desarrollo del pensamiento crítico.

Dado que están basadas en los principios de la pedagogía crítica, dichas metodologías promueven el pensamiento crítico en los estudiantes y los llevan a hacer esfuerzos socializados de auto-organización, de re-equilibración para solucionar problemas propuestos o bien enfrentar desafíos y las tendencias de la sociedad del conocimiento, de la edumática, de la innovación académica y, en el caso de esta investigación, a incursionar en el desarrollo del pensamiento crítico. No se trata de aumentar cuantitativamente la información y los conocimientos proporcionados, ni tampoco de realizar más actividades, tareas o deberes, sino de cambiar cualitativamente las conductas y formas de adquirir conocimientos. Lo fundamental de estas metodologías son las "actitudes activas y positivas" que contribuyen a convertir a los educandos en agentes pensantes de su propia formación. En suma, la capacidad de pensar está siempre presente, no sólo en la mente, sino en todo ser humano.

1.3. Foro presencial. El foro presencial, siendo una de las dos modalidades de la variable independiente del presente estudio, se conceptualiza como una estrategia didáctica, perteneciente a las metodologías activas o participativas, cuyo enfoque epistémico corresponde a la pedagogía crítica, autogestionaria y humanística. Constituye una herramienta que activa la búsqueda de cambios particulares y colectivos en los estudiantes, busca propiciar las habilidades del pensamiento y favorece la generación de respuestas comprensibles a los retos planteados a la educación superior. Por medio de la socialización, el foro presencial hace posible el intercambio de significados que inciden en los sistemas de creencias, actitudes y valores de quienes integran el escenario académico donde se desarrolla el aprendizaje. Se procura a través de la estimulación que se plantea a los estudiantes, que ellos aprendan a despertar el potencial dormido que posee cada uno, con el propósito de asumir un protagonismo activo en su propia formación.

1.4. Foro virtual. El foro o debate virtual es otra de las dos modalidades de la variable independiente del presente estudio. Los investigadores, como Markel (2001), Arango (2003), Domínguez y Alonso (2004), indican que los foros virtuales son excelentes estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento crítico. Algunos de ellos los llaman "*filigranas mentales*", debido a que este tipo de discusiones, desarrolladas en-línea de manera asíncrona, involucran múltiples aspectos cognitivos y socioafectivos, como seguir el hilo de los diálogos, pensar y entender las intervenciones, descubrir gemas ocultas, confeccionar mensajes para impulsar el diálogo hacia delante, dejar volar la expresión de los demás, respetando la autonomía de los participantes y salir de lo evidente para explorar diferentes alternativas, entre otras muchas posibilidades.

No obstante, los foros virtuales pueden tener distintos enfoques y el valor educativo de ellos varía dependiendo del tipo de diálogo que prevalece (Arango, 2003). También se discute sobre una serie de ventajas y desventajas del uso de los foros virtuales (Wilkins, 2002). Especialmente se destaca la idea de que: "*Un foro por sí solo no constituye un ambiente virtual propicio y suficiente para el aprendizaje*" (Arango, 2003). Queda clara la moraleja de que “El hábito no hace al monje” y una herramienta tecnológica por si sola no aportará casi nada para el desarrollo del pensamiento crítico del estudiante, si no se aplica en el contexto de un modelo pedagógico que defina los roles y las reglas del juego.

En referencia a las herramientas informáticas en red que hacen posible la implementación de los foros virtuales, se constata que, desde hace más de una década, la comunidad educativa del ITCR cuenta con un entorno de aprendizaje, denominado TEC Virtual - Microcampus (sustituido recientemente por el TEC Digital – dotLRN), el cual incorpora una aplicación capaz de alojar una discusión asíncrona, que suele usarse como un recurso pedagógico que complementa la docencia presencial, haciéndola “*bimodal*” (Yábar, Barbarà y Añaños, 1999).

2. Datos generales y la metodología de la investigación.

La investigación educativa titulada “*Percepción y apreciación de estudiantes universitarios sobre la incidencia de las estrategias didácticas foro presencial y foro virtual en el desarrollo del pensamiento crítico*”, cuyos resultados se presentan aquí, tiene un alcance descriptivo y su naturaleza es de corte cuantitativo. El trabajo pretende esclarecer la estructura y la relación entre los elementos que conforman el pensamiento crítico y determinar si las estrategias metodológicas del foro virtual y del debate presencial inciden en su desarrollo de manera positiva. Así, en el presente estudio, el desarrollo del pensamiento crítico (en sus ambas dimensiones: la cognitiva y la actitudinal) se define como la variable dependiente. Por su lado, la estrategia metodológica del foro se perfila como la variable independiente y su modalidad (presencial ó virtual) varía entre los grupos experimentales.

La determinación de la incidencia de una variable sobre la otra se hace a partir de la percepción y apreciación que tienen acerca de estos asuntos dos grupos de estudiantes regulares de la carrera Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora del ITCR, matriculados en el curso de Teorías Psicopedagógicas del Aprendizaje (TPA). La matrícula efectiva en el primer grupo es de 23 personas, mientras que en el segundo grupo es de 22 alumnos. El curso se ubica en el primer semestre de la carrera, por lo cual la mayoría de los estudiantes matriculados son de primer ingreso. Cada grupo tiene dos sesiones de clase presencial en el transcurso de las dieciséis semanas que dura el semestre. En ambos grupos, la estrategia didáctica del foro se perfila y se aplica como uno de los pilares metodológicos y evaluativos del curso. No obstante, en uno de los grupos (señalado a continuación “Grupo 1 – del foro presencial”) el debate sobre los temas de interés se desarrolla en el aula y durante las horas de clase, mientras que en el otro grupo (nombrado "Grupo 2 – del foro virtual"), esta estrategia se aplica en horas de trabajo extractase, durante las cuales cada estudiante, en el transcurso del semestre, debe participar en tres foros asíncronos y consecutivos.

El instrumento de recolecta de datos usado en el trabajo, es una escala de opinión tipo Likert, de cualidades técnicas debidamente verificadas (α_{cr}>0.9), conformada por veinte enunciados, que representan las grandes dimensiones del constructo de "pensamiento crítico". Once ítems del instrumento versan sobre los aspectos de cognición, comunicación y autorregulación y nueve enunciados se dedican a las actitudes intrínsecas y extrínsecas. A la hora de concluir el experimento, unos 40 estudiantes (20 de cada grupo) completan el instrumento que registra su apreciación y valoración respecto a la metodología del foro presencial ó virtual, correspondientemente. La información recopilada, con el apoyo del programa SPSS, se somete al análisis estadístico (descriptivo y factorial), necesario para la caracterización de los fenómenos que responden a los objetivos de la pesquisa.

La descripción pormenorizada tanto de los aspectos metodológicos, como del análisis e interpretación de los datos obtenidos en el estudio, puede ser consultada en el informe final de la investigación (Fedorov y Lira, 2007), disponible en la biblioteca "José Figueres Ferrer" del campus ITCR en Cartago, Costa Rica. No obstante, por medio del presente artículo, a continuación se presenta una síntesis de los datos, resultados y conclusiones más relevantes.

3. Descripción, análisis e interpretación de los datos.

3.1. Análisis de datos relativos al foro presencial. Estadísticos descriptivos. En ese sentido, de la sumatoria de los valores positivos y altos de la escala Likert, se logra un 98.25 % de opiniones favorables y un alto grado de valoración e importancia significativa hacia el foro presencial como estrategia de fomento para el desarrollo del pensamiento crítico. Se obtiene además la percepción positiva de los estudiantes con respecto a una serie de formas cognitivas y actitudinales que han sido propiciadas a través de la experiencia con el foro presencial. Es decir, las formas cognitivas que han sido promovidas, por medio de dicho foro son: V.3 – "*Comprensión ideas complejas*" (95%); V.15 – "*Aprender confrontar distintas ideas*" (95%); V.1 – "*Capacidad reflexión*" (90%); V.2 – "*Motivación aprender*" (90%); V.9 – "*Capacidad argumentativa*" (80%); V.19 – "*Factor contextual generar opinión*" (80%); V.13 – "*Curiosidad intelectual*" (70%); V.20 – "*Mantenerse bien informado*" (70%); V.7 – "*Espíritu investigativo*" (65%); V.4 –

"*Capacidad analizar problemas*" (80%). Asimismo, las actitudes fomentadas, a través de la estrategia metodológica del foro presencial son: V.12 – "*Repensar opinión antes emitirla*" (100%); V.10 – "*Valorar consensos*" (85%); V.18 – "*Capacidad generar opinión propia*" (85%); V.8 – "*Respeto libre opinión*" (90%); V.16 – "Honestidad enfrentar debilidades" (80%); V.6 – "Claridad de expresión" (65%); V.5 – "Oportunidad usar pensamiento crítico" (85%). Por lo anterior se deduce que la apreciación de los estudiantes hacia la incidencia del foro presencial sobre el desarrollo del pensamiento crítico es muy positiva.

Análisis de factores: extracción de comunalidades. Según los resultados de la extracción de *communalities,* todos los indicadores tienen puntajes mayores de 0.7, lo cual ejemplifica que los ítems, mediante su proximidad, tienden a explicar en una misma dirección el constructo, objeto de validación. Tomando en cuenta el índice de extracción de los ítems V.13 – "*Curiosidad intelectual*" y V.3 – "*Comprensión ideas complejas*", ambos tienden a ser significativas, pues sus puntuaciones son mayores a 0.9. Se deduce que en esa relación de cohesión de estos dos elementos, yace una concordancia imprescindible para el desarrollo del pensamiento crítico y han sido propiciadas a través de las actividades del foro presencial. Otros ítems con índice de extracción cercano a 0.9 corresponde a V.8 – "*Respeto por libre opinión de los demás*" y V.20 – "*Mantenerse bien informado*". Ambos enunciados son representantes de la dimensión actitudes, es decir, la primera es miembro de lo actitudinal extrínseco y la segunda de lo intrínseco. Lo cual refuerza lo anteriormente mencionado, es decir, la dimensión actitudinal se convierte, según el alto índice de asociación y extracción generado por los resultados, en el motor necesario para iniciar y mantener la actividad cognitiva y ahí yace esa relación de concordancia comunal ineludible entre ambas dimensiones.

Matriz de correlaciones. La matriz de correlación indica que el modelo de ítems, utilizado en esta investigación tiende a ser adecuado, así se infiere a partir del índice denominado máximo de correlación entre ítems, el cual puntúa 0.8 para este rubro. Además, según los resultados, se muestra un 60% de correlaciones en la totalidad de la escala. Los dúos de ítems que presentan las mayores asociaciones, en relación con el grupo del foro presencial, son V.13 – "*Curiosidad Intelectual*" y V.14 – "*Sentido crítico oportuno*", se relacionan igualmente con ítems de correlación mayor o igual a 0.7, a saber V.1 – "*Capacidad de reflexión*", V.2 – "*Motivación aprender*", V.14 – "*Sentido crítico oportuno*", V.3 – "*Comprensión ideas complejas*", V.6 – "*Claridad expresión*", V.7 – "*Espíritu investigativo*", V.11 – "*Persistencia temáticas difíciles*", V.13 – "Curiosidad intelectual", V.15 – "Aprender confrontar ideas distintas" y V.20 – "*Mantenerse bien informado*". Como se indicó anteriormente en este grupo la representatividad de las dimensiones del constructo conviven en cohesión o correspondencia.

Tabla Nº 1. Dimensiones que mejor representan el constructo pensamiento crítico en el foro presencial

Dimensión	Carga factorial de los ítems	Caracterización del constructo pensamiento crítico mediante las dimensiones que lo conforman, según el análisis de rotación y del método Varimax
I	0,929 **(V.13);** 0,871 **(V.11)** 0,837 **(V.7);** 0,797 **(V.14)** 0,781 **(V.6);** 0,781 **(V.3)** 0,700 **(V.1);** 0,649 **(V.2)** 0,640 **(V.20);** 0,615 **(V.9)** 0,593 **(V 4);** 0,567 **(V.15)**	Conformado por habilidades de orden superior del tipo construcción, interpretación, reflexión y de comprensión como la curiosidad intelectual que nutre la persistencia ante una temática difícil, la cual es alimentada por un espíritu investigativo, que brinda un sentido crítico oportuno en las argumentaciones grupales e individuales, las cuales son transmitidas con claridad cognitiva y con claridad de expresión, provocando de manera individual y grupal mayor comprensión de ideas complejas y mejor capacidad de reflexión; todo lo cual, en conjunto desarrolla y provoca la motivación por aprender y por mantenerse bien informado con el fin de brindar criterios múltiples y defender posiciones con gran retórica y acertada capacidad argumentativa, y así poder revelar un buen despliegue del proceso de pensamiento al mostrar capacidad de analizar problemas y brindar soluciones múltiples en la resolución de éstos por medio del descubrimiento de estructuras individuales y sociales al aprender a confrontar ideas distintas.
II	0,773 **(V.17);** 0,641 **(V.12)** 0,626 **(V.8);** 0,575 **(V.5)** 0,534 **(V.10);** 0,334 **(V.18)**	Constituido por actitudes sociales plausibles en la habilidad asertiva y capacidad comunicativa de negociación y en el deseo de adquirir y mantener la actitud de repensar opiniones antes de emitirlas con la convicción de cultivar valores como el respeto por la libre opinión de los demás, sin dejar de lado los procesos de razonamiento que evidencian de una mejor manera las oportunidades para uso del pensamiento crítico, especialmente mediante la socialización en cuyo proceso se estimulan actitudes para la avenencia social y la valoración de consensos en los cuales los estudiantes encuentran referentes comunes o bien refuerzan sus propias convicciones, deducciones y creencias facilitándoles habilidades para generar su propia opinión.
III	0,711**(V.19);** 0,668 **(V.16)**	Provoca el funcionamiento intelectual por medio de factores contextuales u organizados a través de los cuales se intercambian creencias sociales, culturales e individuales desarrollando o estimulando la percepción intra- e intersubjetiva de los estudiantes para interpretar, comprender y superar sus propias debilidades en el proceso de desarrollo del pensamiento crítico.

Fuente: elaboración propia

<u>Valores propios ó eigenvalues</u>**.** Para determinar los factores que mejor representan los datos, se extrajo la matriz factorial, la cual involucra el cálculo de los "eigenvalues" y

la varianza total explicada. Según Norušis (1994, p.54): "*Solo factores que cuenten con eigenvalues mayor que 1 pueden ser tomados en cuenta para determinar el número de factores a usar en un determinado modelo*". En este caso, el 81% de la varianza explicada esta representada por seis factores, los restante 14 elementos representan juntos apenas un 19% de esa varianza.

Matriz factorial de rotación, reducida a tres componentes. Con todos estos hallazgos hechos a partir de la conformación de los seis factores, es importante tener en cuenta la observación que hace Norušis (1994, p.65) al señalar la necesidad de reducir la cantidad de componentes de la matriz factorial, con el objetivo de extraer los que son substancialmente significativos, en el sentido de ser ellos, los que resumen el conjunto de componentes cuya esencia es la más acertada en la búsqueda de la óptima representación del constructo. Así, con base en los resultados de la matriz rotada de solo tres factores, se deduce la existencia de tres dimensiones: una dimensión cognitiva fuerte, una actitudinal significativa y otra que podríamos llamar de socialización. La tabla Nº 1 detalla la composición y presenta la descripción de las dimensiones señaladas.

En suma y con base en los análisis realizados (análisis de factores, fase de rotación y aplicación del método Varimax), el pensamiento crítico que se fomenta por el foro presencial, está conformado por una dimensión cognitiva sólida, otra de tipo actitudinal y una más de tipo contextual. Es decir, es por medio de la socialización y del contexto, que los hechos aprendidos promueven actitudes que hacen evidente el fomento de las capacidades cognitivas. Por lo anterior, para el desarrollo del pensamiento crítico, en el ámbito del foro presencial, son necesarias estas tres dimensiones evidenciadas.

3.2. Análisis de datos relativos al foro virtual. Estadísticos descriptivos. Se denota que de todas las respuestas válidas dadas por los encuestados a las veinte preguntas del instrumento, solo el 3% del total corresponde a las opiniones que califican la incidencia de la metodología del foro virtual, sobre el desarrollo de diferentes aspectos del pensamiento de alta calidad, como "muy poca" o "ninguna". En contraste con lo anterior, el 75% de respuestas apunta hacia una importante incidencia que ejerce esta estrategia metodológica. Se resalta que la media general de la escala es alta, equivale a 4.13 (en la escala de 1 a 5), y se acompaña de una baja desviación (σ=0.2955) entre las puntuaciones de las medias individuales. Estos datos evidencian que existe una importante coincidencia de opinión entre los estudiantes del grupo Nº 2 de que el foro virtual colabora con el desarrollo del pensamiento crítico.

Es interesante rescatar que el promedio más bajo de la escala (μ=3.70) corresponde al ítem Nº 6 – "*Claridad de expresión*". Mientras que los promedios más altos ($4.30<\mu<4.85$) se asocian con unos seis ítems (Nº 5 – "*Oportunidad de usar el pensamiento crítico*", Nº 8 – "*Respeto por la libre opinión de los demás*", Nº 12 – "*Consciencia de repensar las opiniones antes de expresarlas*", Nº 15 – "*Confrontación de ideas distintas*", Nº 18 – "*Capacidad para generar la opinión propia*" y Nº 20 – "*Necesidad de mantenerse bien informado*"), que representan todas las dimensiones originales del constructo, lo que se interpreta como una muestra fehaciente de que el foro virtual ejerce una alta incidencia, tanto sobre los aspectos cognitivos y metacognitivos, como en los actitudinales (extrínsecos e intrínsecos) y comunicativos del pensamiento crítico.

De hecho, las interpretaciones más prominentes desprendidas de los datos agrupados según las dimensiones del constructo, ponen de manifiesto que según la percepción y la apreciación de los estudiantes, que han participado en los foros virtuales, esta metodología ejerce una incidencia positiva sobre el desarrollo de los aspectos cognitivos ($\mu_{cognitiva}$= 4.15), metacognitivos ($\mu_{autorregulación}$=4.30), actitudinales($\mu_{actitud\text{-}intrínseca}$=4.01 y $\mu_{actitud\text{-}extrínseca}$=4.25) y comunicativos ($\mu_{comunicativa}$= 4.02) del pensamiento crítico. Así, se confirma la gran utilidad didáctica del foro virtual dentro del bagaje metodológico de la pedagogía crítica universitaria.

Análisis de factores. En la presente investigación el análisis factorial se aplica tanto para corroborar la validez de constructo, como para poner de relieve las dimensiones del pensamiento crítico y hacer inferencias acerca de sus interrelaciones. En el procedimiento de rutina, con el apoyo del SPSS, inicialmente se extrae y se rota (usando el método Varimax) unos seis factores con raíces características mayores a 1.000, los cuales en conjunto explican cerca del 83% de la variancia. Se procede a describir e interpretarlos y así se logra perfilar los siguientes seis componentes del complejo constructo de pensamiento crítico: 1) "Disposición, tendencia o ambición intelectual de una persona para generar una opinión propia crítica y oportuna"; 2) "Predisposición o deseo para aprender y negociar las ideas inteligentemente - aprendizaje inteligente y colaborativo"; 3) "Procesos cognitivos de alto nivel, respaldados por una actitud persistente ante una temática intelectualmente retadora"; 4) "Rasgos metacognitivos o autorregulativos que procuran una mejor calidad tanto del proceso, como de los productos del pensamiento crítico"; 5) "Valor del respeto por la libre opinión ajena crítica e inteligente" y 6) "Comunicación o expresión clara y argumentada". Es oportuno resaltar que en el modelo del constructo derivado de la solución de seis componentes principales, se evidencia la gran importancia de las actitudes y disposiciones que se afilian con los procesos cognitivos y metacognitivos y, en cooperación con los rasgos comunicativos y de valores, culminan conformando unas estructuras o competencias complejas que ponen en práctica las experiencias del pensamiento crítico.

No obstante, se considera necesario explorar la posibilidad de una mayor reducción del número de dimensiones subyacentes al constructo. Se aprecia que con la disminución de los componentes hasta tres, se puede explicar casi el 63% de la varianza, lo que se considera como un nivel aceptable. En la tabla Nº 2 se resume el resultado del análisis de la matriz rotada de solo tres componentes principales.

Tabla Nº 2. Presentación de las tres dimensiones principales que conforman el constructo de pensamiento crítico potenciado por el foro virtual

Dimensión	Descripción de las dimensiones y % de la varianza (rotación Varimax) explicada por ellas	Ítems de la escala Likert que conforman cada componente, acompañados de su respectiva carga factorial
I	**La dimensión actitudinal (28%)** - un amplio y complejo conjunto de actitudes y disposiciones mentales, necesarias para mantenerse bien informado, investigar y aprender, generar la opinión propia, evidenciar el sentido crítico y negociar las ideas en forma inteligente y oportuna.	**Nº 2** (.581); **Nº 7** (.598); **Nº 11** (.525); **Nº 13** (.687); **Nº 14** (.687); **Nº 15** (.801); **Nº 16** (.514); **Nº 17** (.746); **Nº 18** (.921); **Nº 20** (.825)
II	**La dimensión cognitiva (21%)** – capacidad cognitiva de alto nivel o habilidad para comprender, analizar, reflexionar, depurar, sintetizar y argumentar las ideas complejas; elaborar un juicio de valor acerca las ideas propias y de los demás, que se confrontan en medio de una búsqueda de un consenso inteligente.	**Nº 1** (.826); **Nº 3** (.432); **Nº 4** (.737); **Nº 9** (.669) **Nº 10** (.713)
III	**La dimensión autorregulativa y metacognitiva (14%)** - cualidades que procuran la ética y la calidad del pensamiento crítico. Por ejemplo: la consideración del contexto, conciencia de repensar las ideas, de buscar la claridad de expresión y la oportunidad de uso del pensamiento crítico y respeto por la opinión crítica e inteligente de los demás.	**Nº 5** (.801); **Nº 6** (.690); **Nº 8** (.724); **Nº 12** (.452); **Nº 19** (.539)

Fuente: elaboración propia

Por medio de la reducción del número de componentes hasta tres, se logra simplificar el modelo del constructo, sin perder de vista las dimensiones iniciales y las perfiladas a raíz del análisis de la matriz rotada de seis componentes, con lo cual se colabora con la presentación válida, diáfana y justificada del pensamiento crítico.

Finalmente, se puede anotar que, debido a la reducción y revelación de las tres grandes dimensiones del constructo, realizada a través del análisis factorial, se perfilan una dominante dimensión actitudinal, una preponderante dimensión cognitiva y una importante dimensión autorregulativa que garantiza la pertinencia y calidad de los procesos y productos de síntesis de las dos anteriores, dentro del gran y complejo fenómeno de pensamiento crítico que se fomenta en los estudiantes por medio del foro virtual.

4. Conclusiones.

Con base en los resultados obtenidos podemos concluir que la mayoría de la población encuestada, califica la incidencia del foro presencial y el foro virtual como una estrategia metodológica muy influyente y propiciadora del desarrollo del pensamiento crítico. Así se comprueba con el dato obtenido y correspondiente al 98 % de opiniones favorables hacia el foro presencial y un porcentaje de un 96 % de resoluciones positivas para el foro virtual.

En todas las acepciones, ambas estrategias metodológicas acentúan y propician habilidades del pensamiento señaladas como importantes. Refiriéndonos al caso del foro presencial, este destaca por estimular la "*motivación por aprender*" (V.2), la "*comprensión de ideas complejas*" (V.3), la "*capacidad de analizar problemas*" (V.4) *y* la "*honestidad para enfrentar las debilidades propias*" (V.16). De la misma manera y haciendo alusión al foro virtual, este sobresale por incitar "*el espíritu investigativo*" (Nº 7), el "*sentido crítico más oportuno*" (Nº 14) y la "c*onsideración de los factores contextuales para generar opinión*" (Nº 19).

Es importante mencionar además, que ambos foros propician de manera significativa formas o aspectos cognitivos, metacognitivos y comunicativos del pensamiento crítico. Las cinco **formas cognitivas** pertinentes que han sido, no solo promovidas y acentuadas, sino también desarrolladas por ambos foros son las siguientes: "*capacidad de reflexión*" (V.1), *"capacidad confrontación de distintas ideas"* (V.15), *"capacidad de generar opinión"* (V.18), *"grado de vigilancia en la oportunidad de utilizar el pensamiento crítico"* (V.5) y *"conciencia de repensar las opiniones antes de expresarlas"* (V.12).

Dada la propia naturaleza y dinámica de estas estrategias, ambos foros favorecen una serie de **actitudes** y valores culturales, sociales e individuales de tipo axiológico que inducen a esquemas de respeto por parte de los estudiantes. En ese sentido, las siete actitudes fomentadas por el foro presencial corresponden a: "*motivación por aprender*" (V.2), *"valorar consensos"* (V.10), *"respeto libre opinión de los demás"* (V.8), *"honestidad para enfrentar debilidades"* (V.16), *"necesidad de mantenerse bien informado"* (V.20), *"curiosidad intelectual"* (V.13) *y* *"espíritu investigativo"* (V.7). Por su parte, el foro virtual suscita nueve actitudes igualmente relevantes como: "*motivación por aprender"* (Nº 2), *"espíritu investigativo"* (Nº 7), *"persistencia ante temática difícil"* (Nº 11), *"curiosidad intelectual"* (Nº 13), *"honestidad para enfrentar sus propias debilidades"* (Nº 16), *"necesidad para mantenerse bien informado"* (Nº 20), "*respeto por la libre opinión de los demás"* (Nº 8), *"valorar consensos"* (Nº 10) *y la "capacidad de negociación"* (Nº 17).

Aunado a lo anterior y determinando el constructo pensamiento crítico, se demostró estadísticamente que ambos tipos de foros contribuyen con la representación conceptual de dicho término. Es decir, en el ámbito del foro virtual, el constructo pensamiento crítico queda estipulado por la **dimensión actitudinal** conformada por un amplio y complejo conjunto de habilidades y disposiciones mentales necesarias para mantenerse bien informado, investigar y aprender, generar la opinión propia, evidenciar el sentido crítico y negociar las ideas en forma inteligente y oportuna; asimismo, la **dimensión cognitiva** de alto nivel indica la capacidad cognoscente o habilidad para comprender, analizar, reflexionar, depurar, sintetizar y argumentar las ideas complejas; elaborar un juicio de valor acerca de las ideas propias y las de los demás, que se confrontan en medio de la búsqueda de un consenso inteligente. La tercera se refiere a la **dimensión autorregulativa o metacognitiva** referente a las cualidades que procuran la ética y la calidad del pensamiento crítico. Por ejemplo: la consideración del contexto, la conciencia de repensar las ideas, de buscar la claridad de expresión y la oportunidad de uso del pensamiento crítico y respeto por la opinión crítica e inteligente de los demás.

Asimismo, queda demostrado en el caso del foro presencial, la existencia de una **dimensión cognitiva fuerte** y conformada por la presencia de habilidades cognitivas de 'orden superior' del tipo construcción, interpretación, reflexión y de comprensión, como la curiosidad intelectual que nutre la persistencia ante una temática difícil, la cual es alimentada por un espíritu investigativo, que brinda un sentido crítico oportuno en las argumentaciones grupales e individuales. Dichas argumentaciones son transmitidas con claridad cognitiva y de expresión, provocando de manera individual y grupal mayor comprensión de ideas complejas y mejor capacidad de reflexión. Todo lo cual en conjunto, desarrolla y provoca la motivación por aprender y por mantenerse bien informado para brindar criterios múltiples y defender posiciones con gran retórica y acertada capacidad argumentativa.

La segunda conformación se refiere a la **dimensión actitudinal-socializante** la cual resulta significativa ya que está constituida por actitudes sociales plausibles en el desarrollo de la habilidad asertiva y en la capacidad de negociación de los estudiantes de adquirir y mantener la actitud de repensar opiniones antes de emitirlas, con la convicción de cultivar valores como el respeto por la libre opinión de los demás, sin dejar de lado los procesos de razonamiento, que evidencian de una mejor manera, las oportunidades para el uso del pensamiento crítico. Mediante la socialización, se estimulan actitudes para la avenencia social y la valoración de consensos en los cuales los estudiantes encuentran referentes comunes o bien, refuerzan sus propias convicciones, deducciones y creencias facilitándoles habilidades para generar su propia opinión.

La tercera disposición que representa al constructo pensamiento crítico se refiere a **la dimensión contextual** la cual estimula el funcionamiento intelectual por medio de factores contextuales u organizados a través de los cuales se intercambian creencias sociales, culturales e individuales desarrollando o estimulando la percepción intra- e intersubjetiva de los estudiantes para interpretar, comprender y superar sus propias debilidades en el proceso de desarrollo del pensamiento crítico.

Todas estas dimensiones poseen roles preponderantes que logran potenciar actitudes y operaciones cognitivas llevándolas al más alto nivel de competencia y expresión en el desarrollo del pensamiento crítico.

Con estas conclusiones y este escrito, hemos querido aportar un poco de reflexión sistematizada sobre el tema del pensamiento crítico, el cual es muy interesante, complejo e indeclinable. Pretendemos motivar a nuestros colegas universitarios a utilizar estas dos estrategias como herramientas que buscan promover en los estudiantes el desarrollo de una serie de formas cognitivas y actitudes positivas a favor del desarrollo del pensamiento crítico en nuestras aulas universitarias.

5. Agradecimientos.

Se quiere aprovechar la ocasión del presente magno evento académico, que se desarrolla en el ITCR y expresamos nuestro agradecimiento a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión de nuestra institución por la oportunidad de poder incursionar en este proyecto, el cual ha acabado con aportes interesantes. De igual manera enunciamos nuestro reconocimiento a la Licda. Silvia Calderón, quien fungió como coordinadora de la carrera de Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora (EMAC), mientras la investigación se llevaba a cabo. También entregamos un agradecimiento muy especial a

los estudiantes del curso Teorías Psicopedagógicas del Aprendizaje de la EMAC, pertenecientes a la cohorte del primer semestre del 2005, cuyas percepciones y apreciaciones han dado sustento al presente estudio. A todos ellos ¡Muchas Gracias!

6. Bibliografía.

Ander Egg, Ezequiel; 1999. *Hacia una pedagogía autogestionaria*. Argentina: Editorial Magisterio del Rió de la Plata.

Arango, Martha; 2003. “Foros virtuales como estrategia de aprendizaje”, revista *Debates Latinoamericanos*, Nº 2. Recuperado 28/04/2005 desde http://www.rlcu.org.ar/revista/numeros/02-02-Abril-2004/documentos/Arango.pdf

Beyer, Barry; 1998. *Enseñar a pensar*. Argentina: Editorial Troquel.

Domínguez, Daniel y Alonso, Laura; 2004. *Metodología para el análisis didáctico de foros virtuales*. Recuperado 30/03/2005 en http://edutec2004.lmi.ub.es/pdf/46.pdf

Fedorov, Andrei y Lira, Rosa Inés; 2007. *Percepción y apreciación de estudiantes universitarios sobre la incidencia de las estrategias didácticas foro presencial y foro virtual en el desarrollo del pensamiento crítico*. Informe final de investigación. Cartago, Costa Rica, ITCR. Disponible en la biblioteca del ITCR.

Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR); 1996. *Ley Orgánica y Estatuto Orgánico del Instituto Tecnológico de Costa Rica*, Cartago, Costa Rica, ITCR.

Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR), 2003. *Tercer Congreso Institucional: modelo académico del Instituto Tecnológico de Costa Rica*, Cartago, Costa Rica, ITCR.

Markel, Sherry; 2001. Technology and education online discussion forums: it's in the response, *Online journal of distance learning administration*, vol. IV, num. II, summer 2001. Recuperado 30/03/2005 desde http://www.westga.edu/~distance/ojdla/summer42/markel42.html

Norušis, Marija; 1994. *SPSS Professional Statistics*. Michigan, Chicago: Spss Inc.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO); 1998. Conferencia Mundial sobre la Educación Superior, *Declaración mundial sobre la educación superior en el siglo XXI: visión y acción y marco de acción prioritaria para el cambio y el desarrollo de la educación superior.* Recuperado 28/04/2005 en http://www.crue.org/dfunesco.htm

Resnick, Lauren & Klopfer, Leopold; 1999. *La educación y el aprendizaje del pensamiento*. Argentina: Editorial AIQUE.

Wilkins, Beth; 2002. *Facilitating online learning: training ta’s to facilitate community, collaboration, and mentoring in the online environment.* Department of Instructional Psychology and Technology. Brigham Young University. Recuperado 12/05/2005 en http://education.byu.edu/ipt/exemplary/pdf_files/Wilkins.pdf

Yábar, José; Barbarà, Pere y Añaños, Elena; 1999. *Desarrollo de un campus virtual de la comunicación en el marco de una educación bimodal*. Recuperado 26/05/2005 en http://cvc.cervantes.es/obref/formacion_virtual/campus_virtual/yabar.htm

7. Anexo.

Ítems de la escala Likert usada en la investigación. Se anota que para efectos de esta publicación se omiten las instrucciones y la escala de codificación propios del instrumento original. Solo se presentan las afirmaciones del cuestionario con su respectivo número del ítem. Se debe tener claro que la codificación de la escala relaciona el puntaje igual a 5 con la opción de respuesta "Por completo", el 4 – con la opción "Bastante", el 3 significa "Un poco", el 2 – "Muy poco" y 1 – "Para nada".

Número (Nº) o Variable (V)	**Enunciado del ítem**
1	Siento que a través del foro mi capacidad de reflexión ha sido incrementada.
2	Estimo que mi motivación por aprender ha sido inspirada por lo vivido en el foro.
3	He notado que el foro me ha facilitado la comprensión de las ideas complejas.
4	He descubierto que mi capacidad de analizar problemas se ha incrementado a través del foro.
5	Siento que con el foro he sido estimulado a ser vigilante en las oportunidades de usar el pensamiento crítico.
6	He percibido que mi claridad de expresión ha mejorado a partir de mi experiencia en el foro.
7	Siento que el espíritu investigativo ha sido impulsado por medio del foro.
8	Siento que el foro fomenta el respeto por la libre opinión de los demás.
9	He descubierto que mi capacidad argumentativa se ha mejorado a consecuencia de mi participación en el foro.
10	He aprendido a valorar los consensos a través del foro.
11	Considero que con el foro he acentuado mi persistencia ante una temática difícil.
12	Creo que una de las consecuencias del foro es que ahora estoy más consciente de repensar mis opiniones antes de expresarlas.
13	Opino que el foro en mi caso ha despertado la curiosidad intelectual.
14	Después de mi experiencia con el foro, pienso que mi sentido crítico es más oportuno.
15	Opino que a partir del foro he aprendido a confrontar distintas ideas.
16	Percibo que mi nivel de honestidad para enfrentar mis propias debilidades se ha consolidado debido a mi participación en el foro.
17	Con la experiencia en el foro mi capacidad de negociación se ha intensificado.
18	Creo que con el foro mi capacidad de generar mi propia opinión ha sido fortalecida.
19	Siento que me he obligado a considerar los factores contextuales como el punto de partida de mis opiniones durante el desarrollo del foro.
20	Opino que la necesidad de mantenerme bien informado se ha fomentado a través del foro.

Mediawiki como herramienta de aprendizaje.

Ing. Carlos Zelada M.Sc.[1]

Resumen

Actualmente con la tendencia de ofrecer cursos virtuales en las Universidades muchas áreas de estudios que han tomado esta tendencia lo han hecho de una manera muy suave. En el caso de la matemática la necesidad de la ejercitación y del apoyo constante a hecho que la herramienta sea mas especifica.

En el año 2001 Jimmy Wales y Larry Sanger hacen un aporte muy importante a la humanidad y es la creación de la enciclopedia que recibe el nombre de Wikipedia. Gracias a la iniciativa de estas dos personas y a la necesidad de un plataforma adecuada de edición la plataforma que desarrollaron fue Mediawiki y la liberaron como software libre para que todos pudieran crear sus propias enciclopedias. Es Justamente esta herramienta la cual muchas empresas, personas y centros educativos han empezado a explotar con el fines que interesan a ambos.

Introducción

Lo que se desarrollara en el siguiente documento es como uno puede tomar esta herramienta de uso libre y usarla en el salón de clase para motivar a los alumnos a hacer ejercicios, estudiar la teoría y a generar discusión matemática entre ellos.

Esta escrito en base a la experiencias del uso de la herramienta en los cursos de Matemática II, IV y VI los cual fueron impartidos en la Universidad Galileo en la ciudad de Guatemala. En total fueron 5 secciones de un promedio de 30 alumnos en cada sección lo que hace 150 los estudiantes con los que se uso esta herramienta.

La herramienta ya antes mencionada es la plataforma MediaWiki que se puede bajar y leer acerca de ella en la dirección de internet http://www.mediawiki.org/wiki/MediaWiki. Esta es la plataforma que se usa para la enciclopedia Wikipedia que se puede ver en la siguiente dirección http://es.Wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Portada. La pagina que se desarrollo con el uso de esta herramienta es la pagina http://www.wikimatematica.org.

Marco Histórico

Como se menciono anteriormente en el año 2001 Jimmy Wales y Larry Sanger usando la tecnología wiki del pionero Ward Cunningham crearon esta enciclopedia libre y de que cualquier persona en el mundo puede editar. El concepto de una enciclopedia libre y editable por todos vino del genio y padre de software libre Richard Stallman quien trabajaba en Nupedia que era una versión anterior a Wikipedia. En el año 2003 suceden dos cosas muy importantes para Wikipedia, el poder aceptar TeX para introducir ecuaciones matemáticas y la creación de la fundación wikimedia.

La fundación wikimedia tiene como razón de propósito el recolectar y desarrollar contenido educativo y diseminarlo efectivamente globalmente. Entre los sitios que esta fundación maneja estan los siguientes:

- http://www.wiktionary.org/ Un diccionario para diferentes idiomas.
- http://www.wikiquote.org/ Un wiki que recolecta citas de personajes famosos.
- http://www.wikibooks.org/ Un wiki que recolecta libros electronicos.

[1] Universidad Galileo – Guatemala
chzelada@Galileo.edu

Esta misma fundación libero el código fuente que de la plataforma que usan y llamaron a esta plataforma mediawiki, desde el año 2003 han aparecido en el internet diferentes sitios no relacionados con la fundación wikimedia. Algunos ejemplos son ,

- www.wikimatematica.org Wiki que se esta usando en la Universidad Galileo
- http://heroeswiki.com/Main_Page Trata hacerca de la serie norteamericana Heroes.
- http://fr.vikidia.org/index.php/Accueil Enciclopedia educativa para niños en español y frances.

Descripción del problema

En la Universidad Galileo se a designado muchos recursos al uso de las aplicaciones web para llevar control de las notas de los cursos, el subirles contenido a los alumnos y tener una constante interacción entre los alumnos y los profesores. Debido a esto muchos cursos han empezado a trabajar con foros de preguntas dentro de la plataforma GES[2] pero con los cursos de matemática la participación del estudiante era muy poca, esto se debía a la siguientes razones,

- Muy difícil de ingresar la información ya que no se tiene un editor de formulas.
- Las preguntas dentro de un foro no están organizadas por temas, entonces resulta difícil que otro estudiante encuentre información útil para estudiar. Esta hacia entonces que se tuviera que contestar la misma pregunta muchas veces.
- Los temas no crecían conforme se tenia mas información.

Debido a los puntos listados anteriormente los foros nunca fueron usados y se dejo por un lado la idea de tener alguna herramienta de aprendizaje web mas dinámica, pero no se dejo allí el deseo de lograrlo. Entonces se busco otro tipo de plataforma.

¿Que es un Wiki?

Un wiki es una herramienta de colaboración. Un sitio web donde las paginas pueden ser editadas y instantáneamente ser publicadas usando un explorador de internet. Las paginas son creadas automáticamente y enlazadas una con la otra. Si usamos a Wikipedia como ejemplo, Wikipedia es una enciclopedia abierta es decir cualquier persona en el mundo puede agregarle contenido y editarlo. La colaboración masiva hace que se genere contenido muy rápidamente y su vez sea editado. La idea mas importante de un wiki es el hecho de que desde cualquier explorador de internet uno puede agregar o editar contenido y publicarlo automáticamente. Es justamente esto por lo que es una herramienta ideal para la colaboración en la generación de contenido educativo.

Aplicación de un wiki en cursos de matemática

El caso que estudiaremos en ese documento es el del wiki que se usa dentro de la Universidad Galileo que se llama *Wikimatematica.* Se escogió mediawiki como la plataforma para el wiki por que es la plataforma que usa Wikipedia y que mejor que Wikipedia para demostrar que la plataforma es muy buena.

La instalación de mediawiki lo único que necesita es de un servidor conectado a internet corriendo linux, MySql y PHP. Después de instalado el wiki puede empezar a usarse tal como aparece en Wikipedia. Hay mucha información en la pagina de mediawiki de como adecuar el wiki a las necesidades de cada SysAdmin. Para mayoe información de como instalarlo y adecuarlo pueden verlo en la pagina http://www.mediawiki.org/wiki/MediaWiki.

---

[2] *Galileo Educational System, www.Galileo.edu*

Las modificaciones que se hicieron en wikimatematica son la siguientes:

- Se cambio el logo[3] .
- Se cambio la plantilla del diseño grafico del wiki [4].
- Extensión para el ingreso de ecuaciones en latex[5].
- Extensión para poder subir al wiki videos de YouTube y otros[5].
- Extensión para tener una lista de los usuarios con mayor cantidad de edicion[6].

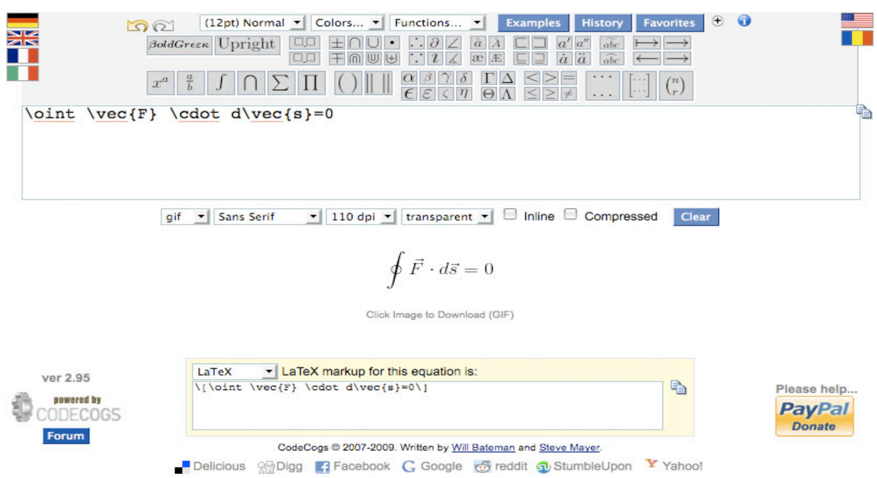
Cada una de estas extensión son código libre entonces no se incurre en ningun gasto al usarlas.

Equation Editor

Junto a la extensión de ingreso de ecuaciones en LaTeX se agrego un link a la pagina,

www.codecogs.com/components/equationeditor/equationeditor.php.

En esta pagina tenemos un editor de latex muy visual, ideal para aprender como ingresar latex en el wiki. En la siguiente imagen podemos ver un screenshot de la pagina



La barra de herramientas es muy parecida a la que se usa en word

En el cuadro de texto aparece automáticamente el código en látex que a la vez lo puede modificar el usuario,

---

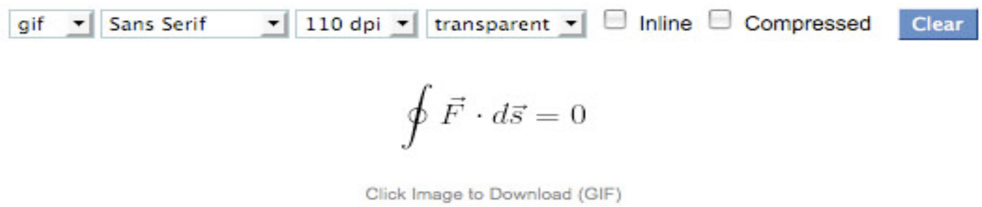
[3] Se puede ver en http://www.wikimatematica.org

[4] http://www.mediawiki.org/wiki/Extension:Mimetex_alternative

[5] http://www.mediawiki.org/wiki/Extension:EmbedVideo

[6] http://www.mediawiki.org/wiki/Extension:Contribution_Scores

En esta parte de la pagina aparece como un gif la imagen de la ecuación junto con unos selectores de resolución, formato de la imagen y otras características



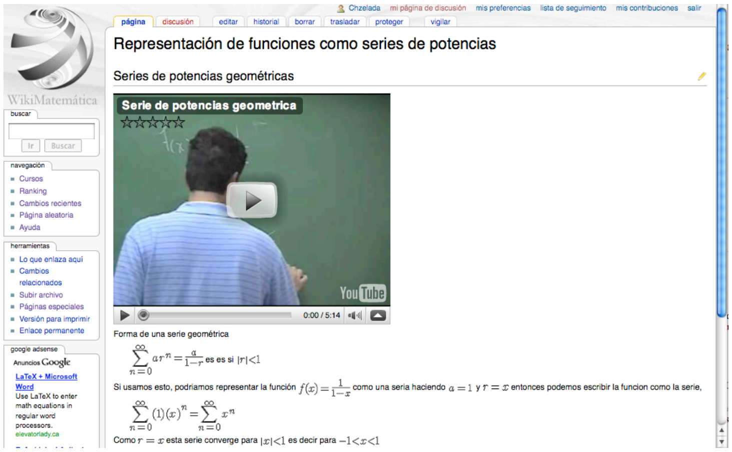
Entonces para ingresar la ecuación en el wiki lo único que el estudiante tiene que hacer es hacer copy-paste del código que parece en la caja de texto. Usando el Tag <tex></tex> como aparece en la siguiente imagen,

Esta pagina es una muy buena herramienta para que el estudiante se vaya familiarizando con latex, despues de usar durante un tiempo esta herramienta los estudiantes empiezan a aprender el lenguaje y prefieren ingresarlo directamente dentro del wiki.

EmbedVideo

Esta es la extensión que nos permite agregar vídeos de YouTube, DailyMotion, FunnyOrDie, Google Video, Seven Load y Revver.

Usando esta extension se pueden subir videos de clase que se han tomado dentro de la Universidad, en Galileo tenemos varias clase grabadas en video que ahora son accsibles desde wikimatematica y ademas estan los ejercicios resueltos en el video y la teoria que se trabajo. En el siguiente dibujo se pude ver la implementación en el wiki.



Contribution Scores

Con esta esta extensión se puede generar una listado de los usuarios con mayor cantidad de ediciones dentro del wiki, se pude separa de la siguiente manera,

- El Top 10 de los últimos siete días
- El Top 10 de los últimos treinta días
- El Top 100 de todos los tiempo.

Esto ayuda a generar competencia en los estudiantes a trabajar en el wiki, esto es una buena forma de llevar un control de que usuarios están haciendo la mayoría del contenido.

Últimos 30 días (Top 10)

Valoración	Páginas	Cambios	Nombre de usuario
55	42	86	Lrrh (Discutir | contribuciones | bloquear)
35	24	52	Ojkr (Discutir | contribuciones | bloquear)
18	14	18	Brufigueroa (Discutir | contribuciones | bloquear)
15	10	17	Gama5 (Discutir | contribuciones | bloquear)
15	8	20	Alexro1089 (Discutir | contribuciones | bloquear)
14	5	26	Esoto (Discutir | contribuciones | bloquear)
14	3	31	Aluther (Discutir | contribuciones | bloquear)
13	7	16	Jorgetr (Discutir | contribuciones | bloquear)
12	3	25	N12miriaminesL (Discutir | contribuciones | bloquear)
12	6	16	Edithbarrera (Discutir | contribuciones | bloquear)

En esta imagen se puede ver la lista de estudiantes con mas ediciones en los últimos 30 días en wikimatematica usando la extensión Contribution Scores.

Criticas comunes de un wiki

1. ¿ Que pasa si la persona que esta escribiendo en el wiki no tiene ni la menor idea del tema que esta editando ?
2. ¿ Que pasa si la persona que esta editando ingresa vulgaridades ?
3. ¿ Que pasa si la persona con mala intención borra todo el contenido del wiki?
4. ¿ Que pasa si se meten spammer a subir links o fotos de pornografía ?

Claro que cada una de las preguntas que están aquí son validas, esto puede suceder, el agente clave en esto y que hace funcionar el wiki es la comunidad. Con diferentes herramientas que están dentro del wiki la comunidad puede detectar estas cosas. Para la pregunta (1) si el no tiene idea de lo que esta escribiendo y guarda, otro usuario lo va a corregir. Otra cosa es que mucho usuarios se identifican con su edición y se pueden suscribir por RSS a recibir notificaciones de cada modificaciones que se hace el tema y allí se puede detectar que están escribiendo cosas que no tienen sentido. Lo mismo se aplica para las preguntas (2) y (3). Ahora para la pregunta (3) toda modificación que se haga a un tema dentro del wiki queda guardada dentro de la base de datos, es decir, que si se borra un tema se puede regresar a la versión anterior. En la siguiente imagen podemos ver como se ve la pagina de historial.

Ademas aquí mismo en el historial podemos comparar entre versiones del tema y ver exactamente cuales fueron la lineas que se modificaron.

Roles dentro del wiki

El primero de los roles es el de *escritor,* es decir, es una estudiante que se mete al wiki a generar contenido o agregar contenido dentro de un tema ya existente. Este es el rol principal que se debe fomentar dentro del wiki para que los estudiantes tomen costumbre de dedicarle tiempo al repaso de los temas vistos en clases ó para que haga ejercicios. El segundo es el rol de *editor* un estudiante que entra dentro de un tema y arregla ortografía o gramática, hace la función de editor. Este ultimo rol no debería de ser el mas común, pero es importante que haya estudiantes que lo hagan. El tercer rol es el de *lector,* es un estudiante que ingresa al wiki a leer los contenidos que otros han ingresado y asi poder estudiar de estos contenidos.
Cada estudiante no toma un solo rol, tiene que pasar por los 3 roles que se mencionaron anteriormente. Es muy importante esto por que al ellos entender que el contenido que esta en el wiki esta ingresado por otros estudiantes tiene que leerlo de manera critica pensando siempre qué puede ser que lo que están leyendo puede contener error. Ellos mismos al encontrar estos error pueden modificar el error y asi el siguiente que lea ya no lo tiene que cambiar.

Uso del wiki como herramienta de aprendizaje

Mucha literatura que trata acerca del uso de wikis en educación hablan acerca de como los wikis enfocan de diferente manera la forma de aprendizaje. Los paradigmas de educacion que mas se discuten son,

1. El paradigma de la enseñanza cooperativa y colaborativa
2. El pardigma de la enseñanza constructiva

Enseñanza cooperativa y colaborativa

En la enseñanza cooperativa , los estudiantes trabajan en grupos heterogéneos para dar soporte a los miembros individuales. La enseñanza cooperativa lleva a una interdependecia positiva de los miembros del grupo, interacción cara a cara y el uso adecuado de habilidades colaborativas. Equipos cooperativos logran niveles de pensamiento mas altos y retienen la informacion por un periodo mas largo que los estudiantes que trabajan individualmente. Los wikis aumentan la comunicación asincrona y la educacion cooperativa y promociona la colaboracieon en lugar de la competencia. Se puede leer mas hacerca de esto en Augar, N., Raitman, R. & Zhou, W. (2004). Teaching and learning online with wikis. *Proceedings of the 21st Australasian Society for Computers in Learning in Tertiary Education (ASCILITE) Conference*, Perth: December 5-8, 95-104. Retrieved November 2006 from http://www.ascilite.org.au/conferences/perth04/procs/pdf/augar.pdf

Enseñanza Constructiva

La enseñanza constructiva ve al conocimiento y al significado como algo que se construye en lugar de algo que se da. Los wikis dejan a los estudiantes participar en la creacion colectica de contenido. Esto hace que al compratir en grupo lleguen a conclusiones mucho mas altas que si hubieran creado el contenido individualmente. Para entender mas sobre este acercamiento se puede ver McMullin, B. (2005) Putting the learning back into learning technology. In S. Moore, G. O'Neill, & B. McMullin (Eds.), *Emerging issues in the practice of university learning and teaching* (pp. 67-76). Dublin: AISHE. Retrieved November 2006 from http://www.aishe.org/readings/2005-1/mcmullin-D01-M10-2004.pdf. Aquí se trata este tema en detalle.

Conclusiones

Los wikis y algunas otras tecnologias emergentes estan empezando a llenar un vacio que existe en la educación en general. Esto permite una colaboracion, rica y flexible que tiene consecuencias psicologicas positivas para los participantes. Las instituciones educativas pueden ofrecer gran valor a sus estudiantes al familiarizarlos con la tecnologia que hace las redes colaborativas posibles. Al incorporar wikis en los salones de clase, los educadores pueden preparar mejor a sus estudiantes en los usos de las herramientas de software que la creacieon colaborativa.

En las clases de matematica los wikis ayudan a que los estudiantes aprendan a leer criticamente. Tambien aprenden a publicar sus ideas para grupos grandes y a aprender colaborando con otros. Una de las cosas que le dan mucho valor a los wikis en la matematica es que los estudiantes se toman un tiempo para ingresar ejemplos y teoria, esto les sirve como repaso ademas que ayudan a tener un cuaderno al dia para todos los estudiantes del curso.

Metodología y Evaluación de la educación en el Sistema Educativo Japonés, su visión Holística e integral.

Licd. María A. Chacón F.[1]

Resumen

El sistema educativo Japonés durante los últimos 10 años, ha trabajado en evaluación, control y reorganización de su sistema educativo, desde primaria, secundaria, universitaria y formación continua de docentes. Lo anterior ha generado reformas y cambios en la estructura del sistema, desde su currículo y filosofía hasta la evaluación, metodología, didáctica, lo que ha permitido una educación mas holística e integral.
Un modelo necesario de conocer y posible de implementar.

Sistema Educativo Japonés y su estructura.

El Sistema Educativo Japonés, ha reformado el currículo durante los últimos 10 años, producto de la participación de representantes del sector educativo en sus diferentes niveles: docentes, directores, especialistas y representantes de gobierno. Es necesario tener claridad en que el currículo es equivalente a la norma de educación escolar de un país, en base al cual se desarrollan todas las actividades de la educación. El contenido del currículo es el que define la calidad de la educación.“Además este puede favorecer o perjudicar los deseos de estudiar así como el desempeño de los procesos educativos de los estudiantes, por lo que tiene un fuerte impacto en la difusión y administración de la educación.” (Masami y Murata, 2005, p145)

Es por ello que procesos de reforma curricular en Japón, deben ser avalados por los representantes de todo el sistema, desde el docente que se encuentra frente al grupo, hasta autoridades gubernamentales en materia educativa.

El docente frente a grupo, es fundamental en el sistema educativo japonés, ya que es este el que tiene la capacidad de efectuar el cambio de forma inmediata.

Es el docente, el que día a día genera, diseña y construye estrategias metodológícas y didácticas, que le permitan a sus alumnos aprender algo nuevo y diferente, descubrir, construir de forma agradable, útil y aplicable a sus realidades inmediatas, desarrollando así una serie de destrezas y habilidades para abordar problemas, analizarlos, discutirlos con los compañeros y generar soluciones alternativas. (CRICED, 2006, p234-235)

El sistema educativo tiene claridad, en que si realmente se quiere un aprendizaje de calidad, en donde efectivamente el alumno aprenda a pensar, desarrollando destrezas, entonces, debe efectuar una serie de cambios significativos en el sistema educativo.

---

[1] Universidad Estatal a Distancia. Costa Rica.
Sistema Educativo Saint Clare.

Es por lo anterior que un grupo de especialistas, de diferentes sectores educativos de todo el país, sectores y niveles jerárquicos, se reunieron (diciembre , 2005) y acordaron:

- Reforzar el aprendizaje en primaria, pues es antes de los 6 años en que el estudiante está en su mejor etapa para aprender.
- Enseñar matemática desde los primero años escolares ya que es el fundamento de toda disciplina, mientras que la ciencia se enseña a partir de tercer año escolar, debido a que requiere de una base de pensamiento lógico formal generado por la matemática.
- El tiempo de cada lección para que sea realmente efectivo debe ser de 45 minutos.
- Disminuir los contenidos en matemática en un 30%
- Emplear la metodología de resolución de problemas para motivar e involucrar al estudiante.
- Se implementa todos los días al iniciar la jornada, en períodos de 25 a 45 minutos de "Meeting Sport" (Encuentro Deportivo) en donde participan todos los alumnos y docentes, ejercitándose en equipo.
- Se acuerda la importancia formativa de la alimentación y el respeto y aseo a los alimentos, para ello se realiza en todas las instituciones a medio día el almuerzo, este es colocado a las doce del día fuera de cada salón de clase, en donde algunos alumnos se ponen un delantal y proceden a servir el alimento a sus compañeros y profesor, mientras tanto otros estudiantes dan de comer a las mascotas que se encuentran en el aula (peces, tortugas, ratones, conejos, etc.) Todos trabajan y cooperan en equipo, incluyendo el docente que permanece en el salón de clase durante todo el almuerzo que son 45 minutos.
- A las 12: 45 medio día los alumnos terminan el almuerzo e inician la hora de la limpieza que finaliza a la 1:45pm.Todos los alumnos y profesores limpian la institución educativa, barren, sacuden, lavan los pasillos con mangueras, entre otros quehaceres.
- A la 1:50 los alumnos retornan a lecciones y finalizan su horario lectivo a las 4 de la tarde.
- La mayoría de las tareas y trabajos se realizan en el salón de clase bajo la supervisión de un docente.

- Se redefine la estructura del sistema educativo (CRICED,2006, p6) de la siguiente manera:

Preescolar:

Edades de 3 a 6 años.

Duración: 3 años en educación preescolar.

No es obligatoria la asistencia.

Primaria:

Edades de 6 cumplidos y se egresan de 12 años.

Duración: 6 años en educación primaria.

Educación Obligatoria.

Educación Secundaria:

Educación Obligatoria.

Edades de 12 cumplidos y se egresan de 18 años.

Duración: 6 años de educación secundaria.

Los 3 primeros años de secundaria se llaman "Secundaria Inferior"

Los 3 últimos años de secundaria se llaman "Secundaria Superior", se realiza en instalaciones distintas a las de la secundaria inferior, esto debido a que hay diferentes especializaciones, veamos:

- Secundaria Superior Académica
- Educación a Distancia.
- Secundaria Comprensiva (se introdujo en 1998)
- Aplican pruebas de capacidad.
- Los colegios mencionados a continuación tienen una duración de 5 años en secundaria superior. Y una vez concluida su preparación, aplican un examen y pruebas que certifican calidad y competencia, para iniciar actividades laborales.
- Secundaria Tecnológica (se introducen el 1961)
- Colegios de Especialización según área de interés.
- Colegios de Servicio.

Sistema paralelo para niños con Discapacidades

Es necesario mencionar que en Japón los nacimientos de niños con discapacidad ha disminuido en un 80% durante los últimos diez años; por otra parte hay índices altos de esterilidad, por lo que las familias recurren a métodos artificiales, por tanto es común ver parejas con 2 o 3 hijos de un mismo nacimiento.

Educación Superior Universitaria

Aplican exámenes de admisión.

Duración: 2 años Junior College

Duración: 4 años Universidades

Duración: 2 años Maestría o Doctorado

Duración: 3 años Cursos avanzados de Doctorado. (Note que el programa completo de doctorado es 5 años)

Currículo y Filosofía de aprendizaje

El niño, que ingresa al Sistema educativo japonés desde el nivel de primaria y que culmina su proceso de secundaria inferior, adquiere una visión de mundo articulada y global. Desarrolla una perspectiva holística, que le posibilita visualizar la acción del ser humano no circunscrita a un ámbito particular, ni aislada del entorno donde actúa; por el contrario, cada decisión que adopta, repercute en todos los campos del saber e influye positiva o negativamente en su medio. El estudiante, desde esta óptica, adquiere la capacidad de analizar la interacción que se produce en los ámbitos económico, social, político, religioso, ecológico, etc., cuando se actúa para modificar distintas problemáticas.

Para lograr en el estudiante desarrollar una capacidad crítica y de análisis, se requiere de varias estrategias metodológicas, que posibiliten adquirir la visión interdependiente de los elementos que conforman la realidad. Esta vinculación se logra mediante el enfoque interdisciplinario. La interdisciplinariedad, rompe el tradicional esquema de visualizar la realidad fragmentada en áreas especializadas y en el plano educativo, un currículum dividido en asignaturas que no guardan relación entre sí. Cobra aquí sentido uno de los principios de la teoría general de sistemas, la sinergia, que promueve esa concepción global e integrada, que se basa en la teoría de sistemas.

Esta visión integrada, brinda la posibilidad de conocer y analizar las transformaciones vertiginosas que se producen en las sociedades y en el ámbito mundial. Las rápidas transformaciones en los campos científicos y tecnológicos, con el desarrollo de la cibernética, han revolucionado las comunicaciones desbordando de conocimientos las áreas del saber humano.

La rapidez con que se producen los cambios y la cantidad de información que se genera, obliga a dotar al estudiante de actitudes y valores, que le permitan discernir las mejores alternativas para su formación personal y por ende, la capacidad de elegir opciones pertinentes, para contribuir con el bienestar en su entorno inmediato y global.

Es por ello que se define el currículo educativo japonés, como el producto integral e interdisciplinario de la comunidad educativa, en donde participan en su confección, evaluación y retroalimentación los siguientes actores: el gobierno, el ministerio de educación, representantes de sectores(primaria, secundaria, universitaria) , docentes por áreas de especialidad y expertos en materia educativa e innovación.

Este sistema regulariza legalmente el proceso de planeación, e implementación del plan de estudios, sometiéndolo al juicio del personal docente. El plan se revisa cada diez años a través de cierto proceso administrativo y respaldada por esfuerzos incesantes para mejorar la calidad de la enseñanza.

La educación basada en el plan de estudios, se concreta en forma efectiva y eficiente mediante las interacciones de ambos sentidos, es decir "top-down (de arriba para abajo)" por el Ministerio de Educación, Cultura, Deportes, Ciencias y Tecnología, así como "bottom- up(de abajo para arriba)" por las instituciones educativas y el personal docente. (Masami y Murata, 2005, p145).

Producción de libros de Texto y material de apoyo didáctico

El currículo se implementa básicamente en la educación pública, que es la que predomina en Japón. El gobierno suministra de material didáctico a los centros educativos y a los alumnos.

Los libros de texto son elaborados por un equipo de trabajo especializado por materias.

Todo libro contiene objetivo , tema, se presenta el tema con la introducción de un problema, el cual será resuelto y generará otros problemas derivados que ponen a razonar al estudiante, generando conflicto cognitivo.

El libro está dirigido a desarrollar habilidades y destrezas a través de los experimentos. Simula contextos y situaciones reales, en donde se aplican los conocimientos. Promueve la curiosidad de los estudiantes y la discusión.

Entre las normas básicas del docente se definen:

Nunca decirle a un alumno que lo realizado es incorrecto.

Nunca borrar o mover de la pizarra lo que el alumno hace. (significa de forma inconsciente desacreditar su aporte y limitar la capacidad de pensamiento, además de falta de respeto.)

El sistema educativo japonés ha definido que los niños aprenden: Tocando, manipulando, observando, descubriendo. Por lo que se acordó en el currículo y en los libros de texto, combinar los contenidos de ciencia y los estudios sociales a nivel de primaria.

Para enseñarle a los estudiantes a pensar por ellos mismos, se trabaja con la resolución de problemas, en donde se les plantean preguntas abiertas, que les permita conectar elementos. En este sentido, es fundamental que el alumno comprenda el problema, para poder así promover la independencia de pensamiento.

En Primaria:

- Durante primer y segundo grado el niño aprende sobre el cuidado del cuerpo.
- A partir de tercer grado se imparte ciencia, muy relacionado con los estudios sociales.
- Matemática se enseña desde primer grado.
- Todas las mañanas hay un encuentro deportivo , en el cual participan todos los niños de primero a cuarto grado.
- El almuerzo es a las 12:30 m.d. . Es elaborado en el comedor escolar; los alumnos lo recogen en carritos móviles, donde viene la comida, los platos, servilletas y ellos mismos lo sirven en el aula, todos comen juntos incluyendo al docente.
- Siempre se pregunta, qué aprendió, para qué es útil, y cómo planea emplearlo.
- Todo lo registran en su cuaderno en especie de resumen.
- Se desarrolla primero la representación y luego la expresión.
- Grupos de 40 alumnos.
- Los profesores visten ropa formal y zapato tennis.
- En Secundaria:
- Los alumnos después del almuerzo disponen de 1 hora para la limpieza del centro educativo, cada alumno debe limpiar un área específica del edificio.
- Las lecciones duran 45 m. Grupos aproximadamente de 35 alumnos mínimo.
- Las actividades deben se emotivas, que muevan sensibilidades, pues los alumnos no mantienen en memoria conocimientos por largo tiempo, a no ser que estos o las actividades les haya impactado de forma importante.
- Los profesores igual que en primaria visten ropa formal y tennis.

En cuanto a la confección de libros de texto, estos son producto de un trabajo en equipo, e interdisciplinario.

Estos libros incluyen actividades sugeridas, para que el docente realice e introduzca su plan de lección, realmente todas estas actividades son generadoras, constructivistas, a través de las cuales, lección a lección se logra el objetivo.

Es necesario mencionar que el objetivo de cada clase es el tema de clase.

También este tema de clase es apoyado por una serie de recursos didácticos, que sirven de apoyo al docente.

Las entidades gubernamentales distribuyen los libros de texto a todos los centros educativos y paquetes de material didáctico para uso del docente, según la cantidad de alumnos por institución educativa.

Plan de Lección y lección de estudio.

El docente dentro de su horario lectivo tiene asignado un tiempo para realizar el **planeamiento didáctico**, el cual se elabora para cada lección de 45 minutos, en el mismo debe cumplir con el siguiente formato :

Tiempo	Preguntas propuestas o abiertas Actividad realizada por el docente	Respuestas anticipadas Actividad realizada por el alumno	Puntos de consideración

En las actividades del docente se incluye una serie de preguntas, que él va realizando a través de su lección, con el propósito de generar conocimiento en los estudiantes.

Entre las preguntas mas frecuentes que se realizan están: ¿por qué? ¿hay otra forma de realizar el ejercicio? ¿qué aprendió? ¿por qué es importante? ¿cómo utilizaría usted este concepto en la vida cotidiana?.

Este proceso de enseñanza centrado, en desarrollar habilidades y destrezas para la solución de problemas de la vida real, no importa tanto el resultado como el proceso, incluso se fomenta el hecho de poder encontrar diferentes formas o caminos para la solución de un problema específico.

Se estimula la participación activa de los estudiantes, reforzando la autoapropiación del conocimiento, es decir la autodidaxia y la investigación, como componentes interdependientes.

El proceso de investigación no se visualiza solamente como un medio para la adquisición de conocimientos, sino que debe convertirse en un instrumental valioso para la acción, es decir, todo conocimiento debe llevar a una aplicación de éste en la solución y mejoramiento de distintas problemáticas. Esta acción es conocida, dentro de la teoría de sistemas, como el principio de autogestión.

Es frecuente que entre docentes se observen lecciones, incluso es un privilegio que un colega lo haga , esto indica que su metodología y recurso didáctico es atractivo.

Después de las observaciones se acostumbra, realizar una actividad de estudio, en la cual los observadores analizan la lección observada y realizan sugerencias metodológicas para mejorar, de igual forma el docente observado explica por qué motivo decidió explicar el tema de una u otra forma, y con cuáles o tales recursos.

Sin lugar a dudas este proceso, que se inicia desde primaria, continúa en secundaria y a nivel superior universitario, responde a un plan de estudio claramente estructurado para lograr las metas propuestas, es decir, responde a toda una planificación educativa, en donde los docentes son formados en la universidad, para desarrollar en cada un de sus alumnos el pensamiento crítico, se les enseña a utilizar los libros de texto y material didáctico.

Evaluación: Pruebas estandarizadas y Educación Continua

Una vez que el docente se ha graduado a nivel universitario, empieza su ejecución y práctica docente, día a día en donde el aprendizaje se aplica en forma continua.

Una vez trascurridos los cinco años de labor docente, este debe asistir como requisito a capacitarse durante 15 días, y cuando el docente tiene diez años de experiencia debe de asistir a una capacitación al centro nacional de continuidad educativa por un mes, de igual forma a los quince años.

En cuanto a la evaluación del alumno

- Se evalúa la reflexión que elabora cada estudiante, en su cuaderno resumen resultados de la entrega docente.
- El profesor supervisa el trabajo del estudiante en cada momento.
- Los jóvenes trabajan en parejas (la escuela tradicional japonesa distribuía los hombres a la derecha y la mujer a la izquierda, cada pareja era conformada por un hombre y una mujer, eso ha cambiado en los últimos años, sin embargo hay escuelas que siguen trabajando con el modelo tradicional)
- Se aplican pruebas escritas a partir de tercer grado, elaboradas por el docente de materia.
- Mini test.
- Hay pruebas estatales según el área de especialización en secundaria superior.

Evaluación al docente

- Los futuros formadores, profesores en servicio y miembros de gobierno observan lecciones.
- Se realizan lecciones de estudio en la cual se le da la retroalimentación al docente.
- Capacitación a los 5, 10, 15 años de servicio, la capacitación es obligatoria y gratuita. Hay centros especializados que capacitan en 47 especialidades distintas. Los docentes se internan en el centro por periodos de una semana mínimo y máximo 45 días, durante este periodo sus grupos son asumidos por colegas del departamento, del equipo docente, o miembros del gobierno que laboran para el centro de capacitación y son especialistas por materia, lo que les permite sustituir a sus colegas para que se capaciten.

Conclusión

El sistema educativo japonés está social y políticamente legitimado, pues en su proceso de restructuración logra involucrar en forma conjunta a todos los sectores educativos, desde docentes, administrativos, representantes gubernamentales, representantes y docentes universitario.

El sistema educativo japonés desarrolla una visión holística e integral en primaria y en secundaria inferior, lo que garantiza homogeneidad educativa, calidad y acceso a la educación. Evitando la dualidad entre sistemas públicos y privados, como sucede en Costa Rica.

Fundamentalmente para el desarrollo cognitivo, el sistema educativo japonés centra sus esfuerzos en la autodidaxia; brindando instrumentos metódicos a los estudiantes, que les faciliten obtener información por sí mismos, sistematizarla, analizarla, relacionando elementos entre sí y poder ubicarlos en un contexto, para finalmente realizar una síntesis que posibilite la toma de decisiones con una gran sensibilidad social.

Si bien es cierto que el estudiante en el sistema debe generar una actitud de gran participación, al convertirse en sujeto de su formación y participación en la sociedad, también es necesario que equilibre su actividad con la orientación brindada por los docentes, por lo que la metodología que utiliza combina momentos de actividad y pasividad, concebidos en la teoría general de sistemas como el principio de la alternancia.

Los elementos de la autodidaxia que preparan el camino para el desarrollo de la investigación, están dirigidos a estimular la autodisciplina, la curiosidad, la capacidad crítica y reflexiva y la creatividad. Estos logros se llevan a cabo mediante la sistematización de situaciones de aprendizaje, que fomenten: autoestima, hábitos y técnicas de estudio, lectura activa, trabajo en equipo, negociación para la toma de decisiones, etc. Estos elementos se adquieren y fomentan durante todo el proceso de formación en el Sistema educativo Japonés.

La investigación es considerada activa, ya que permite llevar todo conocimiento a la práctica, a la aplicación, a la realidad, lo que le otorga sentido y valor al conocimiento y le permite al estudiante plantearse preguntas y posibles soluciones.

Si bien es cierto que el sistema educativo japonés, evidencia una contradicción metodológica entre la forma de desarrollar las inducciones en las capacitaciones que brinda (conductistas) y la metodología empleada en el proceso de enseñanza y aprendizaje, de los estudiantes a nivel de primaria, y secundaría(constructivista), de esta forma se evidencia una dualidad.

Es un sistema educativo del cual nosotros tenemos mucho que aprender, con unas cuantas variantes, recursos generados por el docente, disposición y entrega se pueden efectuar cambios significativos en la educación costarricense y por ende se logrará un mayor aprendizaje por parte del estudiante, ya que se le brindarán mejores herramientas para que puedan enfrentar de una forma eficiente y efectiva el mundo globalizado en el cual se desenvolverá.

Bibliografía

Castelnuovo, E. *Didáctica de la matemática moderna.* México D.F.: Trillas Editorial, 1978.

CRICED (Center for Research on International Cooperation in Educational Development University of Tsukuba). EDUCATIONAL SYSTEM & PRACTICE IN JAPAN. University of Tsukuba JAPAN, 2006.

D'Agostino, G. *Aspectos teóricos de la evaluación educacional* (Primera Edición ed.). San José: EUNED, 1991

Dengo, M. E. *Educación Costarricense* (Primera edición ed.). San José: EUNED, 1995.

Estebaranz García A. Didáctica e innovación curricular. Sevilla, España, Universidad de Sevilla. Secretariado de publicaciones, 1994.

Gimeno Sacristán, J. *El curriculum: Una reflexión sobre la práctica* (Sétima Edición ed.). Madrid, España: Ediciones Morata, 1998

Masami, Isoda. y otros. Japanese Lesson Study in Mathematics. Its Impact, Diversity and Potential for Educational improvement. Singapore by World Scientific Printers, 2007.

Masami, Isoda. y Murata, Toshio. Plan de Estudios (Currículum), CRICED, Japón, diciembre, 2005

“NIVEL MOTIVACIONAL EN LOS ESTUDIANTES QUE ASPIRAN INGRESAR A CARRERAS CIENTIFICAS, CURSO DE REFORZAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD DE PANAMA, AGOSTO 2009”.

Licda. Carmen Forero de Ho

Prof. Daniel Sánchez.

RESUMEN

El ingreso de estudiantes a la Universidad de Panamá ha disminuido en los últimos años, así como las exigencias en los parámetros de ingreso por la Dirección de Admisión. Afectado la taza de matrícula en la mayoría de las Facultades y entre ellas la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología; presentando un incremento porcentual anual de – 5.7 para el 2008, para los periodos anteriores no refleja mucha variabilidad y lo que se proyecta es un decrecimiento. Dentro de esta Facultad existe una particularidad para las carreras de las áreas de Biología y Química, la matricula es regular de tal forma que existe un límite de cupo, lo cual es establecido por la capacidad de espacio físico. Sin embargo, en las áreas de Matemática, Estadística y Física ocurre el fenómeno contrario, siendo el promedio para la apertura del curso en promedio de cinco estudiantes para estas carreras. Realizar un estudio y búsqueda de factores que contribuyen o disminuyen el ingreso en las carreras para el área de las ciencias exactas requiere de herramientas que nos permita evaluar el nivel de motivación del estudiante cuando culmina su educación de nivel medio. Cada año la oficina de Admisión de la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología organiza el curso de reforzamiento para los estudiantes que aspiran a ingresar a la Universidad en el área Científica para las carreras de las diferentes Facultades entre ellas (Enfermería, Farmacia, Medicina, Medicina Veterinaria, Odontología, Ciencias Agropecuarias, Ciencias Naturales Exactas y Tecnología), instruyendo en conocimientos académicos de las áreas de la Biología, física, química y matemática, es por ello que nace la inquietud de valorar en dichos aspirantes que actualmente toman el curso, su nivel de motivación y de esta forma contar con una herramienta de evaluación para próximas proyecciones. El año 2007 según el boletín estadístico del Ministerio de Educación se graduaron 5,281 bachiller en ciencias tradicional, lo que nos llevan a preguntarnos; ¿Por

qué los estudiantes de nivel medio no ingresan en carreras del área de las Ciencias Exactas, existe algún factor motivacional, que este influenciando en su interés por carreras como: Licenciatura en Matemática, Licenciatura en Física y Licenciatura en Estadística?

Por lo que buscamos establecer que factores influyen en el proceso de conocimientos motivacionales al momento de escoger carreras profesionales durante el proceso de ingreso a la Universidad de Panamá.

Elaborando un instrumento que permita establecer cuáles son los factores motivacionales; positivos o negativos en los estudiantes de primer ingreso para escoger carreras de las ciencias exactas. Determinar si el factor motivacional influye en la escogencia de las carreras científicas. Identificar las dificultades y atributos que encuentran los estudiantes en el estudio de las áreas de las ciencias exactas, el nivel de motivación para el grupo de estudiante de nivel medio que se encuentra tomando el curso de reforzamiento.

PALABRAS CLAVES

Análisis de Correlación, cognoscitivos, constructor, escala liker

INTRODUCCIÓN

Dirigirnos en el campo de la motivación de los estudiantes, es aprovechar un desarrollo en aula de clases, tomando en cuenta diversas teorías que intentan explicar las formas de pensamiento, reacciones y factores que influyen en su motivación, ellos concluyen que los profesores de escuela secundaria frecuentemente enseñan a muchos estudiantes en un curso, en un día de clase, y por un período corto de tiempo. En vista del corto tiempo, fácilmente podemos subestimar la influencia del profesor sobre el estudiante, pero a pesar de estas razones los profesores pueden realizar pasos específicos para motivar a sus estudiantes.

Definición de Motivación (Gary Dessler 1979): "La motivación refleja el deseo de una persona de llenar ciertas necesidades. Puesto que la naturaleza y fuerza de las necesidades específicas es una cuestión muy individual, es obvio que no vamos a encontrar ninguna guía ni métodos universales para motivar a la gente"

En búsqueda de estas suposiciones:

- H_0: No existe correlación entre la didáctica motivacional y el nivel motivacional de los estudiantes del curso de reforzamiento
- **H_1: Existe correlación entre la didáctica motivacional y el nivel motivacional de los estudiantes del curso de reforzamiento.**
- H_0: No existe relación entre los procesos del conocimiento y el grado de motivación por carreras profesionales.
- **H_1: Existe relación entre los procesos del conocimiento y el grado de motivación por carreras profesionales.**

Como bien lo indica Gary Dessler, la motivación en el individuo va encaminada a suplir una necesidad, la cual es muy individual o particular, de acuerdo a las necesidades en los seres humanos, la cual suele ser muy variada y encaminada a lo que en el individuo es considerado importante.

Para los estudios o investigaciones realizadas en esta área encontramos evaluaciones relacionada a la problemática de la baja matrícula universitaria, como: "Estado de las Carreras y su Matrícula en la Universidad de Panamá, por la Dirección General de Planificación Universitaria, Febrero de 1998. Dentro de las conclusiones encontradas en esta investigación podemos resaltar: considerar el establecimiento de una política de revisión de aquellas carreras de baja matrícula o que no coinciden con las modalidades del desarrollo del país.

La segunda investigación encontrada "Análisis Descriptivo de la Información sobre el Proceso de Admisión en la Universidad de Panamá, 2000. En la cual concluyen que en el área científica hay un bajo rendimiento académico en cuanto al índice predictivo establecido, no obstante, un porcentaje significativamente alto de los aspirantes obtienen índice predictivos superiores a 1.00.

En el ambiente internacional encontramos "Perfil de Aspirantes y Asignados a Bachillerato y Licenciatura de la UNAM, 2006-2007. México. La información del Perfil se presenta en una serie de cuadros: la primera contiene la población de aspirantes y la segunda población asignada. Algunos cuadros no incluyen información de todos los niveles, y solo presenta cuadros en los cuales describen a través de cantidades los aspirantes.

Esta investigación: “EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CIENTÍFICO DE LOS INGRESANTES A LAS LICENCIATURAS DE LA FCFM-BUAP Y SU ADAPTACIÓN A LOS ESTUDIOS ”, RESUMEN. En la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (FCFM) de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), una fracción apreciable de los ingresantes a las carreras de física y matemáticas obtienen puntajes bajos en la prueba de aptitud que aplica el College Board. El estudio detecto que estos estudiantes están en riesgo de abandonar los estudios, por lo que se realizo un estudio del nivel de habilidad de pensamiento científico y su relación con el éxito académico de los estudiantes en el primer cuatrimestre de la licenciatura. Esto con el fin de recabar información que permita, en un futuro inmediato, incidir en el desarrollo cognitivo de los estudiantes a través del curso introductoria de física. La cual se adjunta en los anexos, puesto que consideramos que esta se enfoca dentro de los paramentos al presente trabajo.

En los últimos cinco años la Facultad de Ciencias Naturales Exacta y Tecnología ha decrecido en la cantidad de aspirantes con deseos de realizar estudios superiores en las áreas de las ciencias exactas. Este fenómeno ha despertado el interés, ya que cada año podemos observar la necesidad existente en el sistema educativo a nivel medio de profesionales de las ciencias exactas, es decir de profesores de física, estadística y matemática para que impartan clase. La necesidad existente de profesionales en estas áreas ha llevado a las instituciones educativas a contratar a los estudiantes universitarios que se están formando en la casa de Méndez Pereira a tomar o desempeñar un rol para el cual a la fecha no está certificado.

El interés de este estudio radica en explorar el nivel de motivación de los estudiantes de nivel medio que aspiran a ingresar a la Universidad de Panamá y se encuentran tomando el curso de reforzamiento; que factores los motiva a tomar la decisión de que carrera seguir.

Las primeras teorías sobre la motivación fueron desarrolladas en la década de los cincuenta, y fue fructífero ya que se formularon tres teorías, a pesar que su utilidad y aplicabilidad se suele poner en tela de duda, suelen ser muy conocidas en la motivación de los empleados a nivel empresarial. Teoría de la Jerarquía de necesidades: Es sin duda la más conocida, la jerarquía de las necesidades de Abraham Maslow, quien estableció un orden u ordenamiento de las cinco necesidades en el ser humano: Fisiológicas: hambre, sed y necesidad de abrigo, sexo y otras de carácter orgánico. De seguridad: defensa y protección de daño físico y emocional. Sociales: afecto, sensación de formar parte de un grupo, aceptación y amistad. De estima: factores internos de estima, como el respeto por uno mismo, autonomía y realización.

Autorrealización: crecimiento y desarrollo del potencial propio y autorrealización.

La misma consiste en la medida que una necesidad queda razonablemente satisfecha, la siguiente queda dominante. Si consideramos la figura, vemos que las necesidades fisiológicas son la base de la pirámide y en la medida que el individuo suple estas necesidades sigue escalando hasta alcanzar la autorrealización. De acuerdo a esta teoría es necesario identificar en cual de las etapas o peldaño de la pirámide se encuentra el individuo para lograr motivarlo.

Estas necesidades fueron clasificadas por Maslow, necesidades de Orden inferior (fisiológicas y seguridad) su fuente de gratificación es externa y de Orden superior (sociales, reconocimiento y autosuperación) estas se gratifican internamente.

Teoría X y Teoría Y:

Esta teoría fue postilada por Douglas Mcgregor, consistía en dos puntos de vista sobre el ser humano, uno positivo (Teoría Y) y otro negativo (Teoría X). La base que llevaron a Mcgregor a formular las misma, obedece a la forma como los gerentes moldean su comportamiento hacia su subordinados.

Teoría X: suposición de que los empleados no les gusta su trabajo, son flojos, rehúsan responsabilidad y deben ser obligados a trabajar.

Teoría Y: suposición de que los empleados les gusta su trabajo, son creativos, buscan responsabilidad y pueden dirigir ellos mismos

Teoría de los dos factores:

Conocida también como teoría de la motivación e higiene, propuesta por Frederick Herzberg, también sobre la base del trabajo y la relación de un individuo con el mismo puede garantizar el éxito o el fracaso en el mismo.

Teorías Contemporáneas de la motivación:
Teoría ERC: la misma surge de la revisión de la Jerarquía de las necesidades de Maslow. Clayton Aldelfer, reduce a tres las necesidades básicas: Existencia, Relación y Crecimiento. A diferencia de la teoría de Maslow, en ERC, es posible que estén activos dos o más necesidades al mismo tiempo y si se reprime la gratificación de las necesidades superiores, se acentúan el deseo de satisfacer las inferiores.

Nuestro estudio es de tipo correlacionar transversal, ya que nos interesa conocer si el nivel motivacional académico y la escogencia de una carrera universitaria están relacionados, desde la perspectiva desde los estudiantes, de manera que dicha información nos permita, conocer el nivel de motivación y capacidad de razonamiento de los estudiantes que aspiran ingresar a carreras de las ciencias exactas.

La población o universo de estudio son todos los estudiantes que se encuentran tomando el curso de reforzamiento que imparte la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología para el ingreso universitario del año 2010. La población esta agrupado en doce (12) grupos; matriculados a medida que solicitan el curso por que los estudiantes son de diversos colegios entre público y privados en donde se tiene tres salones con 40 estudiantes, cinco de de 35 estudiantes, uno de 37 estudiantes y tres de 36, lo cual es como resultado de 40 estudiantes aproximadamente, porque no se tiene la lista exactas de los estudiantes.

Para el estudio que estamos realizando, consideramos tomar todos los elementos de la población. Sin embargo se estimo un tamaño de muestra (como referencia en casos de un estudio mayor), a partir de los resultados obtenidos de una prueba piloto aplicada a dos grupos de estudiantes. El trámite aplicado a esta prueba piloto fue de muestreo por conglomerado.

El marco muestral del estudio, corresponde a la lista de todos los grupos conformados por los estudiantes que se matricularon en el curso de reforzamiento que imparte la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología, del año 2009. Los cuales son doce grupos de estudiantes.

Tanto la unidad de muestro y la unidad de análisis, en este estudio, corresponde al mismo elemento, del cual se tomarán los datos; es decir los estudiantes matriculados en el curso de reforzamiento.

MÉTODO LOGÍA

Esta investigación se encuentra en la etapa del análisis de cuestionario piloto, del curso de reforzamiento la cual buscamos sea representativa con el fin de conseguir mediciones cuantitativas y cualitativas sobre una gran cantidad de características objetivas y subjetivas de la población, empleando la recolección de datos con una muestra.

El instrumento utilizado en este estudio es un cuestionario auto aplicado.

En el cuestionario aplicado a los estudiantes seleccionados del curso de reforzamiento se implemento la **escala de tipo Likert**; la cual es una escala psicométrica comúnmente utilizada en cuestionarios, y es la escala de uso más amplio en encuestas para la investigación. Cuando respondemos a un elemento de un cuestionario elaborado con la técnica de Likert, lo hacemos especificando el nivel de acuerdo o desacuerdo con una declaración (elemento, ítem o reactivo). La escala se llama así por Rensis Likert, que publicó un informe describiendo su uso.

De la pregunta cinco (5) hasta la doce (12) el cuestionario busca saber cómo están los proceso cognoscitivos, constructivista y didáctica motivacional; evaluado en las áreas básicas, a través de los curos de Matemática, Física, Química y Biología. Valorados en Siempre (3 puntos), algunas veces (2 puntos), Pocas veces (1 punto), Nunca (0 puntos) y No sabe (como no respuesta).

Para establecer el proceso cognoscitivos, se plantearon tres preguntas 5, 10 y 11. En el caso del proceso constructivista también se establecieron tres preguntas 6, 8 y 9. Siendo el proceso de didáctica motivacional solo de dos preguntas 7 y 12. Con el cálculo del promedio para cada proceso se estableció el posible nivel de motivación en cada curso básico.

Para los promedios se tomo en consideración los posibles resultados, estableciendo la escala de la siguiente forma: 0.5 - 1.4, Pocas veces, 1.5 - 2.4 , Algunas veces y 2.5 - 3.0, Siempre

La segunda parte del cuestionario tiene la finalidad de evaluar la motivación personal, estableciendo su estado de ánimo en relación al conocimiento científico, de la pregunta 13 hasta la 33, donde para verdadero (0 puntos), falso (2 puntos) y No sabe (1 punto).

Se implemento el proceso de promedio, puesto que consideramos que este es nuestra variable dependiente.

La escala considerada para esta segunda parte del cuestionario: 0 - 13 Motivación Baja, 14 – 28 Motivación Normal, 29 – 44 Motivación Alta

El interés en este estudio es el de establecer relaciones funcionales entre variables de los procesos de conocimiento en el estudiante y su relación con el interés por las áreas científicas. Lo cual nos lleva a consideramos que se busca un tipo de variable determinada como constructos, el cual varían ampliamente en la medida en que el dominio de las variables observables relacionadas sea 1) grande o pequeño y 2) está definido de manera específica o imprecisa.

El tamaño del dominio y su especificidad se relacionan muy estrechamente; entre mayor es el dominio de observables relacionados con un constructo, es más difícil especificar las variables que pertenecen al dominio

El tipo de muestreo aplicado para la selección de la muestra consideramos el muestreo por conglomerados. El cual se caracteriza porque las unidades de muestreo contienen a dos o más unidades primarias (últimas). La población se subdivide en subpoblaciones y algunas de ellas, que denominaremos conglomerados, pero no todas serán incluidas en la muestra.
El muestreo por conglomerados es similar al muestreo aleatorio simple, pero se diferencian en que la unidad de muestreo es un conjunto de unidades primarias o elementales.

A diferencia con el muestreo estratificado, donde la población también se subdivide en subpoblaciones, pero siempre todos los estratos están representados en la muestra. Mientras que el muestreo estratificado es diseñado y utilizado fundamentalmente con el objeto de reducir la varianza de los estimadores, el muestreo por conglomerados es utilizado debido a que muestrear directamente sobre las unidades primarias, el costo es exageradamente alto.

Este muestreo es, en muchos casos, un muestreo efectivo para obtener la información deseada a un menor costo, aunque el uso de los conglomerados conlleve en algunos casos a una varianza mayor de los estimadores.

PROCEDIMIENTOS ESTADÍSTICOS

En el presente estudio se aplica el diseño de encuesta para muestreo por conglomerados con la finalidad de evaluar en qué escala esta el procedimiento del conocimiento en los jóvenes que aspiran a ingresar a carreras científicas. Como es un aspecto de la población de manejo didáctico interpersonal, aspecto que se tiende a evaluar poco, se realiza una encuesta piloto con la finalidad de estimar paramentos de la población.

Aplicando treinta y una encuestas a dos grupos de estudiantes tomados al azar dentro de los salones quince en un grupo y dieciséis en el otro grupo.

Factores que están motivando a nuestros estudiantes de nivel medio.
Áreas de inclinación en su preparación académica o hacia su preparación académica.
Factores que evita que se incline hacia carreras de las ciencias exactas
Factores que nos permitan promover las carreras de las ciencias exactas en los estudiantes que se encuentran tomando el curso de reforzamiento.
Retroalimentar al departamento de Admisión y Orientación Psicológica de la FACINET sobre los resultados de la investigación de manera que se puedan visitar los colegios donde se brinda bachiller ciencias y motivar de acuerdo a los factores que favorecen las carreras.
Incrementar con el trabajo de mercado que se realice con los resultado, el número de aspirantes que se recluta en la primera Fase del Proceso de Admisión, de manera que los estudiantes que ingresen sean realmente motivados a estudiar carrera de las ciencias exactas y no producto que no ingreso a la otra Facultad, (que esto también es un problema la deserción de los estudiantes una ves se matriculan).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Matriz de Correlación de las variables de procesos de conocimiento y Motivación en Matemática

Correlaciones

		COGMAT	CONSMAT	DIDMAT	MOTIVACION
COGMAT	Correlación de Pearson	1	,379*	,475**	,156
	Sig. (bilateral)		,036	,007	,402
	N	31	31	31	31
CONSMAT	Correlación de Pearson	,379*	1	,090	-,054
	Sig. (bilateral)	,036		,630	,774
	N	31	31	31	31
DIDMAT	Correlación de Pearson	,475**	,090	1	,157
	Sig. (bilateral)	,007	,630		,400
	N	31	31	31	31
MOTIVACION	Correlación de Pearson	,156	-,054	,157	1
	Sig. (bilateral)	,402	,774	,400	
	N	31	31	31	31

*. La correlación es significante al nivel 0,05 (bilateral).

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

A un nivel de significancia del 0.05, se concluye; que no existe correlación entre la didáctica motivacional (DIDMAT) y el nivel motivacional (MOTIVACION). Por otro lado la correlación entre el proceso de conocimiento constructivista y el grado de motivación fue de -0.054 los que nos indica una relación inversa. Se presento una correlación significativa ($p<0.05$) entre (CONSMAT) conocimiento constructivista y conocimiento cognoscitivo, los que nos afirma la asociación entre los procesos inherentes a los estudios matemáticos. El proceso cognoscitivo del estudiante tiene una asociación positiva con el proceso constructivista al igual que se observa entre el proceso cognoscitivo con la didáctica motivacional entre el profesor y el estudiante. Concluimos que entre más didáctico es el profesor mayor conocimiento de la matemática se puede esperar del estudiante. La motivación en general de los estudiantes con los procesos de conocimiento en el área de la matemática no es significativa, lo cual nos hace suponer que falta más motivación personal para que el proceso de enseñanza aprendizaje se lleve a cabalidad.

BIBLIOGRAFÍA

COCHRAN, W. 1980 *Técnicas de Muestreo* Compañía Editorial Continental, S.A.

SAMPIER, I R. FERNANDEZ-COLLADO, C y BAPTISTA, P. 2006 *Metodología de la Investigación* McGraw-Hill, Interamericana, México D.F.

ROBBINS, S. 2004 *Comportamiento Organizacional* Pearson Educación.

NUNNALLY, J. y BERNSTEIN, I. 1995 *Teoría Psicométrica* McGraw-Hill, Interamericana de México

PALMERO, F. y MARTINEZ, F. 2008 *Motivación y Emoción* McGraw-Hill, Interamericana de España.

SCHEAFFER, R. MENDENHALL, W. y OTT, L. 1987 *Elementos de Muestreo* Grupo Editorial Iberoamérica, México D.F.

WOOLFOLK, A. 2006 *Psicología Educativa Pearson Educación México.*

Periodos Históricos de la Matemática a través de las Líneas del tiempo.

Prof. Ricardo E. Valles P.

Abstract.

El lenguaje de la naturaleza ha sido uno de los misterios más importantes que el ser humano ha intentado develar desde tiempos inmemoriales. Las civilizaciones antiguas que se desarrollaron a orillas de los grandes ríos: El Tigris y El Eufrates en Mesopotamia y el Nilo en Egipto han dejado importantes aportes desde los tiempos de la Prehistoria y la Edad Media, con estudios matemáticos dirigidos a las áreas comerciales, cálculos en las tareas agrícolas, creación de códigos, claves y combinaciones de carácter numérico que incidieron de forma notable en la vida cotidiana. Para comunicarse matemáticamente muchos estudiosos crearon los signos, fracciones y códigos apoyándose en la reciente creación de la escritura (Edad Media). Entre los más conocidos matemáticos de la antigüedad podemos mencionar a: Euclides, Arquímedes, Apoloneo, Tolomeo, quienes abrieron el estudio matemático al mundo antiguo. El ser humano, esta involucrando los conocimientos matemáticos a su quehacer diario. Todas las ciencias se apoyan de manera firme en el conocimiento matemático y conocemos de muchos pensadores que aportan esos estudios y van dándoles formación a sus descendientes para ir estableciendo la relación intrínseca entre todas estas ciencias.

Uno de los principales logros del ser humano a través de la historia ha sido: La Matemática, como se ha desarrollado a través de las distintas culturas y del tiempo. En primer en lugar vamos a detenernos a pensar ¿Qué es la Matemática? Y también relacionarlo desde el punto de vista empírico.

Rey Pastor y Babini demuestran que la Matemática es un elemento fundamental de la cultura humana y que aparece aún antes que la escritura. De hecho, los autores asoman la posibilidad que la creación de la escritura se deriva de la notación matemática.

La historia nos dice, según Rey Pastor y Babini de que la Matemática prehelénica ejerció una gran influencia en el mundo helénico (Banilonios y egipcios). La Matemática griega es analizada con detalle y erudición por Hoffman, también este autor analiza la Matemática de los Romanos junto con Rey Pastor y Babini en el Periodo Medieval. La introducción de los números que usamos actualmente y el “0” constituye un avance notable. Todo ello prepara la aparición de la Matemática Moderna con la Geometría Analítica de Descarte. Berlinsky realiza la primera gran síntesis Matemática entre el Álgebra y la Geometría con un estilo desenfadado, así como los hechos básicos de la vida de Rene Descartes. El Cálculo y su origen aparecen de nuevo de la mano de Berlinsky, quien centra su análisis histórico bibliográfico en la figura de Leibniz. Es un periodo de gran intuición y casi mágico; sin embargo el concepto formal de limite aparece de la mano de Cauchy acabando con los infinitesimales e inaugura el periodo de rigor, pero es en el siglo XIX cuando el calculo y sus métodos intuitivos de los infinitesimales son formalizados y se estudia la aparición de las Geometrías No Euclídeas, pero es en siglo XX cuando tenemos una visión sobre las matemáticas.

Universidad Simón Bolívar. Caracas-Venezuela
prfricardovalles@gmail.com

No es fácil definir lo que son las matemáticas porque según: La Real Academia Matemática es: Ciencia que trata de cantidad, cantidad es aumento y disminución, puede medirse o enumerarse. La unidad de la matemática es indisoluble y poco se puede avanzar si se pierden de vista las otras ramas hermanas. Las aplicaciones son el estimulo y muchas veces la guía de la matemática pura, pero sin esta, la matemática aplicada se agota rápidamente y se convierte en poco tiempo en cúmulo de recetas, sin perspectiva de progreso.

El doble aspecto de la Matemática, ciencia y arte, herramienta y filosofía, rutina y fantasía tiene para ella, sus ventajas y sus peligros. La ventaja principal es su permanencia en el tiempo. Desde las antiguas civilizaciones se ha considerado importante el conocimiento de la matemática y ha figurado como parte fundamental en todo sistema educativo. Los Utilitaristas, necesitan la Matemática como herramienta, como instrumento indispensable para las transacciones comerciales. Los Idealistas, como el mejor camino para facilitar el alma, los medios de elevarse desde la generación hasta la verdad y la esencia (Platón, la Republica, VII, 525). En los dos aspectos la Matemática es profunda, sus aplicaciones son esenciales para desenvolvernos en la vida y sus concepciones alimentan lo mas puro del espíritu.

Los peligros inherentes a la doble faz de la Matemática son dos: la polarización en un sólo aspecto y la extrapolación más allá de sus límites. La polarización es peligrosa principalmente en la enseñanza, toda enseñanza polarizada en una de las dos facetas de la Matemática será incompleta y dará una formación defectuosa. En cuanto a la extrapolación, es un peligro inherente a toda ciencia y a toda filosofía, que en la matemática es especialmente peligrosa por su falta de “verificación experimental”. En muchos periodos de la historia se han atribuido a los números y a las figuras geométricas sentidos trascendentes. La Matemática es obra del hombre y nunca de ella, o a través de ella, cabe esperar conocimientos sobre humanos.

La primera Matemática moderna fue la de Euclides (300 a J.C). en sus elementos no hay que buscar aplicaciones distintas de las que ya conocemos, sino tan sólo axiomas y sistemas de conocimientos previos. Sin embargo, después de Euclides aparece Arquímedes (287-212 a J.C), el primer gran ingeniero matemático cuyas obras fueron influenciadas por Euclides, lo mismo puede decirse de Apoloneo (190 a J.C) y de Ptolomeo (siglo II d J.C) geometrizando la astronomía.

En el siglo XVII, con Newton (1642-1727) y Leibniz (1640-1710) nace el calculo infinitesimal y con él la “Segunda Matemática Moderna”. En la época contemporánea, Cantor (1829-1920) inicia con su teoría de conjunto la actual “Matemática Moderna”, que se complementa con el álgebra de Emmy Noether (1844-1935), E. Artin (1898-1962) y Vander Waerden (1905-1996). Hoy la Matemática pura y aplicada, se basa en los conjuntos y ha sido sistematizada por las modernas estructuras algebraicas. La teoría de juegos, la teoría de la información y, en general, toda la ciencia de la computación (Informática), que son las ramas más aplicadas de la Matemática actual usan las creaciones abstractas de la matemática de las últimas décadas.

En el hombre prehistórico están prefigurados los conceptos básicos de la matemática: número, medida y orden, pero en la etapa paleolítica a la neolítica el proceso se afina, las nuevas técnicas agrícolas, pastoriles, la industria textil, la minería, la metalurgia, el trueque de vienes, etc; exigen una precisión cada vez mayor con el contar, medir y ordenar, y cuando asoma la escritura, ese saber matemático aún vago y nebuloso comienza a adquirir consistencia la escritura quien nace a mediados del siglo IV antes de cristo en la Baja Mesopotamia, de ahí la necesidad de fijar signos convencionales que permitieran retener esos datos sin confiar en la memoria individual disponen de palabras especiales para designar los números y fracciones sencillas, así como disponen de gestos y signos convencionales para indicar números o unidades. La matemática de los pueblos que habitaron la Mesopotamia: Sumerios, Acadios, Babilonios, Asirios, … eran escasos y no revelaban mayor contenido científico, pero hacia el año 3000 A.C los Sumerios introdujeron un sistema de numeración posicional de base sesenta que en definitiva es el sistema sexagesimal que aún utilizamos nosotros para las medidas de tiempos y angulares.

Desde el punto de vista Matemático los textos Babilónicos se refieren a la solución algebraica de ecuaciones lineales y cuadráticas, y el conocimiento del “Teorema de Pitágoras” y la Ley de Formación de los “Tripletes Pitagóricos”, es decir, de los temas de números enteros que a la par de representar medidas de los lados de triángulos rectángulos, expresan la posibilidad aritmética de descomponer un numero cuadrado en suma de dos cuadrados. El conocimiento de los métodos de calculo de los Egipcios y su aplicación en distintos problemas provienen de algunos papiros no muy numerosos, siendo el mas importante el papiro Rhind que data de la época de los Hiesos (siglo VII A.C) aproximadamente de comienzo de II Milenio.

El interés mayor que ofrece la aritmética de los egipcios reside en su característico uso y manejo de las fracciones. Los conocimientos geométricos de estos son extensos disponen de reglas exactas para el área de triángulos, rectángulos y trapecios así como el volumen de prismas y pirámides.

El cálculo y el algoritmo son las dos ideas principales de la ciencia occidental. En líneas generales tres rasgos caracterizan la matemática del siglo XIX: Desarrollo Científico, Desarrollo Tecnológico y Preludio de la explosión del siglo actual la matemática como las demás ciencias, muestra una fecunda y asombrosa revelación, gran incremento de científicos, de trabajos, revistas, creación de sociedades y reuniones nacionales e internacionales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Enciclopedia de Grandes Personajes. Ediciones Náutica, C., S.A. Bogota-Colombia. Edición 2001.

Enciclopedia del estudiante, tomo 8. Geografía General 1era Edición. Buenos Aires. Santillana 2006.

Textos extraídos de "**Historias de las Matemáticas**" de E.T- Fondo de cultura Económica.
UNA, Guía Instruccional. Historia de la matemática. Caracas 2007.

http:// www.matematica.ciens.ucv.ve/matematicos/

Factótum un tutor virtual para el estudio de las funciones

Juan Félix Ávila Herrera[1] y Enrique Vílchez Quesada[2]

Resumen: se presenta el estado actual de un proyecto de investigación realizado con el principal propósito de dotar tanto a estudiantes como a docentes de matemática a nivel nacional, de un sistema multimedia capaz de apoyar el estudio del tema de las funciones a nivel de secundaria. El proyecto engloba todas las etapas necesarias para el desarrollo del tutor virtual y su correspondiente validación por parte de sus potenciales usuarios. Como una de las etapas anteriormente citadas, se aplicó un cuestionario de diagnóstico a tres grupos de enseñanza media provenientes de instituciones tanto públicas como privadas, ubicadas en distintos sectores sociales de Costa Rica (rural, urbano y urbano marginal) y a diez profesores de educación secundaria para determinar las necesidades cognitivas de los alumnos en este tema y los requerimientos del sistema que posteriormente se desarrolló y que se presenta como parte de este artículo.

1. INTRODUCCIÓN

El tema de las funciones en la enseñanza secundaria, presenta serias dificultades cognoscitivas y metodológicas, reflejadas en los resultados de la Prueba de Bachillerato en Matemáticas. Según las estadísticas de la Oficina de Control de Calidad del MEP (2007); al analizar por objetivos el rendimiento académico de los estudiantes, éste tema aparece con el más bajo promedio. Existen muchos textos y otros recursos diseñados para preparar al estudiante en el tema de las funciones, sin embargo, una herramienta multimedia como la propuesta en este proyecto, hasta donde se ha investigado, no está disponible en el mercado.

El propósito de la aplicación que se desarrolló como resultado principal de este proyecto de investigación, fue crear un sistema multimedia capaz de servir de tutor virtual en el tema de las funciones para aquellos estudiantes que se preparan con el objetivo de realizar la prueba nacional de bachillerato en matemáticas. La posibilidad de recibir la explicación de un concepto tantas veces como sea necesario y de contar con opciones que atiendan distintos estilos de aprendizaje, hace que la herramienta creada sea una alternativa innovadora e importante. Además de ello, la integración de experiencias de aprendizaje dándole al estudiante la posibilidad de visualizar conceptos y aplicaciones concretas, y ejercitarse en las temáticas de manera interactiva, caracterizan al tutor virtual diseñado con un enfoque pedagógico que combina de forma no integral el cognitivismo y el conductismo. Se ha incluido en la herramienta multimedia diversos módulos donde algunos de ellos ponen

[1] Escuela de Informática, Universidad Nacional de Costa Rica. Email: javila@una.ac.cr
[2] Escuela de Informática, Universidad Nacional de Costa Rica. Email: evilchez@una.ac.cr

mayor énfasis en el estímulo-respuesta del estudiante y otros tienden a apropiarse de ciertas características más de corte cognitivista.

La interface de la aplicación recurre a la intuición del usuario, quien sin necesidad de desperdiciar mucho tiempo en el proceso de aprendizaje de la aplicación, logra con relativa simplicidad comprender las opciones integradas en el sistema y su forma de uso.

El tutor virtual que se desarrolló con este proyecto y que denominamos *Factótum*, cobra mucha pertinencia a nivel nacional por la población objetivo a la cual se dirige, caracterizada por los estudiantes que deben rendir la prueba de bachillerato en matemáticas y que por diversas razones no han logrado alcanzar un aprendizaje significativo del tema de las funciones.

No está demás enfatizar el grado de innovación de la aplicación desarrollada, atendiendo un vació metodológico que desde hace muchos años afecta tanto a docentes como a estudiantes y cuyo ámbito de acción se centra en la utilización de las tecnologías de información y comunicación, muy en concordancia con la sociedad del conocimiento actual.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo general

Desarrollar un sistema multimedia capaz de servir de tutor virtual para aquellos estudiantes que se preparan en el tema de las funciones, con miras a fortalecer sus habilidades y destrezas cognitivas y prepararse para la prueba nacional de bachillerato en matemáticas.

2.2 Objetivos específicos

- Elaborar y validar una herramienta que le permita a los alumnos estudiar de forma interactiva el tema de las funciones.
- Construir un tutor virtual multimedia.
- Elaborar un material escrito que complemente la herramienta multimedia.

3. MARCO TÉORICO

A continuación se presenta el fundamento teórico en el cuál se ha sustentado el presente proyecto de investigación, es importante aclarar que los aportes teóricos expuestos en este apartado, constituyen una síntesis de los elementos principales que han servido como insumos para definir los requerimientos del sistema, las necesidades educativas en la población objetivo y desarrollar a buen término el multimedia *Factótum*.

3.1 Estilos de aprendizaje

Uno de los elementos en los cuáles tuvimos interés de indagación dentro del proceso diagnóstico aplicado para definir los requerimientos del sistema, se fundamentó en la identificación de los estilos de aprendizaje predominantes en la muestra de estudiantes participantes de esta etapa.

Los estilos de aprendizaje deben ser concebidos como un conjunto de comportamientos y actitudes más o menos estables en los aprendices durante el proceso de la enseñanza. Alonso define los estilos de aprendizaje como *"los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los alumnos perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje"* (1999, p. 3).

Conocer los estilos de aprendizaje predominantes en los posibles usuarios, fue un aspecto esencial como punto de partida para la toma de las decisiones pedagógicas ante las actividades o experiencias de aprendizaje a diseñar. Bajo esta perspectiva, se hizo necesario elegir teóricamente un modelo de clasificación de estos estilos. Las investigaciones más importantes en este tema fueron desarrolladas por los autores Entwistle (1981), Honey y Mumford (1986) y Fleming (1987).

El modelo más conocido y utilizado actualmente es el de Honey y Mumford, adoptado más recientemente por Catalina M. Alonso, Domingo J. Gallego y Peter Honey (1999) y en el cuál nos basamos para la presente investigación. De acuerdo a este modelo, el aprendizaje óptimo es el resultado de cuatro fases: la experiencia concreta (activo), la observación reflexiva (reflexivo), la conceptualización abstracta (teórico) y la experimentación activa (pragmático). Los estudiantes en función de su estilo de aprendizaje, eligen de manera consciente o inconsciente la fase en la cual prefieren trabajar cuando aprenden.

3.2 El video como medio educativo

En la actualidad la cultura del video se ha hecho expansiva como resultado del auge del cine, la caída de sus costos económicos y su funcionalidad; demostrada en distintos niveles: comercial, recreativo y educativo. Particularmente el video educativo según Bravo es *"aquél que cumple un objetivo didáctico previamente formulado"* (1996, p. 1).

En el plano educativo el video se ha masificado, convirtiéndose en un recurso accesible, global y acorde con las tecnologías de la información y comunicación actuales. Según Inzunza (2004, p. 1) algunas ventajas del video educativo son las siguientes:

- El uso de los medios audiovisuales puede reducir en un 40% el tiempo requerido para la enseñanza con respecto a la información que es sólo leída o escuchada.
- El coeficiente de memorización se eleva en un 20%.
- Es un recurso que se basa en el rigor científico de la comunicación.

Ante este último aspecto, es importante señalar que la producción de videos educativos exige la consolidación de grupos interdiciplinarios conformados por pedagogos, guionistas y profesionales de la comunicación.

4. MARCO METODOLÓGICO

4.1 Generalidades

Se ha seguido la metodología de desarrollo conocida como orientación a objetos en sus distintas etapas: análisis, diseño y programación.

4.2 Análisis

Se implementó una etapa de diagnóstico en la que participaron tres grupos de quinto año ubicados en distintas áreas de la región metropolitana (90 alumnos) y diez profesores de matemática en ejercicio. Mediante esta prueba de necesidades y requerimientos, docentes y estudiantes pudieron plasmar sus percepciones respecto a las necesidades que debería satisfacer la aplicación. Para llevar a cabo el diagnóstico se construyó y aplicó dos instrumentos por parte de los investigadores; uno dirigido a docentes y el otro a estudiantes.

Los cuestionarios se estructuraron utilizando preguntas tanto abiertas como cerradas. Las preguntas cerradas se diseñaron utilizando una escala likert valorada con puntuaciones del uno al cinco. La razón de haber elegido este tipo de escala se fundamentó en el interés de los investigadores para medir las actitudes de los discentes y docentes frente a sus conocimientos y experiencias previas, relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza del tema de las funciones y sus necesidades respectivamente.

Para realizar el análisis de los datos se separaron las preguntas en dos grupos, el primero constituido por las preguntas cerradas, en su mayoría con cinco posibles opciones de respuesta. El segundo grupo formado por las preguntas abiertas del instrumento, donde se crearon categorías para su análisis.

Los cuestionarios tomaron en consideración las siguientes variables generales:

- Características de la muestra.
- Estilos de aprendizaje.
- Comprensión y dificultades en cuanto al tema de las funciones.
- El video educativo como medio de enseñanza y aprendizaje.
- Requerimientos del sistema multimedia.
- Aceptación de uso del sistema multimedia.

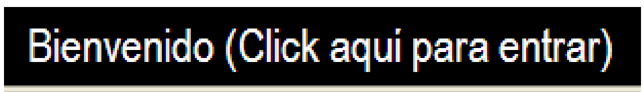
De estas variables generales se obtuvieron treinta dos variables específicas a partir de las preguntas cerradas y abiertas de los dos cuestionarios aplicados y se analizaron utilizando el software estadístico SPSS 13.0. Se les solicitó a los participantes indicar en el instrumento una aproximación de sus percepciones bajo la escala de medición likert: “Muy de acuerdo” (1), “De acuerdo” (2), “Medianamente de acuerdo” (3), “En desacuerdo” (4) o “Muy en desacuerdo” (5). El presente diagnóstico se fundamentó en el uso de la estadística descriptiva (por el tamaño de la muestra), recurriendo a medidas de tendencia central como el promedio y la moda, a la desviación estándar como medida de dispersión y al uso de porcentajes.

4.3 Diseño y programación

El software *Factótum* se diseño utilizando el lenguaje de programación orientado a objetos Delphi Borland. La programación de la aplicación facilita las tareas de mantenimiento y actualización del sistema, sea por parte de sus creadores o de sus potenciales usuarios. Para un docente esta característica es de vital importancia, pues le da la posibilidad de crear sus propios videos educativos e integrarlos a la herramienta de manera automática.

El software además, le permite al alumno seleccionar el tutor con el que desea emprender el estudio de las funciones, hay dos tutores en la herramienta: *Prof. Ávila* y *Prof. Vílchez*.

Al iniciar *Factótum* se abre una animación, se puede saltar la bienvenida del software presionando:



En el panel superior se encontrarán algunos botones:

Las flechas de color azul sirven para navegar hacia adelante o hacia atrás en las pantallas. El botón de color verde permite salir de *Factótum*.

Al entrar a la aplicación se muestra el siguiente árbol:

Si se despliega, aparecen las instrucciones generales que explican cómo utilizar *Factótum*:

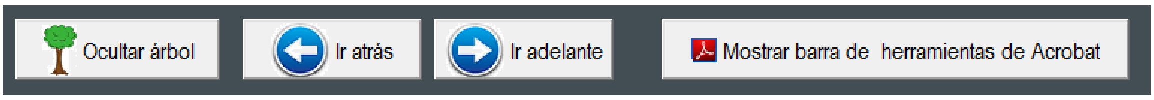
Use el mouse para elegir lo que desea hacer:

PASO 1: Elija el tema que desea estudiar

PASO 2: Al explorar los diferentes temas, llegará a las siguientes opciones:
*** Texto (PDF): Le brindará información escrita sobre el tema seleccionado**
*** Teoría (Video): Proporciona un video explicando la teoría sobre el tema elegido**
*** Ejemplos (Video): Contiene videos que explican videos sobre el tema deseado.**
*** Actividad: Es un programa que permite reforzar el tema que se estudia.**
*** Evaluación: Se refiere a una evaluación automatizada sobre este tema.**

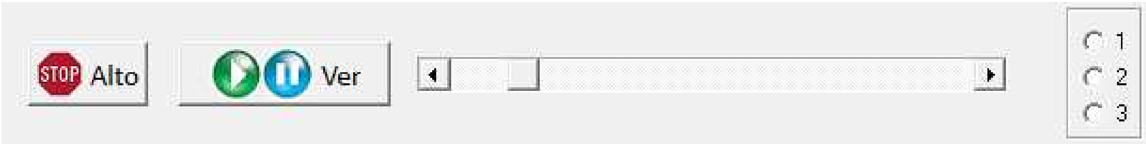
Para iniciar el estudio de cualquier tema se selecciona del árbol y éste brindará cinco opciones: *Texto PDF*, *Teoría (Video)*, *Ejemplos (Video)*, *Actividad* y *Evaluación*. Veamos en qué consisten.

Al ingresar al *Texto PDF* en cualquier tema, se mostrará en la ventana un texto que explica y ejemplifica ampliamente el tópico seleccionado. La opción *Texto PDF* siempre proporcionará una serie de botones en la parte inferior de la pantalla:



- Ocultar árbol: oculta el árbol de temas y amplia la ventana que muestra el texto.
- Ir atrás e Ir adelante: son botones de navegación sobre el texto.
- Mostrar la barra de herramientas de Acrobat: abre una barra de herramientas que permite navegar sobre el documento e imprimirlo, entre otras cosas.

Teoría (Video) muestra en este formato explicaciones de las distintas definiciones, teoremas y propiedades matemáticas que aparecen en el texto. Al correr cualquier video, se muestra en la parte inferior de la pantalla lo siguiente:



- Alto: detiene la reproducción del video.
- Ver: da play o pausa a la reproducción.
- La barra deslizadora: permite hacer un recorrido sobre el video manualmente.
- Las opciones 1, 2 y 3: adelantan el video en distintos tramos.

Ejemplos (Video) es una interesante opción para recibir la explicación de los distintos ejemplos desarrollados en el *Texto PDF*. El alumno tendrá la oportunidad de recibir la explicación de dos formas distintas.

En *Actividad* el usuario podrá ejercitar los conocimientos recibidos en cada sección. Las actividades fueron cuidadosamente diseñadas procurando incentivar la interactividad del estudiante en todo momento.

En *Evaluación* el alumno podrá finalizar el estudio de cada sección, mediante una experiencia evaluativa que le permitirá juzgar su avance de logro.

5. CONCLUSIONES

El fracaso escolar en el tema de las funciones del Programa Nacional de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP) de Costa Rica, mostrado en las estadísticas publicadas por la oficina de Control de Calidad de esta entidad, propone en el escenario de la Universidad Nacional de Costa Rica, la necesidad de buscar una solución parcial ante los efectos que este problema viene ocasionando en el sistema educativo y la sociedad en general. Las causas apuntan a los dos agentes principales involucrados en el proceso educativo; los estudiantes y los docentes. Los primeros presentan una mala formación en temas previos al de las funciones, lo cual desencadena altos índices de repitencia y deserción escolar. Los segundos materializan en su práctica profesional una formación académica altamente positivista, centrada en contenidos y con una clara fractura en la aplicación efectiva de estrategias metodológicas que ayuden a los estudiantes a superar las dificultades cognitivas asociadas al tema de las funciones. Sumado a ello, la situación económica a nivel mundial, está favoreciendo en las instituciones educativas a lo largo de todo el territorio nacional, una injusticia social que pone en manos de los más acaudalados una educación de mayor calidad y mejores condiciones que a largo plazo se traduce en mejores empleos y estabilidad económica. A razón de ello, se hace necesario buscar alternativas de solución que contemplen:

- Una igualdad de oportunidades en los sectores educativos más vulnerables, donde para un padre de familia es imposible costear lecciones particulares de matemáticas.
- Brindar una opción metodológica a los docentes que les permita profundizar el área de contenido de las funciones y algunas estrategias de enseñanza.

En este sentido el software *Factótum* se ha creado para ayudar a los estudiantes a disfrutar, comprender e interiorizar el tema de las funciones, promoviendo su participación activa y respetando sus diferencias individuales.

Factótum integra actividades y experiencias de aprendizaje que responden a los estilos de aprendizaje *activo* y *pragmático*. La visualización se detecto como una necesidad del multimedia, tanto para la interpretación y análisis de gráficas, como para comprender las aplicaciones de la teoría de las funciones. Por este motivo, esta es una de las fortalezas principales de la aplicación.

El tutor virtual es una necesidad sentida en la muestra de estudiantes y docentes participantes del proceso diagnóstico, a la luz de las necesidades y limitaciones manifestadas en el ejercicio de su práctica profesional, sin embargo, muchos educadores desconocen las potencialidades que brinda el uso de recursos didácticos audiovisuales en el salón de clase, dado que en el mercado y las instituciones de enseñanza no se cuenta con muchas posibilidades al respecto.

Factótum es un sistema multimedial interactivo, usable, conductista en algunas de sus secciones y cognitivista en otras, se espera que la herramienta facilite el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje relacionados con las funciones y con la adquisición de las habilidades y competencias que les permita a los estudiantes de secundaria, prepararse para la aplicación de la prueba nacional de bachillerato en matemáticas.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Alonso, C., Gallego, D. y Honey P. (1999). Estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora. Universidad de Deusto. Ed. Mensajero. Bilbao.
2. Bravo, L. (1996). ¿Qué es le video educativo? [En línea] <http://www.dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=635693&orden=77183> [20 de julio del 2008].
3. De Faria, E. (1994). Graficando funciones interactivamente con Cabri Geometry II en Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. pp. 212-220.
4. Gutiérrez, G. & Martínez, M. (2002). Tesis: Aplicaciones del programa El Geómetra en la enseñanza del tema de Funciones en secundaria. Universidad Nacional.
5. Inzunza, D. (2004). Video educativo: elemento inherente de tendencias globales. [En línea]<http://www.sappiens.net/html/ejemplos/sociedad/sappiens/comunidades/ejemplossociedad1nsf/unids/Video%20educativo_%20elemento%20inherente%20de%20tendencias%20globales/1446868F31443C0641256FAF00628DD82d8e.html?opendocument> [22 de julio del 2008].

ANÁLISIS DE UN SOFTWARE EDUCATIVO PARA CÁLCULO NUMÉRICO

Uruguay 151 - Santa Rosa - La Pampa - Argentina

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar
ruben@exactas.unlpam.edu.ar

Ascheri, Astudillo, García, Pizarro, Culla

Introducción

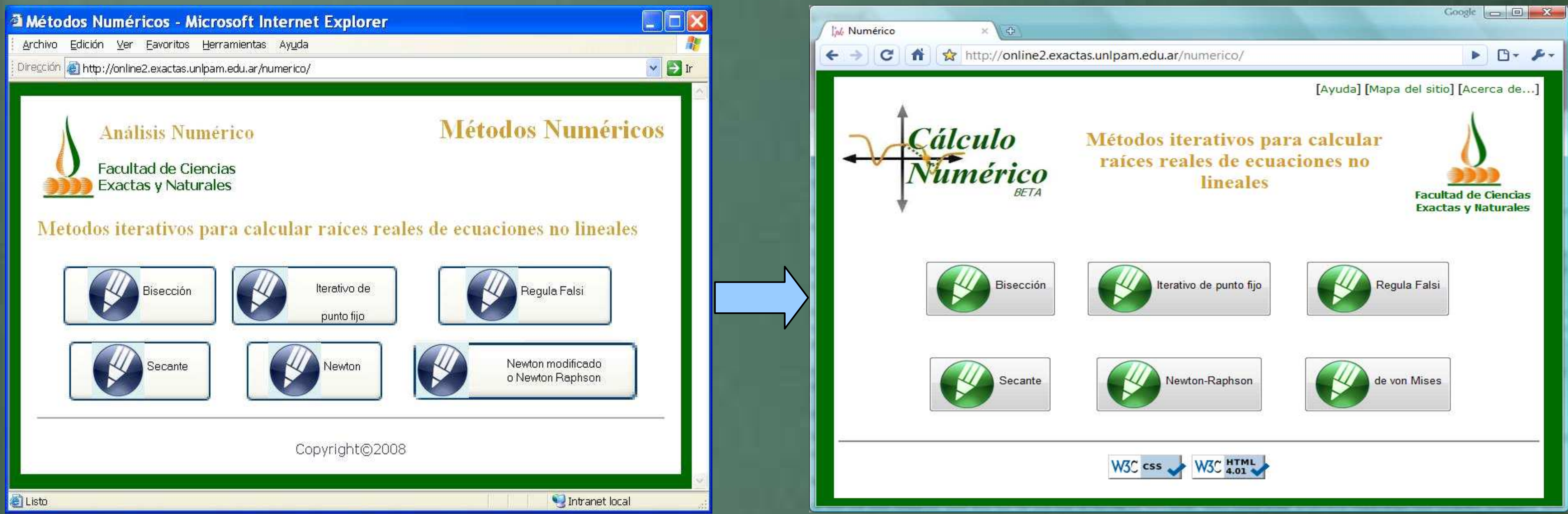
- La **interfase** (o interfacie) es el entorno a través del cual los programas establecen el diálogo con sus usuarios, y es la que posibilita la interactividad característica de estos materiales (Marquès P., 1996).
- La **usabilidad** se refiere a la capacidad de un software de ser comprendido, aprendido, usado y de ser atractivo para el usuario, en condiciones específicas de uso (Wikipedia, 2009).

Introducción

- La interfase no debe ser una barrera para poder entender el contenido (Baeza Yates et al., 2002).
- Para que un software educativo motive al aprendizaje, es fundamental que sea atractivo y de fácil manejo (Díaz-Antón et al., 2002).

Evolución de prototipos

La primera evaluación realizada nos permitió detectar debilidades y fortalezas de la aplicación y generar un segundo prototipo.



Ascheri, Astudillo, García, Pizarro, Culla

Metodología

Caminata cognitiva: un grupo de expertos simula la manera en cómo un usuario caminaría por la interfase al enfrentarse a tareas particulares (Baeza Yates et al., 2002, p.8).

Metodología

Para evaluar la usabilidad (Instone, 1997a, 1997b):

- Visibilidad del estado del sistema.
- Similitud entre el sistema y el mundo real.
- Control por parte del usuario y libertad.
- Consistencia y cumplimiento de estándares.
- Prevención de errores.
- Preferencia al reconocimiento frente a la memorización.
- Flexibilidad y eficiencia de uso.
- Estética y diseño minimalista.
- Ayuda para que el usuario reconozca, diagnostique y se recupere de los errores.
- Ayuda y documentación.

Metodología

Las heurísticas nos permitieron rediseñar la aplicación y obtener un nuevo prototipo, el cual fue presentado a los alumnos en las prácticas de la asignatura de Cálculo Numérico. Los alumnos trabajaron con la aplicación durante el tiempo que demanda el desarrollo del trabajo práctico de *Resolución de Ecuaciones no Lineales*.

Metodología

Con el objetivo de rescatar su opinión sobre la utilización del software, se implementó una encuesta considerando los aspectos que se tuvieron en cuenta para evaluar la Usabilidad. La encuesta la respondieron los alumnos en forma anónima (se utilizó Moodle).

Resultados

Usabilidad

Aspecto evaluado	Se cumple aceptablemente	Se cumple parcialmente	No se cumple
Visibilidad del estado del sistema		x	
Similitud entre el sistema y el mundo real	x		
Control por parte del usuario y libertad	x		
Consistencia y cumplimiento de estándares	x		
Prevención de errores	x		
Preferencia al reconocimiento	x		
Flexibilidad y eficiencia de uso		x	
Estética y diseño minimalista		x	
Ayuda para los errores	x		
Ayuda y documentación			x

Resultados

1.) ¿Le pareció intuitivo el funcionamiento del software utilizado?

- Si: 8 (80.00 %)
- No: 0

2.) Las opciones en las que ingresa los datos para aplicar el método, ¿le parecieron claras?

- Si: 10 (100.00 %)
- No: 0

3.) Cada uno de los gráficos que representan las diferentes iteraciones de los métodos, ¿favorecen la comprensión del mismo?

- Si: 9 (90.00 %)
- No: 1 (10.00 %)

4.) Tuvo inconvenientes con la sintáxis de las ecuaciones a solucionar?

- Si: 0
- No: 10 (100.00 %)

Resultados

6.) ¿Utilizó las ayudas que presenta el software?

- Si: 8 (80.00 %)
- No: 2 (20.00 %)

7.) ¿Utilizó el software sólo en las PC de la Facultad?

- Si: 6 (60.00 %)
- No: 4 (40.00 %)

8.) ¿Considera que la utilización del software fue positiva para la comprensión de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales?

- Si: 10 (100.00 %)
- No: 0

9.) La información que apreció en pantalla fue:

- Clara: 9 (90.00 %)
- Confusa: 1 (10.00 %)

Resultados

9.) La información que apreció en pantalla fue:

- Clara: 9 (90.00 %)
- Confusa: 1 (10.00 %)

10.) ¿Cree que facilitó la comprensión de:

- la aplicación práctica de los métodos: 9 (90.00 %)
- la teoría de los métodos: 5 (50.00 %)
- ningún aspecto: 0

11.) Recurrió al software para

- resolver varios ejercicios además de los indicados en el práctico: 6 (60.00 %)
- resolver sólo los ejercicios indicados en el práctico: 4 (40.00 %)

12.) Considera que el software es útil para:

- obtener valores numéricos de los métodos: 10 (100.00 %)
- analizar el funcionamiento gráfico de los métodos: 7 (70.00 %)
- para ninguo de los casos: 0

13.) Ingresó a alguno de los links relacionados con los autores de los métodos que aparecen en el software

- Si: 1 (10.00 %)
- No: 9 (90.00 %)

Conclusiones

Si bien las respuestas muestran la aceptación del software por parte de los alumnos, existen aspectos que se señalan y serán ajustados para los próximos pasos en los que el software se ampliará con la inclusión de nuevas unidades de Cálculo Numérico.

Bibliografía

- **Baeza Yates, R. y Rivera Loaiza, C.** (2002). Ubicuidad y Usabilidad en la Web. http://www.dcc.uchile.cl/~rbaeza/inf/usabilidad.html.
- **Díaz-Antón, G., Grimán, A., Pérez, M. y Mendoza L.** (2002). Instrumento de evaluación de software educativo bajo un enfoque sistémico. Consultado en Febrero, 10, 2009 en http://www.academiainteractiva.com/evaluacion.pdf.
- **Instone, K.** (1997a). Site Usability Evaluation – Part. 1. Consultado en Febrero, 12, 2009 en http://instone.org/siteeval.
- **Instone, K.** (1997b). Site Usability Heuristics for the Web – Part. 2. Consultado en Febrero, 12, 2009 en http://instone.org/heuristics.
- **Marqués, P.** (1996). El software educativo. Universidad Autónoma de Barcelona. Consultado en Enero, 26, 2009 en: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software
- **Usabilidad**. (2009, 28) de enero. Wikipedia, La enciclopedia libre. http://es.wikipedia.org/wiki/Usabilidad

Tradicionalmente los problemas asociados a transformaciones lineales se resuelven haciendo uso únicamente de definiciones dadas junto con argumentos derivados de la lógica. Esta situación hace que los alumnos manipulen dichas definiciones en forma rutinaria, sin otorgarles significado.

La incorporación de programas computacionales puede ser un recurso didáctico facilitador de los procesos de aprendizaje. La contribución de las nuevas tecnologías puede centrarse en la creación de medios personalizados que mejor se adapten a los requerimientos pedagógicos.

Estas tecnologías constituyen también un medio para articular los distintos registros semióticos de un concepto.

Una particularidad que tiene la matemática es que un objeto sólo puede describirse a través de alguna de sus representaciones o registros debido a que no se puede tener acceso directo al mismo mediante la percepción o por medio de una experiencia intuitiva inmediata. En este sentido, se requiere de un registro que permita realizar una serie de actividades cognitivas, a través de las cuales el alumno pueda aproximarse a dicho objeto. Pero, para generar la comprensión en el alumno de un objeto matemático, es necesario que disponga de distintas representaciones del mismo y pueda transitar de una representación a otra de acuerdo al tratamiento que se dé a dicho objeto.

Por lo tanto, si un alumno dispone de una sola representación, el objeto que pretende identificar a través de ésta, no podrá ser independizado de la representación y por ende confundirá el objeto con esa única representación que conoce.

Duval distingue dos tipos de operaciones cognitivas de representación en el pensamiento matemático: el tratamiento y la conversión. El tratamiento de una representación es la transformación de la misma en otra dentro del mismo registro donde ha sido formada. En cambio, la conversión requiere de un cambio de registro: es la transformación de una representación en otra, correspondiente a otro registro, en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

Una exigencia para la comprensión de un concepto matemático por parte de un estudiante es la coordinación o articulación entre sus diferentes representaciones. Es decir, se puede afirmar que un alumno ha comprendido un concepto cuando éste manifieste que ha enriquecido sus redes internas de conocimiento. Y esta manifestación sólo puede hacerse a través de los sistemas de representación y mediante las actividades asociadas a los mismos.

Por lo tanto, la coordinación de registros no es la consecuencia del entendimiento matemático sino que es una condición esencial debido a que cada sistema de representación permite ver una faceta diferente del objeto a estudiar y pone de manifiesto algunas de sus propiedades relevantes. Esto significa que toda representación es cognitivamente parcial en referencia a lo que representa, y que el cruce de representaciones relativas a ese concepto mejora la comprensión sobre el mismo.

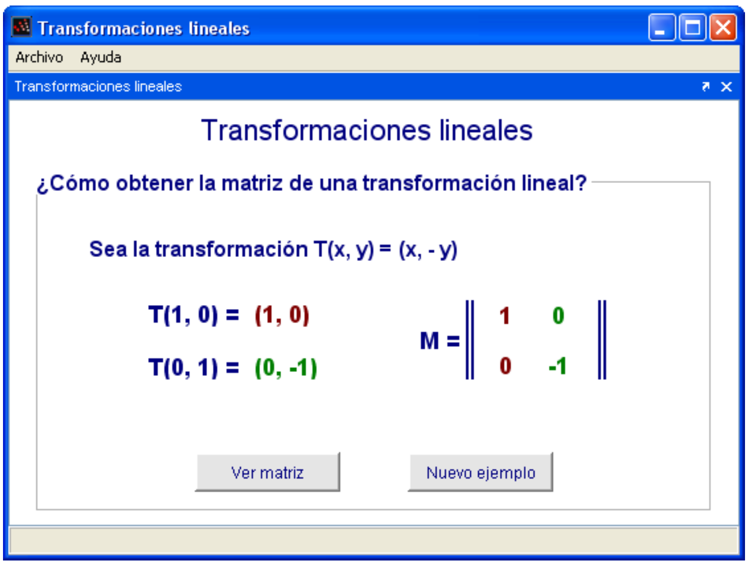
Bajo esta perspectiva, una de las actividades fundamentales del docente es enfrentar a los alumnos a actividades en las que necesiten realizar conversiones y articulaciones entre distintas representaciones, para poder resolverlas.

Si bien existen programas computacionales simbólicos que ofrecen herramientas interactivas donde el alumno puede realizar diversas actividades sin necesidad de manejar la sintaxis de los comandos requeridos, las mismas no siempre satisfacen las exigencias y requerimientos que se presentan en la cátedra. Además, es importante destacar que los estudiantes no siempre tienen la posibilidad de disponer de dichos programas debido a que no son gratuitos.

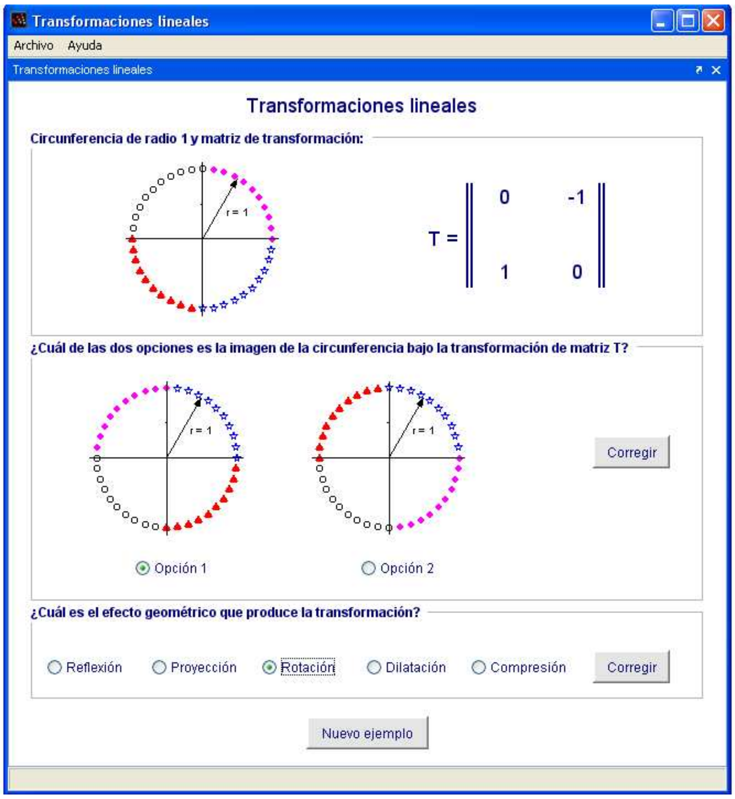
Por esta razón, para el estudio de los movimientos en el plano, una de las aplicaciones más clásicas de las transformaciones lineales en R^2 , se hizo uso de la posibilidad que brinda SCILAB para diseñar interfaces gráficas personalizadas utilizando la potencia de cálculo y graficación que dispone el software.

Con el objeto de que los alumnos puedan comprender cómo se construye la matriz asociada a una transformación, conociendo la gráfica de una figura y su imagen, o determinar cuál es el efecto geométrico que se obtiene conociendo la matriz de transformación, se elaboraron distintas ventanas personalizadas.

Así, en la primera de ellas se muestra la forma en que se obtiene la matriz de una transformación lineal de R² en R², utilizando la base canónica. De la observación de los ejemplos planteados, los alumnos comprenderán cómo se construye la matriz asociada a una transformación.

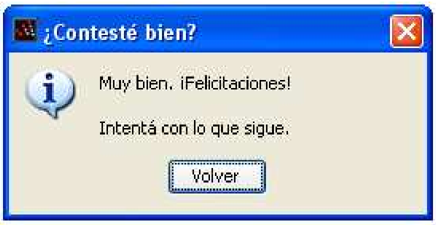


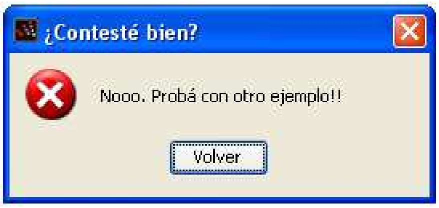
En la segunda ventana, el alumno, conociendo la matriz de transformación, deberá determinar cuál de las dos representaciones gráficas es la imagen, así como clasificar tal transformación.



Cuando el alumno abre la ventana, aparece en la misma la primera situación propuesta a resolver. Una vez que se ha seleccionado la opción que se considere que es la imagen de la transformación, se podrá comprobar si la respuesta es correcta.

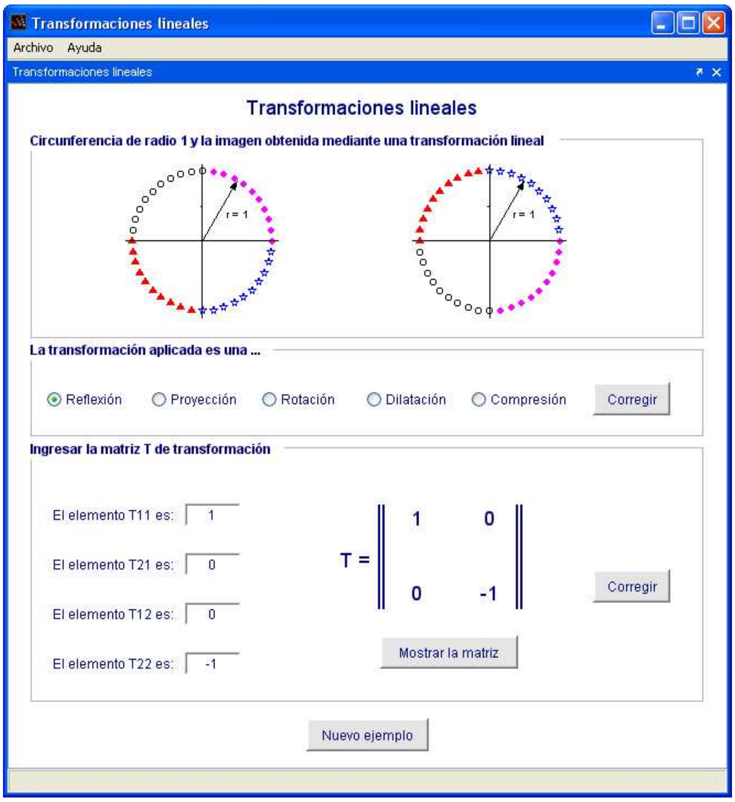
Para ello, se deberá pulsar el botón Corregir, para obtener uno de los mensajes que se muestran a continuación:





De manera similar, se podrá determinar si el efecto geométrico elegido es el que corresponde a la transformación lineal propuesta.
Una vez que el alumno ha respondido las dos preguntas planteadas, podrá obtener un nuevo ejemplo presionado el botón que se encuentra en la parte inferior. Cuando se completen todas las situaciones propuestas, aparecerá un mensaje en donde se invita a continuar trabajando con la ventana de conversión del registro gráfico al algebraico.

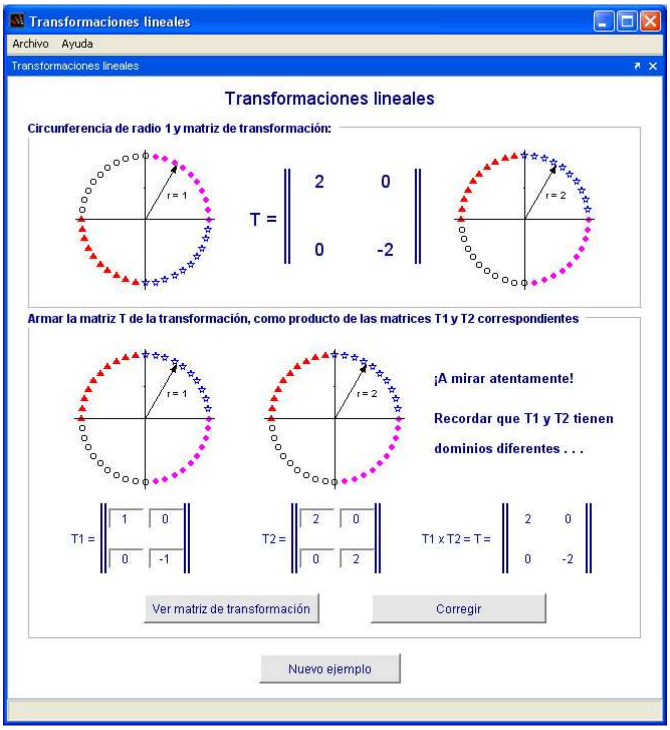
En algunos casos, los estudiantes no reconocen más al objeto matemático en estudio cuando la dirección de conversión es cambiada. Por esta razón, para reforzar la coordinación entre los registros semióticos que se ponen en juego al resolver cada situación se diseñó la siguiente ventana.



En esta ventana personalizada, el alumno deberá en primer lugar identificar la transformación aplicada para posteriormente escribir la matriz asociada a la misma. Al igual que en la anterior, tendrá la posibilidad de saber si el movimiento en el plano seleccionado y la matriz ingresada son correctos.

Es conveniente que esta tercera ventana se utilice una vez que el alumno haya trabajado con la ventana de conversión del registro algebraico al gráfico ya que la conversión en sentido contrario implica un mayor grado de dificultad. De esta manera, cuando el alumno haya comprendido cómo se determina cuál es el movimiento en el plano asociado a cada matriz de transformación, le será más sencillo escribir dicha matriz conociendo el efecto geométrico que produce.

Una vez realizados todos los ejemplos propuestos en la tercer ventana, aparecerá un mensaje en donde se lo invita a trabajar con la ventana de composición de transformaciones.



En este caso, el alumno deberá analizar con mayor cuidado cuál es el dominio de cada una de las transformaciones involucradas para poder escribir correctamente la matriz asociada a ellas.

El uso de recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza promueve la creación de ambientes que hacen posible que los alumnos conjeturen, experimenten, analicen, argumenten, reflexionen sobre sus propios errores.

Por esta razón, las ventanas personalizadas, como las que se han mostrado, no sólo son herramientas que permiten articular las diferentes representaciones semióticas de un concepto matemático sino que son un medio que ofrecen posibilidades didácticas y pedagógicas de gran alcance.

EL TRABAJO CONJETURAL CON EL USO DEL GEOGEBRA

Parodi, Carlos
Ferreyra, Nora
Scarímbolo, María Daniela
Rechimont, Estela

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad Nacional de La Pampa

Argentina

MARCO TEÓRICO

N. Balacheff llevó a cabo una investigación con el objetivo de "*descubrir y tener en cuenta la racionalidad que los alumnos tienen inicialmente, saber cómo funciona y cómo puede evolucionar, porque es a partir de esta racionalidad, en pro o en contra de ella, que los alumnos construirán el sentido de la demostración*" (Balacheff, 2000, p.5).

Con base en las ideas de este autor precisamos la terminología utilizada que nos ayudará en nuestro análisis.

- Llamamos Prueba a toda explicación que sustenta y avala la validez de una proposición y es reconocida y aceptada por una comunidad determinada.

- Entendemos por Demostración a un conjunto de enunciados convenientemente organizados de acuerdo a reglas establecidas, siguiendo una estructura formal.

- Consideramos Razonamiento a la actividad intelectual no completamente explícita que manipula la información dada o adquirida, para producir una nueva información.

- A un razonamiento se lo llama Proceso de Validación cuando tiene por objeto asegurar la validez de una proposición y, eventualmente, producir una explicación ó demostración.

TIPOS DE PRUEBA

Los trabajos de Balacheff permiten distinguir cuatro tipos de pruebas pragmáticas e intelectuales, que tienen un lugar importante en la génesis cognitiva de la demostración.

- El empirismo ingenuo
- La experiencia crucial

(estos dos tipos no permiten establecer la verdad de una aserción, sólo son reconocidos como "pruebas" por quienes las consideran como tales)

- El ejemplo genérico
- La experiencia mental.

- *El empirismo ingenuo* consiste en asegurar la validez de un enunciado luego de haberlo verificado en algunos casos. Es una de las primeras formas del proceso de generalización.

- *La experiencia crucial* designa un proceso que servirá para decidir entre una proposición y su negación.

- *El ejemplo genérico* consiste en la explicación de las razones de validez de una afirmación para la validación de operaciones o transformaciones de un objeto en calidad de representante de determinada clase.

- *La experiencia mental* se centra en acciones “interiorizadas” (en el sentido de Piaget) y las operaciones y relaciones que inician la prueba, nunca surgen como resultado de su puesta en práctica. Este es el caso genérico.

El software educativo

El GeoGebra se presenta como un recurso informático de tipo Heurístico y en el que predomina el aprendizaje experimental y por descubrimiento.

Se propone que el usuario llegue al conocimiento a partir de experiencias, creando sus propios modelos de pensamiento, sus propias interpretaciones del problema, por lo cual brinda un adecuado medio para nuestro objetivo, la formulación de la conjetura como paso fundamental y previo a la demostración.

EXPERIENCIA

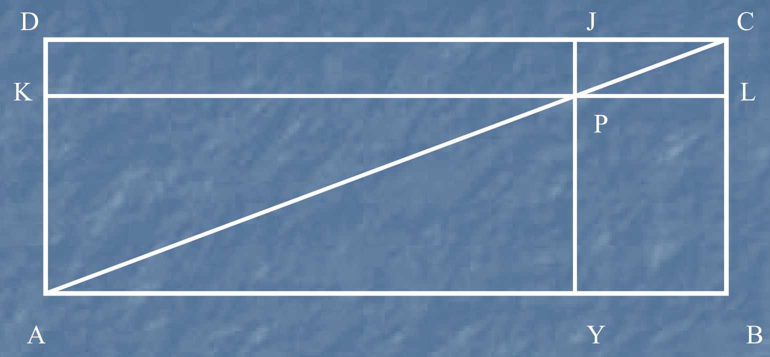
El siguiente problema fue propuesto a un grupo de docentes de Primer y Segundo Nivel de Enseñanza General Básica de la Provincia de La Pampa con la intención de analizar los procesos de validación implicados en su resolución.
Nuestro trabajo se inició con su resolución sin el uso del software y luego se analiza con la ayuda del GeoGebra.

Problema

Construir un rectángulo $ABCD$ con $\overline{AB} = 10\ cm$ y $\overline{BC} = 6\ cm$. Sobre la diagonal $\overline{AC}$ marcar un punto P a 9 cm de A. Trazar una paralela al lado $\overline{AD}$ que pase por P. Cortará a $\overline{AB}$ en Y y a $\overline{CD}$ en J. También por P trazar una paralela al lado $\overline{AB}$ que cortará al lado $\overline{AD}$ en K y a $\overline{BC}$ en L.

¿Cuál de los dos rectángulos $YBLP$ o $KPJD$ tiene mayor área?

Resolución del problema con lápiz y papel



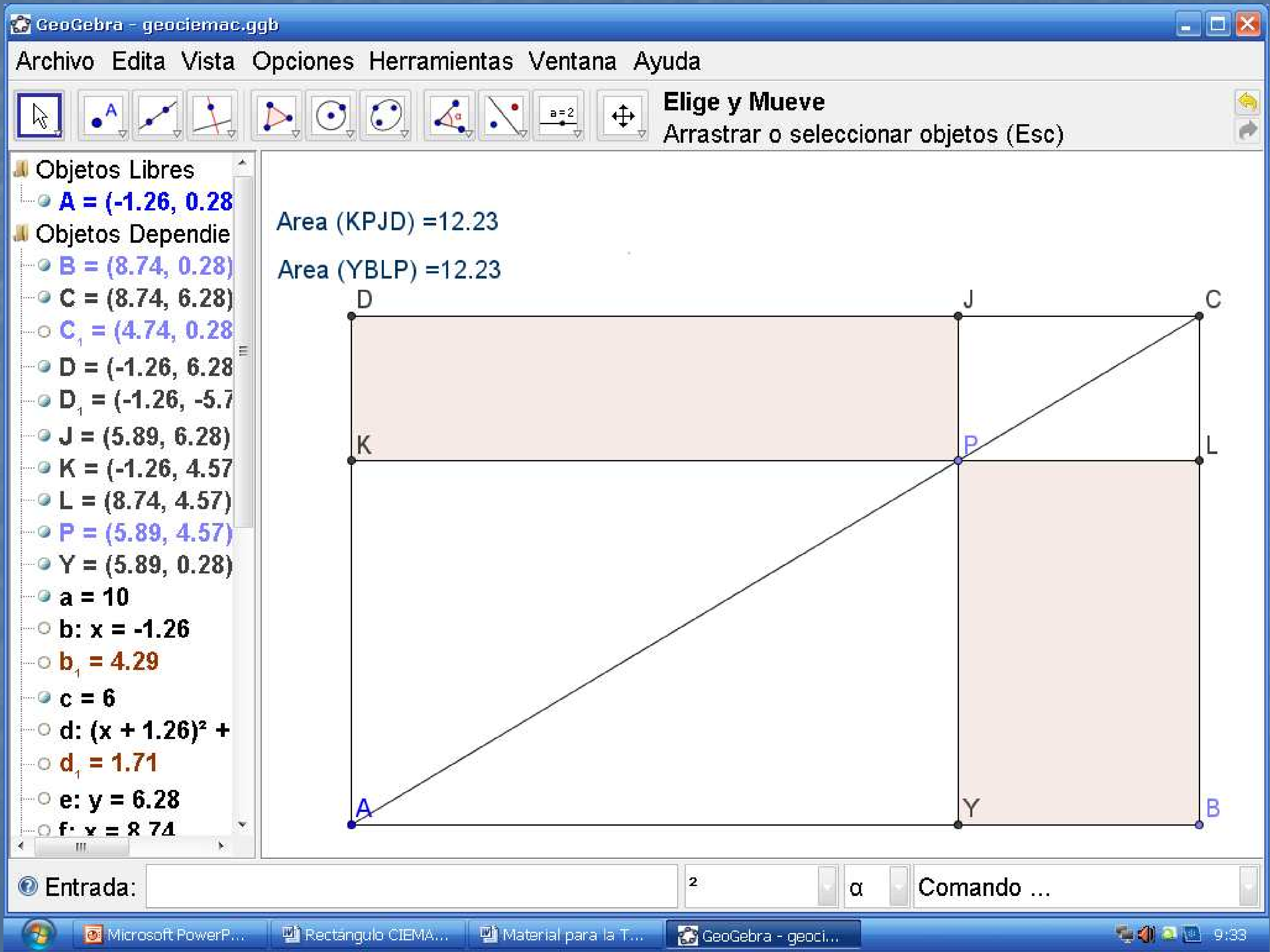
En la primera experiencia los docentes utilizaron conocimientos geométricos muy arraigados como dibujar, medir y calcular áreas.
La variedad de resultados no permitió decidir cuál de los dos rectángulos es el de mayor área, o si son iguales. Procedimientos:

1. Aplicar Teorema de Pitágoras,
2. Medir los lados para calcular las áreas,
3. Dibujar el rectángulo a escala y pensar a través de embaldosado y traslación
4. Comparar áreas a través de propiedades de la diagonal (sólo un grupo).

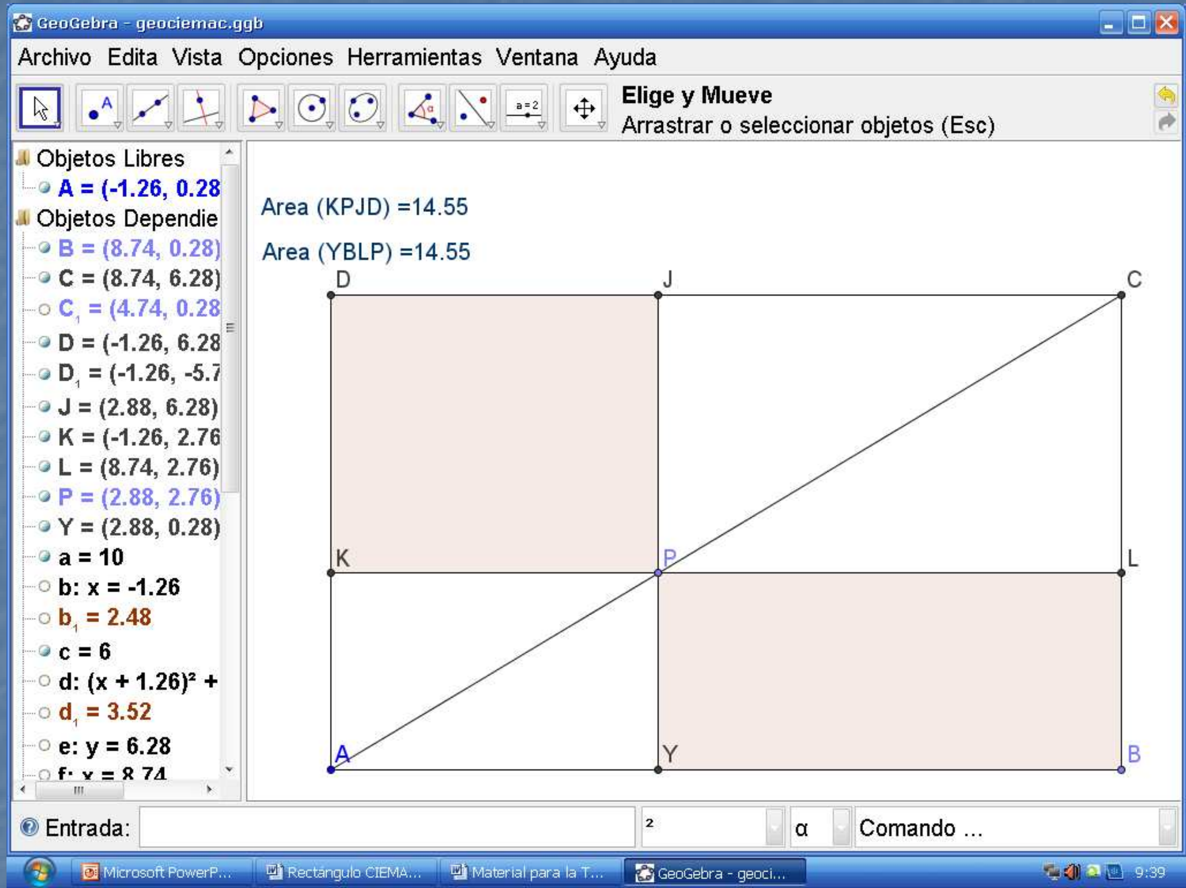
Casi todas las pruebas fueron de tipo empiricismo ingenuo.

El problema con el uso del GeoGebra

La construcción propuesta es la siguiente:



El uso del Software permite calcular áreas y variar fácilmente los diferentes casos lo cual puede orientar a conjeturar una respuesta.



Se ponen de manifiesto muchas “experiencias cruciales”, por lo cual se enfrenta al resolutor con la necesidad de trabajar en un proceso de validación.

Conclusiones

- En la primera experiencia, al realizar mediciones, calcular el área y compararlas, algunos docentes responden que las áreas son diferentes y otros que son iguales. Es decir, este procedimiento lleva a contradicciones que constituyen un impedimento para la elaboración de la justificación de la respuesta.

- El GeoGebra permite mostrar las variantes si movemos el punto sobre toda la diagonal del rectángulo y, en cada momento, se pueden observar los valores que van tomando las dos áreas e ir comparándolas.

- Las limitaciones del manejo de los números en una computadora debería poner la duda de la veracidad de los valores que se observen, pero ¿ello motivará por si solo la necesidades de un ejemplo genérico o en el mejor de los casos pruebas intelectuales?, creemos que esto no sucederá, pero es evidente que se espera unificar el criterio y reformular una sola hipótesis.

Universidad Nacional de La Pampa

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

CONCEPCIONES DE DOCENTES SOBRE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL TEMA FUNCIONES

Castro Nora; Pia Salvadori Andrea; Botta Gioda Rosana; Prieto Fabio; Dal Bianco Nydia; Martínez Silvia; Lee Mei Yi

Santa Rosa, La Pampa

ARGENTINA

Introducción

Como docentes de matemática para alumnos de carreras “no matemáticas”, estamos preocupados por la situación actual con respecto al “conocimiento” y a la dificultad que tienen los alumnos al aplicar conceptos relacionados con el tema funciones.

Nos propusimos, repensar o responder algunos interrogantes con el fin de indagar sobre la enseñanza de este tema en el nivel Polimodal y en los primeros años de la Universidad.

Presentamos en este trabajo algunas observaciones que realizamos al analizar el material curricular y procesar las encuestas realizadas a docentes de matemática en distintos niveles.

Desarrollo

El concepto función en los currículos

- ✓ *En el tratamiento del tema en EGB 3 se utiliza el lenguaje de las funciones de manera más bien intuitiva, sin que sea indispensable la formalización.*

- ✓ *En el material curricular correspondiente al nivel Polimodal de la provincia de La Pampa, las funciones se abordarán en su marco lógico no sólo como lenguaje sino como método para la resolución de problemas, y se hace hincapié en la utilización de las funciones para modelizar distintas situaciones.*

El concepto función en los currículos

✓En los programas de varias asignaturas universitarias de Matemática para carreras “no matemáticas”, los contenidos van desde la definición, hasta el tratamiento de los distintos tipos de funciones, sin hacer ninguna mención con respecto a la forma en que estos temas deben ser abordados.

Podemos observar que no existe una adecuada articulación entre el Nivel Polimodal y la Universidad pese a la implementación de reformas educativas en el sistema, lo que continúa generando dificultades en el ámbito de la educación matemática que afectan e inciden en los resultados posteriores, preocupando tanto a profesores como a estudiantes.

Encuestas a docentes

Realizamos una encuesta, seleccionando del total de la población de profesores de matemática de la ciudad de Santa Rosa, La Pampa que actualmente están trabajando en el nivel medio en diversas instituciones provinciales una muestra de treinta profesores, realizada por muestreo aleatorio simple. Para analizar los resultados de las encuestas se utilizo el software estadístico InfoStat

Presentamos algunos de los resultados obtenidos, analizando cada una de las preguntas:

¿FUNCIONES, es para usted un tema de fundamental importancia en la enseñanza de la Matemática?

El 97% de los encuestados opinó que sí mientras que el 3% opinó que no.

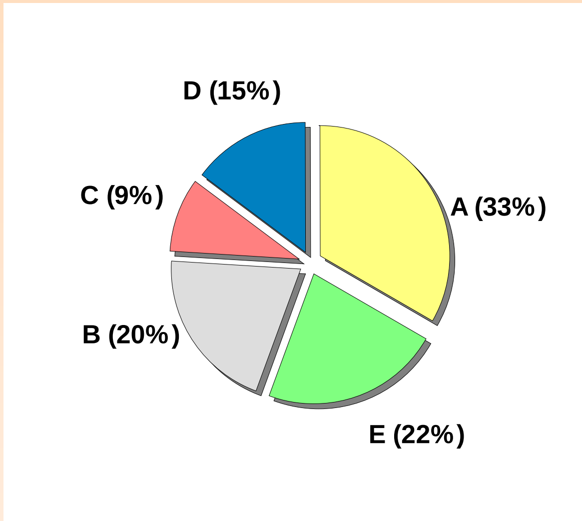
En general los docentes reconocen que el tema está presente tanto en el material curricular de EGB3 como en el de Polimodal, aunque con distintos enfoques y profundidad, y hacen hincapié en su importancia considerando que muchas situaciones se pueden modelizar a través de las funciones.

¿Cómo introduce el tema Funciones?

- **A. Con una situación problemática.**
- **B. Trabajando a partir de la definición.**
- **C. Con un problema disparador.**
- **D. Por medio de una tabla de valores.**
- **E. Estableciendo relaciones entre dos variables**
- **F. Otra (indicar)**

El 36,6% eligieron una única opción, mientras que el 63,3% eligieron más de una opción lo cual demuestra que la mayoría de los docentes recurren a diversas estrategias para el abordaje de este tema.

La preferencia del 63,3% aparece en la gráfica:



¿Cómo define usted (o el libro con el que trabaja) el concepto función?

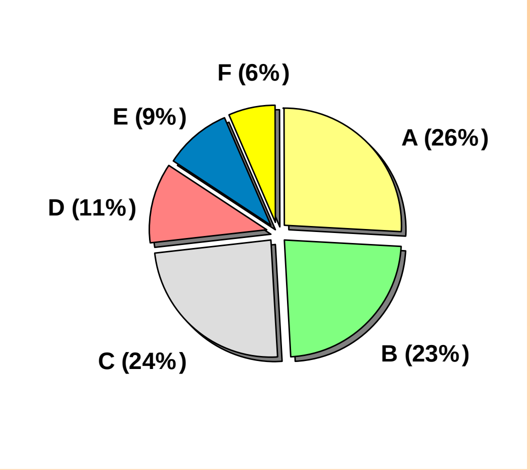
En las definiciones los docentes hacen referencia a la:

- ✓**relación entre dos variables** 56,7%
- ✓**relación entre dos conjuntos arbitrarios** 20%
- ✓**relación entre dos o más cantidades** 6,7%
- ✓ **relación entre dos conjuntos numéricos** 3,3%
- ✓**relación entre dos magnitudes** 3,3%
- ✓no expresaron explícitamente una definición 10%

El concepto de función tiene diferentes caracterizaciones en cuanto a su significado.

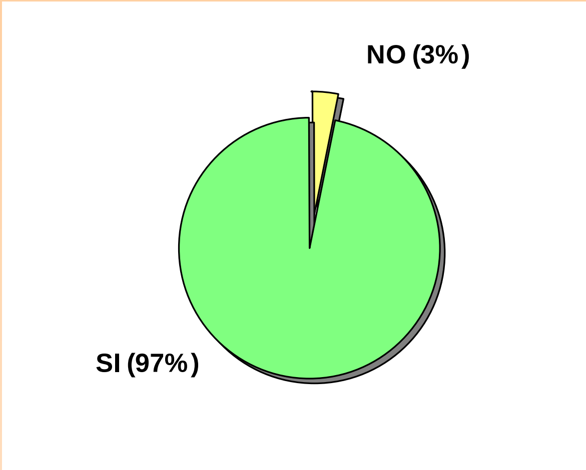
¿Qué representaciones del concepto de función utiliza usted con sus alumnos?

A. Gráfica.
B. Algebraica.
C. Tabla.
D. Diagrama de Venn.
E. Verbal o lenguaje natural.
F. Dibujo de una situación.
G. Otras (indicar)



El total de encuestados seleccionó más de una opción para responder esta pregunta, lo cual nos indica claramente que durante el desarrollo de las clases los alumnos trabajan con varias representaciones del concepto de función.

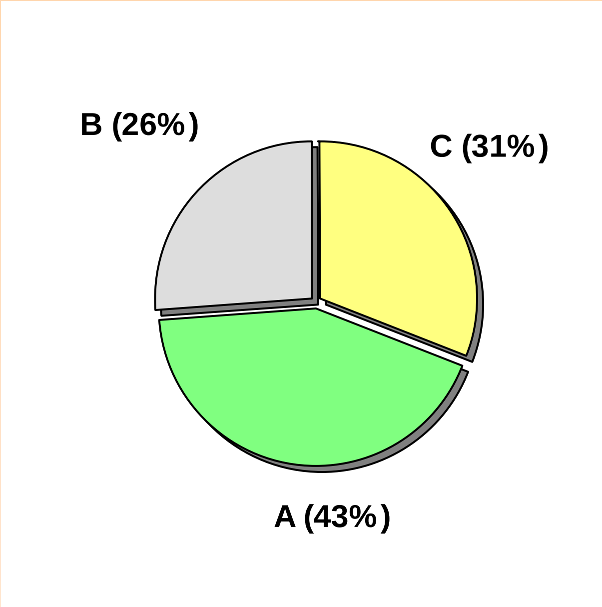
¿Plantea actividades donde se propone el pasaje de una representación a otra?



Distintos investigadores, sostienen que una actividad necesaria para los alumnos, es aquella, donde ellos deben aprender a realizar conversiones en distintos registros, por lo que la coordinación entre ellos es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento y en la superación de distintas dificultades en el aprendizaje.

¿Cree que la falta de comprensión se debe a que los alumnos:

A. no interpretan la definición?
B. no pueden resolver los ejercicios de aplicación?
C. no pueden resolver las situaciones problemáticas?



¿Utiliza algún libro de texto en particular para la enseñanza de este tema?

73,3%, manifiesta no seguir un libro de texto en sus clases, aunque sí mencionan que utilizan para organizar y armar sus actividades, guías practicas o teórico-prácticas. Otros recurren a Internet para buscar material y realizar intercambio con otros docentes.

¿Utiliza algún software como recurso? ¿Cuál/les?

El 50% de los docentes utilizan algún software como recurso didáctico. Los software utilizados son: WinFun, Derive, Advanced Grapher, GeoGebra, Matemática, Graphmatica, Octave, páginas interactivas como Descartes y otras de zonavirtual.com.

Comentarios Finales

Como consecuencia de estos resultados consideramos que es necesario:

- ✓ Diseñar secuencias de enseñanza sobre el concepto de función que muestre la riqueza de sus aplicaciones y al mismo tiempo permita a los alumnos apropiarse gradualmente de este concepto.
- ✓Tener en cuenta los distintos medios de representación y expresión involucrados así como las coordinaciones que necesariamente tienen que establecerse entre ellos.
- ✓Introducir de manera paulatina el uso de las TIC's de manera que nos permita abordar el tema desde nuevas perspectivas, a fin de contribuir a mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje.

Propuesta educativa en la enseñanza de la matemática en Costa Rica a través de sistemas tutores inteligentes

Maynor Jiménez Castro [1], MSc y Ismael Morales Garay, MSc[2]

Resumen

En este artículo, se expone una propuesta para mejorar el acceso y la calidad de la educación a una población de jóvenes y adultos que por diversos motivos ha quedado fuera del sistema formal de educación costarricense, incorporando para ello, el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en un ambiente de educación a distancia. La propuesta se enmarca dentro de los esfuerzos que realizan la Vicerrectoría de Investigación y la Escuela de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Estatal a Distancia, para ofrecer alternativas a la problemática que vive la educación costarricense, con respecto a la alta deserción estudiantil y los bajos resultados en el rendimiento académico de III Ciclo y Educación Diversificada. La propuesta busca la concurrencia de esfuerzos interinstitucionales en el desarrollo e integración de recursos educativos digitales, que puedan ser administradas por un Sistema Tutor Inteligente, el cual se describe como modelo para apoyar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática, considerando las bondades que caracterizan a los sistemas tutores inteligentes y las TIC, como tecnologías de gran utilidad en los procesos de enseñanza.

Justificación

En Costa Rica la Educación Secundaria tiene un enorme reto: recuperar la población juvenil que desertó y que cada año deserta del Sistema Educativo Formal, o bien, que no ha aprobado el examen de bachillerato en matemática y que permanece sin poder seguir estudios universitarios. Cerca de 33531 jóvenes han quedado fuera del sistema formal y están a la espera de aprobar el examen de bachillerato en matemática, según los últimos datos del Ministerio de Educación, brindados a finales del año 2008.

La posibilidad de contar con una oferta educativa donde se combinen características de la educación formal con la no formal, aunada a la versatilidad de las tecnologías de la información y la comunicación, las cuales permiten combinar el estudio con la vida productiva, son oportunidades importantes para la población de adultos y jóvenes costarricenses que han desertado del proceso formal de educación.

Este sentido la investigación descrita en este artículo, busca gestar respuestas vinculadas con los problemas que enfrenta la educación secundaria, a saber: fracaso escolar, deserción, frustración de los miembros de la comunidad escolar y de manera especial, de las y los estudiantes, al ver que no logran concretar la meta de concluir la secundaria; proponiendo

[1] Profesor de la Universidad de Costa Rica (Costa Rica), maynorj@gmail.com
[2] Profesor de la Universidad Estatal a Distancia (Costa Rica), ismorales@gmail.com

la unión de esfuerzos en el desarrollo de una alternativa para transformar las posibilidades educativas de miles de jóvenes costarricenses, facilitando espacios de enseñanza-aprendizaje innovadores, con flexibilidad horaria, facilidades para el trabajo independiente o colaborativo y de alternativas para combinar el estudio con otras actividades productivas.

La filosofía de trabajo en la que se enmarca esta propuesta, favorece los diálogos virtuales, el trabajo independiente autónomo en colaboración con sus homólogos y especialistas en contenido, el interés y compromiso con el aprendizaje y la superación personal y la oferta de una nueva opción para cursar y terminar los estudios secundarios.

Con el desarrollo del proyecto, no solo se propone una mejora en el rendimiento académico de las y los estudiantes, sino que se busca una transformación global en la dinámica de vida de los núcleos familiares, pues las posibilidades de mejores condiciones laborales se determinan en gran medida por las facilidades en el acceso a la educación.

De igual manera esta alternativa propicia la formación y la atención de las necesidades de los estudiantes en la matemática, apoyados en el uso de las tecnologías de información y comunicación y el desarrollo de entornos virtuales de aprendizaje, de acceso gratuito. Los procesos de aprendizaje experimentados por los estudiantes en esta modalidad, les permitirá la construcción de conocimientos, el desarrollo de habilidades y destrezas básicas para superar las pruebas de bachillerato en las modalidades existentes o en Línea y continuar la educación superior.

Otra bondad de esta propuesta de aprendizaje, es que brinda oportunidades educativas a personas con alguna discapacidad, sobre todo aquellas que presentan limitaciones de desplazamiento. La atención a estas poblaciones son prioridad y obligación del Estado que señala la Ley 7600 de Igualdad de Oportunidades Educativas.

Tecnologías de Información y Comunicación en el campo de la Educación

El uso de la computación e informática en el ámbito educativo, se remonta a los inicios de la mismos de la computación en los años 50's. El interés inicial del uso de la computación en el campo de la investigación, pronto llevaría a la propuesta de su incorporación en otros ámbitos, del cual la educación no escapó. Los primeros sistemas educativos desarrollados con el apoyo de la computadora, llamados CAI (Computer-Assisted Instruction), *Enseñanza Asistida por Computadora*) surgen con ciertas limitaciones; computadoras que ocupaban grandes espacios físicos y redes que no permitían una flexibilidad en el desplazamiento para su uso. Además de estas características propias de la época, los primeros sistemas educativos desarrollados, se caracterizaban por mostrar el conocimiento de una manera lineal, es decir, ningún factor podía cambiar el orden de enseñanza establecido en su momento por el programador. Situación muy coherente con la teoría educativa reinante en la época; la teoría conductista defendida en su momento por B. F. Skinner (1950). Dicha teoría consideraba que las personas funcionaban por estímulos y que a igual estímulo corresponde igual respuesta. De aquí que los errores cometidos por un alumno, no eran considerados fuentes de aprendizaje; por el contrario, era algo que había que evitar.

A esta generación de programas lineales, se les caracterizaba por la extensión de los cursos; no había una comunicación depurada entre el tutor y el estudiante, la enseñanza se guiaba según modelos establecidos (confección a la medida y conocimiento estático) y con cierta independencia de las actitudes y preferencias del alumno concreto. Seguido a esta generación de programas, surgen a finales de los años 50 e inicios de los 60´s, los llamados programas ramificados, los cuales a diferencia de los anteriores, mostraban cierta capacidad para actuar según la respuesta del alumno, tratándolas como aceptables o parcialmente aceptables, en lugar de correctas e incorrectas como lo propuesto por Skinner en su modelo conductista.

Debido a la gran complejidad de los materiales de enseñanza desarrollados hasta el momento, surge en esta época los lenguajes de autor, cuyo objetivo más importante, era el crear material de enseñanza de forma tratable por el sistema. A finales de los años 60 y principios de los 70´s, con la aparición del computador de escritorio, surgieron los sistemas generativos (o también llamados sistemas adaptativos), los cuales estaban asociados a un modelo de educación en el que se consideraba que los alumnos aprenden mejor enfrentándose a situaciones o problemas de dificultad de acuerdo con su capacidad y no atendiendo a explicaciones sistemáticas como lo habían venido haciendo los programas anteriores. Estos sistemas son capaces de generar un problema acorde al nivel de conocimiento del alumno, construir su solución y diagnosticar la respuesta del alumno. Sin embargo, una deficiencia de este tipo de programas es que no sirven para todo tipo de dominio de enseñanza, lo cual dificultaba su utilización en muchas áreas.

Con la evolución de estos recursos informáticos y el advenimiento de otras técnicas ingenieriles en el campo de la computación como la Inteligencia Artificial, a finales de los años 80´s y principios de los 90,s, aparecieron los Sistemas Tutores Inteligentes (STI), los cuales facilitan el proceso de enseñanza / aprendizaje haciéndolo más efectivo, correcto y también más agradable. Más recientemente, aparece una sub clasificación de éstos; los llamados Sistemas Tutores Cognitivos. (Koedinger, 2007)

En el caso concreto de Costa Rica, el uso de las tecnologías de información y comunicación en la educación primaria está marcado por el apoyo fundamental que ha venido realizando la Fundación Omar Dengo (FOD), la cual y con el apoyo del Ministerio de Educación Pública, ha incorporado la tecnología informática en el centro educativo, a través de la dotación de laboratorios de informática educativa y de la capacitación constante y continua de maestros y profesores en el campo del apoyo didáctico con el uso de esta tecnología.

Si bien es cierto, en el país no se ha desarrollado un modelo propio de programa como los descritos anteriormente, sí se han utilizado programas adaptativos o ambientes de micromundos y simuladores, bajo los modelos de aprendizaje constructivistas, como apoyo a los procesos de enseñanza aprendizaje en la educación pública de primaria y actualmente en la educación secundaria. Cabe destacar que las facilidades que actualmente brindan los multimedios y la telemática, abren un campo de exploración importante en donde la integración de la teorías de aprendizaje y los recursos tecnológicos prevén un fuerte impulso en la búsqueda de una educación con calidad y equidad.

En la actualidad existe una gran población con conocimientos en el campo de la informática, y según datos del ("Informe 2008 del Programa Sociedad de la Información y el Conocimiento de la Universidad de Costa Rica", 2008, pág 108) cerca de un 30% de nuestra población tiene una computadora en su hogar. Por su parte, el acceso a internet ha venido incrementándose hasta alcanzar el 14,8% de los hogares costarricenses, mostrando una tasa de crecimiento cercano al 30% en los últimos 3 años.. Estas condiciones coyunturales y la actual deserción estudiantil que sucede en la educación general básica y diversificada, merecen especial atención de parte de las autoridades educativas y los centros de educación superior, los cuales están llamados a interceder para buscar soluciones y enfrentar los retos de la educación costarricense.

Retos y Desafíos de la Educación Costarricense

Costa Rica es un país que presenta un bajo nivel de analfabetismo, según los datos extraídos del ("CIA World Factbook", 2008), donde la tasa de analfabetismo es de un 4 % y año con año se viene reduciendo.

Asimismo, se deben propiciar opciones para que la población joven potencie su desarrollo integral, continúe sus estudios post secundarios y adquiera destrezas básicas que le permitan alcanzar una mayor calificación para vincularse al mercado laboral de una manera más efectiva. Todo esto es factible, si se continúa con los esfuerzos para incrementar la cobertura, calidad y pertinencia de la Educación Secundaria a nivel del Tercer Ciclo y Educación Diversificada Formal.

- La meta a nivel de la educación secundaria (III ciclo y Educación Diversificada) pasar del 65,6% a una cobertura del 77% en el periodo.
- Disminuir la deserción en un 4,9% en lll Ciclo de secundaria diurna, pasando del 12,9% al 8% y en un 10% la deserción en III ciclo de secundaria nocturna.

Las políticas educativas de los últimos años tendientes a propiciar un acceso equitativo a la educación, en términos de igualdad de oportunidades de ingreso a estos servicios, deben de complementarse con políticas que propicien la distribución de las opciones para obtener una oferta educativa de calidad. En ese sentido, se deben superar las brechas educativas diagnosticadas entre la educación pública y privada - educación rural y urbana - enseñanza diurna y nocturna y las brechas de género, esto es parte del esfuerzo prioritario que se ha ido abordando en la actual administración.

En términos generales los tres grandes desafíos de la educación costarricense son:

- Cobertura con equidad, para todos los tipos de educación en el país.
- Elevar la calidad de la educación
- Ofrecer soluciones más eficaces en el contexto actual

Una Solución: La Educación a Distancia y los *Tutores Inteligentes*

Si nos situamos en el problema concreto de los estudiantes rezagados en Bachillerato de secundaria en Matemáticas, podemos indicar que a pesar de los esfuerzos institucionales y gubernamentales el problema se ha resuelto solo en parte.

En la mayoría de las ocasiones el estudiante presenta síntomas de impotencia sobre todo en los casos en que solo le queda esa materia para poder graduarse. Lamentablemente los modelos tradicionales de enseñanza son poco flexibles y cuentan con personal escaso, en ocasiones académicamente los profesores no han terminado su carrera universitaria y por lo general los medios didácticos son parcos o simplistas, los cuales no logran atraer la atención del joven estudiante. Aunado a esto, cuando se piensa en innovar los recursos didácticos se presenta una cobertura mínima y pocos son los estudiantes que tienen el acceso.

Con la entrada de las nuevas tecnologías se vislumbra un nuevo aliado para paliar esta problemática que al parecer podría generar buenos réditos, especialmente al estudiante y por ende, como se ha mencionado, a todas las partes involucradas con el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se ha hecho esfuerzos grandes en este sentido, pero aun en algunos países la difusión y uso de la informática educativa, en particular de herramientas inteligentes de ayuda al aprendizaje, no se ha constatado de manera real en los procesos de formación clásicos. (Urretavizcaya, 2004)

Con el abaratamiento de los computadores personales y la entrada de Internet en el medio, se prevé una mayor aceptación de técnicas informáticas y con profundo acceso a las masas para enfrentar la problemática tratada. Hoy día prácticamente una población importante de adolescentes tienen contacto con las tecnologías computacionales, para muestra podemos solo mirar alrededor y constatar que la mayoría juega en la computadoras, chatea, navega en Internet y en ocasiones hacen sus trabajos de la escuela.

En Costa Rica es difícil encontrar una persona que no haya tenido contacto con un computador (no digamos propio) y que haya podido utilizarlo para algunas tareas. La nuevas generaciones de niños vienen preparados para enfrentar esta era de informática que es más accesible en todos los ámbitos de la vida cotidiana. Por esta razón, este es el momento en que las tecnologías informáticas se presentan como una herramienta sólida que puede complementar y en alguna medida sustituir alunas labores del profesor tradicional, en la enseñanza de algunas temáticas.

La aparición de los *Sistemas Tutores Inteligentes* (STI) destacan por ser los que muestran un mayor nivel de interactividad en el proceso de enseñanza aprendizaje.

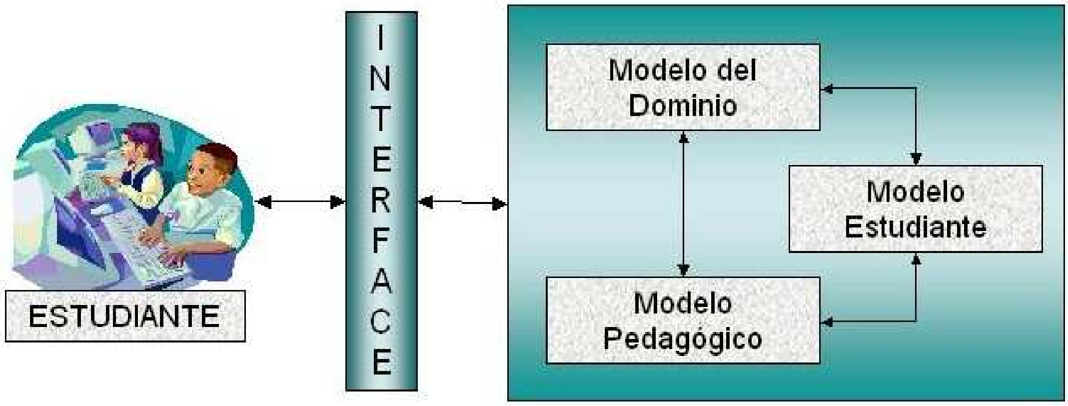
Los STI son sistemas que hacen uso de las técnicas de la Inteligencia Artificial y de modelos didácticos con el propósito de fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje. A nivel general, se utilizan desde la educación primaria hasta la universitaria y cumplen la misma función en cualquier ámbito. No solo son sistemas de información, sino que interactúan "inteligentemente" con los estudiantes para crear un ambiente apto para aprender un contenido específico. Esta característica de "inteligente" se basa principalmente porque el STI posee un grado de conocimiento del individuo con quien esta interactuando y de esa manera puede establecer las pautas — muchas preestablecidas por el profesional en educación — o procesos pertinentes para el ese estudiante pueda adquirir el conocimiento de manera eficaz.

Actualmente existen programas didácticos mal llamados "*inteligentes*" que se basan en modelos instruccionistas puramente conductistas. (Perkins, 1995) Como se indicó anteriormente estos programas muestran el conocimiento de una manera lineal o sea que el orden no se puede cambiar. La intención de un STI es emular lo más fielmente lo que podría ser un tutor humano, que pueda atender las necesidades básicas del conocimiento en discusión. Lo más importante del proceso es que al final el estudiante encuentre significancia en su aprendizaje, supere sus dificultades e incorpore su nuevo conocimiento de una manera real y permanente. (Ausubel el al, 1983).

Estos sistemas facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje haciéndolo más efectivo, correcto y más agradable. Tiene algunas características importantes de señalar:

1) El conocimiento del dominio esta acotado y claramente articulado.
2) Poseen conocimiento del estudiante que le permiten dirigir y adaptar la enseñanza
3) La secuencia de enseñanza no esta predeterminada por el diseñador
4) Realizan procesos de diagnostico más adaptados al estudiante y más detallados
5) La comunicación Tutor-Alumno mejora, permitiendo además que el alumno realice preguntas al tutor.

Los STI se basan en un modelo cognitivo o marco conceptual y contempla cuatro componentes básicos: modelo pedagógico, modelo del estudiante, modelo de dominio y la interfaz.



Modelo de Dominio: Representa separadamente la materia que se enseña. El docente es el responsable de incluir los conocimientos necesarios de una determinada materia, estableciendo las relaciones pedagógicas que permiten establecer futuras sesiones de enseñanza.

Modelo Pedagógico: Estrategias para enseñar la materia. Opciones didácticas en las que se establece el tipo de enseñanza que queremos tener.

Modelo de Estudiante: Caracterizan al alumno para procurar una enseñanza individualizada y que permitirán una adaptación al sistema.

Interfaz: Plataforma diseñada para interactuar con el alumno.

Desde el punto de vista didáctico los STI presentan una manera dinámica de aprendizaje para el estudiante que posee alternativas variadas para los distintos tipos de estudiantes que interactúen con el sistema. Los STI deben estar pedagógicamente balanceados entre la libertad del estudiante para navegar (exploración) y la manera que en docente indague la mejor forma para que llegue al conocimiento (conducción). O sea, debe ser un híbrido conductista-constructivista, que posea lo mejor de los dos enfoques.

Ventajas en el uso de los STI

Los STI se presentan como una herramienta que contiene elementos que pueden ayudar a cambiar la realidad de muchos de nuestros estudiantes que se han retrasado en sus estudios porque no han ganado el examen de bachillerato en matemática. Aunque no hay que verlo de una manera simplista, podemos suponer que los modelos que presuponen un estudiante en el aula y con pesados libros en el brazo son los que pasaran el examen de matemática, sin embargo, podemos pensar que efectivamente aquellos que encuentren el método que mejor se adapte a su forma de aprender serán los que superen la prueba. Los que verdaderamente tengan una manera diferente de ver la materia y las relaciones que existen entre ella, serán los que puedan triunfar en el proceso. La pregunta frecuente de los estudiantes *"¿Y ahora qué hago?"* , es la pregunta que debemos responder y por la cual se debe trabajar intensamente para que más bien surja la pregunta *"¿Y ahora qué más puedo hacer"*.

No podemos pensar en que este tipo de estudiante se presente en las aulas, puesto que un gran porcentaje de ellos tiene responsabilidades propias de los adultos y tendrá que acceder a un sistema de educación a distancia. De manera que, las bondades de los STI podrían responder eficientemente a este atenuante. No es casualidad que muchos programas instruccionales a nivel mundial se estén dando por el sistema a distancia puesto que el tiempo requerido por los estudiantes para asimilar o entender ciertos contenidos varían considerablemente de uno a otro y en este sistema se atiende primariamente al estudiante dándole la flexibilidad necesario para que paso a paso pueda llegar al conocimiento deseado. Esto le da un carácter formal a la educación desde un punto de vista constructivista, pero sin ensancharse en la libertad absoluta.

Los STI fomentan el estudio individualizado y contienen elementos únicos que permiten al estudiante interactuar con el contenido y al mismo tiempo poder ser evaluado en forma instantánea. Este tipo de sistemas poseen la propiedad de que el camino para la respuesta de un problema planteado no es pautada, sino que el estudiante puede tener una respuesta aunque incompleta casi correcta. Por ejemplo, si se responde una pregunta de forma incompleta, el sistema no indicaría que esta incorrecta sino que da "pistar" para completarla de manera que el estudiante tenga siempre la posibilidad de mejorar su respuesta. A partir de cada tipo de respuesta que el estudiante pueda suministrar al sistema, el tutor toma la decisión de que pistas mostrar. El tutor debe mantener la jerarquía de metas que debe cumplir mientras imparte el conocimiento y debe explicar un mismo concepto de manera diferente, así si el alumno no entiende el concepto, el tutor puede suministrarle otro acercamiento del mismo concepto.

El perfil de los alumnos que deberían utilizar un STI para ganar la prueba de matemática, deben ser bien clara de manera que el modelo pedagógico sea el más adecuado. Las redes neuronales (RN) pueden ser una salida atractiva para modelar tipos de estudiantes que poseen características similares. Las RN poseen un primer momento de "entrenamiento" en donde la red neuronal se organiza a si misma por medio de un proceso competitivo, la neuronas de la capa de salida compiten por la activación y solo una de ellas permanece activa al final. Luego en la etapa de funcionamiento, las neuronas una vez entrenadas clasifican según las características "aprendidas". Un tipo de redes neuronales que se pueden utilizar en esta clasificación son las llamadas mapas de Kohonen (1988), las cuales realizan una "clusterizacion" o agrupamientos a partir del conjunto de individuos que originalmente se utilizó para la etapa de entrenamiento de las mismas.

Conclusiones

Es claro que la educación costarricense está en crisis y particularmente la situación se agudiza aún más cuando concentramos la atención en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Sin embargo, hoy en día existen medios y estrategias que bien utilizadas pueden servir para minimizar los efectos de una educación poco atractiva y en muchos casos masificada: las tecnologías de información y comunicación en la educación aunado al uso de técnicas de la inteligencia artificial, se convierten en una alternativa que traería grandes beneficios a la educación costarricense por las características que ellas mismas contienen. Particularmente circunscrito en el campo de la matemática y de la población que ha sido aislada de la educación formal, las TIC pueden ser aprovechadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje a distancia, donde se tomen en cuenta las necesidades individuales de los estudiantes y se brinde una atención particular según sea el caso, tiempo y espacio.

En la actualidad, el país cuenta con un grado de madurez importante en el uso de las TIC en el campo educativo, lo cual propicia un ambiente adecuado para el desarrollo de proyectos informáticos, en los cuales el mejoramiento de la calidad de la educación, el acceso a ella y el bajo costo puedan ser conjugados exitosamente, en una nueva oferta educativa que promueva el autoaprendizaje, la colaboración entre pares y la formación continua.

Adicionalmente, la infraestructura tecnológica con que cuenta el país es un punto alto de considerar, pues como medio permita a los diversos estratos sociales tener un acceso digno a la educación, con flexibilidad horaria e independencia física.

La experiencia acumulada por la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica, en los procesos de enseñanza y aprendizaje a distancia, deben ser aprovechados de manera que no solo sirva para ayudar a la población estudiantil "rezagada" en la secundaria a culminar sus estudios secundarios, sino que también sirva para preparar y profesionalizar mediante estudios universitarios.

Referencias

Ausubel, David Paul. (1981), Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Editorial Trillas, México.

Catalaldi, Zulma y Fernando Salgueiro. (2005) Sistemas Tutores Inteligentes: los estilos del estudiante para selección del tutorizado. Universidad de Buenos Aires

CIA World Factbook. (Mayo, 2008). Costa Rica Tasa de alfabetización. (Publicación del 16 de mayo del 2008). Revisado el 08 de octubre del 2009 en http://www.indexmundi.com/es/costa_rica/tasa_de_alfabetizacion.html

Koedinger, R and Aleven,V. (2007) Exploring the Assistance Dilemma in Experimentswith Cognitive Tutors. Springer Science + Business Media, LLC 2007.

OEI. (Abril, 2009). Costa Rica - Deserción de colegiales baja por segundo año consecutivo. (Publicación del 15 de abril del 2009). Revisado el 08 de octubre del 2009. http://www.oei.es/noticias/spip.php?article4783

Perkins, D. (1995) La escuela inteligente. Gedisa.

Salgueiro, Fernando y Guido Costa. (2005) Sistemas Inteligentes para el Modelado del Tutor. Universidad de Buenos Aires.

UCR Prosic. (Abril, 2009). Acceso y Uso de las TIC en la Administración Pública, las Empresas y los Hogares. (Programa Sociedad de la Información y el Conocimiento, Informe 2008). Revisado el 07 de Octubre del 2009 en http://www.prosic.ucr.ac.cr/images/pdf/CAPITULO4.pdf

Urretavizcaya, L, Maite. (2004) Sistemas Inteligentes en el ámbito de la Educación. Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos. Facultad de Informática. San Sebastián, España.

U.S. General Accounting Office. (1997, February). Telemedicine: Federal strategy is needed to guide investments. (Publication No. GAO/NSAID/HEHS-97-67). Retrieved September 15, 2000, from General Accounting Office Reports Online via GPA Access: http://www.access.gpo.gov/su_docs/aces/aces160.shtml?/gao/index.html

Vallverdú, F., Sancho T., Mor E., Santanach, F. & Abad, A. (1998). Agentes Inteligentes y Libros Digitales, Barcelona: Ediciones UOC. Disponible en http://cv.uoc.es/~grc0_000252_web/Articles/Pon_Huelva.PDF

Wenger, E. (1987) Artificial Intelligence and Tutoring Systems Computational and Cognitive Approaches to the Communications of Knowledge. Los Altos, C.A, Morgan and Kaufinan.

Proyecto Matemática para la Enseñanza Media en la provincia Puntarenas: logros y limitaciones

Ana Lucía Alfaro Arce[1]

Marianela Alpízar Vargas[2]

Leonel Chaves Salas[3]

Conscientes de la realidad nacional en cuanto a la enseñanza de la Matemática y al bajo rendimiento que se obtiene en esta asignatura, principalmente, en los exámenes de bachillerato y en los cursos introductorios de las universidades estatales, es que la Universidad Nacional de Costa Rica ejecuta el proyecto Matemática para la Enseñanza Media (MATEM) como una actividad académica permanente y prioritaria, donde se capacitan docentes de secundaria que imparten lecciones en el Ciclo Diversificado del Sistema Educativo Formal Costarricense, al mismo tiempo ofrece una buena formación matemática a los estudiantes de estos profesores.

Hasta el año 2006 MATEM-UNA se desarrollaba, principalmente, en colegios del área metropolitana de las provincias de Alajuela y Heredia; sin embargo, al autoevaluar el proyecto, sus coordinadores se dan cuenta que este debe ampliarse y contribuir con el mejoramiento de la educación matemática en otras zonas del país, es por ello que a partir del 2006 es involucrada la provincia Puntarenas en el proyecto.

A raíz de la participación de colegios de la provincia Puntarenas se hace necesario realizar una autoevaluación de la ejecución de MATEM-UNA en esta provincia, con el objetivo de conocer su impacto y mejorar aspectos relacionados con la puesta en marcha de este proyecto.

[1] Escuela de Matemática, Universidad Nacional; aalfar@una.ac.cr
[2] Escuela de Matemática, Universidad Nacional; malpiza@una.ac.cr
[3] Escuela de Matemática, Universidad Nacional; lchav@una.ac.cr

Rendimiento en cursos introductorios de Matemática. Principales errores detectados y posibles soluciones

M.Sc. Alejandro Ugalde León[1]

Resumen

En los últimos años, se ha detectado un deterioro en la formación matemática con la que los estudiantes ingresan a las instituciones de educación superior. Esta situación genera una gran variedad de problemas que les impiden a estos estudiantes avanzar en las carreras en las que ingresaron y, además, adquirir una adecuada formación académica.

En este trabajo se exponen algunos resultados relacionados con el rendimiento académico en los cursos introductorios de Matemática General y Cálculo Diferencial e Integral de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional durante el período 2007-2009, relaciones entre las promociones de estos dos cursos y una recopilación de errores algebraicos detectados en las evaluaciones aplicadas en el durante el presente año.

También se propone una serie de acciones que pueden ponerse en práctica como posibles soluciones parciales a esta problemática.

Bibliografía

Ramírez, G., Barahona, C. (2007). *Rendimiento Académico en Matemática: un estudio con estudiantes de ingeniería en los cursos de Matemática General y Cálculo Diferencial e Integral en el Instituto Tecnológico de Costa Rica.* Trabajo presentado en el V Congreso sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora, diciembre, Cartago.

Umaña, R. (2008). *Factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes de la UNED que permanecen en el Sistema de Educación a Distancia.* Trabajo presentado en XIV Congreso de Tecnología y Educación a Distancia, noviembre, San José.

[1] Coordinador del Área de Cursos de Servicio, Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Costa Rica. E-mail: augald@una.ac.cr

Resolución de problemas: una estrategia metodológica potenciadora de competencias en la Educación Matemática

Marianela Zumbado Castro[1]

Johan Espinoza González[2]

Resumen

El aprendizaje por competencias es el enfoque que está en el centro de la política educativa en todos los niveles y concuerda con diversos proyectos internacionales como los *"Tuning"*; además, constituyen la base fundamental para orientar el currículo, la docencia, el aprendizaje y la evaluación, desde un marco de calidad (Cuenca, 2006).

Por lo anterior se propone la Teoría de Resolución de Problemas (TRP) planteadas por Pólya (1965), Shoenfield (1985) y Brousseau (1986), como una estrategia metodológica creadora de conocimiento y que potencia el desarrollo de competencias en los estudiantes preuniversitarios.

Los resultados descritos en este trabajo son producto de la aplicación, por parte de los autores, de varias experiencias basadas en la TRP, en zonas rurales y urbanas de la educación pública costarricense.

Palabras clave: Resolución de problemas, competencias, Educación Matemática.

Introducción

En el 2006 fue publicado el Informe del Progreso Educativo en América Látina (PREAL) que analizó la participación de países latinoamericanos como Brasil, México y Uruguay en las evaluaciones del "Programme for Internacional Student Assessment" (PISA) del 2003; Los resultados obtenidos demostraron que muchos estudiantes no pueden aplicar en forma ordenada las habilidades matemáticas básicas para comprender y explorar situaciones contextualizadas (PREAL, 2006, p.6).

En nuestro país la situación es muy similar y se refleja en los resultados de las pruebas de bachillerato que emplean Matemáticas con porcentajes de reprobación de 20.52%, mientras que esos niveles son inferiores en Español y Cívica, que presentan un 6.39 % y 6.01% respectivamente (Villegas, 2007).

Con regularidad los/las docentes detectan deficiencias en el manejo de conceptos básicos de porcentajes, fracciones o deudas (conjunto de los números reales negativos), conceptos y

[1] Liceo Nocturno Alfredo Gonzáles Flores y Universidad Interamericana de Costa Rica (U.I.C.R). Costa Rica. mzumbad2@gmail.com

[2] Universidad Nacional, Sede Regional Brunca. Costa Rica. johanespi@hotmail.com

propiedades de figuras geométricas, problemas que fueron determinados por el informe de la PREAL.

Con el objetivo de mejorar esas deficiencias y desarrollar otras habilidades matemáticas, se ha vivido un proceso de cambio en los proceso de enseñanza y aprendizaje. Se puede retomar desde la reforma de las Matemáticas Modernas y hasta el empirismo que parece no han tenido éxito. En la actualidad se gesta algo nuevo y es lo que se busca con las investigaciones, publicaciones y eventos, entre otras actividades, cuya temática gira alrededor de la resolución de problemas (Ruiz y Chavarría, 2003).

Los investigadores, docentes y académicos se cuestionan los resultados de las pruebas y surgen nuevas ideas o paradigmas que pretenden dar una nueva imagen a esta disciplina mediante una Educación Matemática que mucho dista de la enseñanza de las mismas y nuevas estrategias metodológicas que permitan una formación integral de las personas. Por ejemplo, en agosto del 2008, en Santo Domingo de Heredia, se efectúa un congreso auspiciado por la Universidad Estatal a Distancia (UNED) denominado II Encuentro UNED y uno de los temas principales fue resolución de problemas con invitados como Allan Schoenfeld como orador de apertura y la participación de Luz Manuel Santos Trigo, ambos expositores reconocidos mundialmente por sus trabajos en esta temática.

Propósito y preguntas orientadoras

El propósito de este artículo es promover la resolución de problemas como una estrategia metodológica que promueve el desarrollo y potenciación de competencias básicas, genéricas y específicas en la educación preuniversitaria.

El tema se desarrolla con base en los lineamientos que surgen de las respuestas a las siguientes interrogantes: *¿En qué consiste la resolución de problemas como estrategia metodológica? ¿Cómo fortalece la resolución de problemas las competencias básicas, genéricas y específicas? ¿Cuál es la importancia de promover la resolución de problemas como estrategia para el desarrollo y potenciación de las competencias?*

A continuación se definen algunos conceptos con el fin de evitar ambigüedad en la interpretación del documento.

Competencias

Según Rodríguez (2008, p.3), las competencias son características que mantienen las personas por tiempo prolongado, esta son evidentes cuando se desempeña una tarea o labor de forma exitosa, sea relacionado con su trabajo o en el ámbito personal. Asimismo, debido a que se demuestra mediante las acciones, las competencias consideran múltiples aspectos como lo cognoscitivo, afectivo, psicomotriz o conductual y lo psicofísico o psicofisiológico. De esta forma las competencias se subdividen en tres categorías: básicas, genéricas y específicas.

Las *competencias básicas* son las habilidades de lectura, compresión y comunicación verbal y escrita, las *competencias genéricas* son el trabajo en equipo, las habilidades para planear, programar, negociar en el subgrupo. Las *competencias específicas* corresponden a las habilidades asociadas con la labor que se desempeñe (Farstad, 2004).

Resolución de problemas como estrategia metodológica

La resolución de problemas es una estrategia metodológica que plantea un nuevo paradigma en los procesos de enseñanza y aprendizaje que dista mucho del modelo tradicional.

Existen concepciones erróneas sobre lo que significa resolver un problema. La mayor parte de las veces el/la alumna piensa que es equivalente a resolver ejercicios ya discutidos en clase, reproduciendo los algoritmos y explicaciones dadas por el/la profesora; sin embargo, implica un tipo de actividad mental de mayor exigencia.

Schoenfeld (1985) define la resolución de problemas como: “el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los/las alumnas aprenden a pensar matemáticamente.” El término “difícil” hace referencia a que es una situación en la que su solución no es inmediata, por lo cual el éxito depende de los conocimientos y habilidades previas que posea el estudiante.

Stanic y Kilpatrick, citados por Zumbado et al (2008), plantean el uso de esta estrategia metodológica como el medio para “hacer matemática”. Por lo tanto los problemas no se ven solamente como una práctica al finalizar la explicación del docente, sino que constituyen lo medular en el proceso y será lo que va a permitir al estudiante construir sus conocimientos matemáticos. Esta visión es la que se está imponiendo entre los investigadores actuales en Educación Matemática y en la cual se basa este trabajo.

Esta metodología, plantea un cambio en los roles del saber, del estudiantado y del educador/a de manera que ninguno tiene mayor importancia que otro. Según Brousseau (1986) el saber sabio o saber matemático es aquel conocimiento que ha sido presentado por la comunidad científico-matemática, el cual sufre una serie de cambios didácticos que lo convierten en un saber a enseñar.

Según Chevallard (1991) existen tres objetos de saberes: las nociones matemáticas que son objetos de saber, candidatos a ser objetos de enseñanza; las nociones paramatemáticas que se refieren a saberes auxiliares que no constituyen objetos de enseñanza en un momento dado, sino que juegan el papel de herramientas en la enseñanza de algún concepto de interés. Por último, las nociones protomatemáticas son las habilidades presentes en el aprendizaje de las Matemáticas tales como la capacidad lógica de reconocimiento y el descubrimiento de patrones y similitudes.

Respecto al trabajo intelectual del alumno/a el cambio es importante. Para Brousseau (1986), éste no debe basarse en solo aprender definiciones y teoremas para reconocer su aplicación a ciertos ejercicios, más bien debe ser semejante al realizado por el investigador dentro de una comunidad científica: debe descubrir los resultados por sí mismo mediante la elaboración de conjeturas, construcción de lenguajes y modelos, llevar a cabo un proceso de comprobación, refutación y luego intercambiarlos con otros.

Asimismo, el trabajo del profesor/a es esencial dentro del proceso de enseñanza, ya que éste guía al estudiante hacia la aprehensión del conocimiento; además, conoce el saber a enseñar antes de ser presentado al alumno. Según Chevallard (1991), el docente es el encargado de promover que en su lección los/las estudiantes conformen algo semejante a una microsociedad científica, en donde descubran el conocimiento mediante las situaciones-problemas planteadas con este fin.

Lo anterior lo apunta claramente Brousseau (1986, p.4) cuando afirma que: "El profesor debe pues simular en su clase una micro sociedad científica, si quiere que los conocimientos sean medios económicos para plantear buenos problemas y para solucionar debates, simulación que por supuesto no es la verdadera actividad científica".

La Resolución de problemas fortalece las competencias básicas, genéricas y específicas

Según Farstad (2004, p.8), las competencias básicas son cimientos del aprendizaje y son independientes de las materias que se enseñan, pero que se desarrollan en el proceso de las mismas; además, se vuelven condiciones necesarias para adquirir otras competencias.

Al aplicar la resolución de problemas como estrategia metodológica en el aula, se ha observado que los/las estudiantes desarrollan habilidades como la comprensión lectora, ya que deben leer repetidas veces para lograr identificar la problemática inmersa en la redacción del problema, que en ocasiones puede alcanzar una página de extensión. Luego de identificar la problemática, tienen que analizar y sintetizar las ideas aportadas por cada miembro del subgrupo de trabajo y seleccionar la mejor estrategia de solución al problema (Zumbado et al, 2008). Esto refleja la habilidad que deben mostrar para implicarse efectivamente en la conversación con el subgrupo.

Con este tipo de actividades se promueve la combinación de conceptos matemáticos a situaciones cotidianas, la implementación de procesos de razonamiento matemático, el uso eficiente de los recursos y estrategias disponibles, la capacidad lógica de reconocimiento y el descubrimiento de patrones y similitudes que generalmente no son potenciadas por la enseñanza tradicional.

La resolución de problemas también potencia las competencias genéricas o fundamentales como la capacidad de trabajar en equipo. Esto se evidenció cuando los/las estudiantes escucharon, negociaron y tomaron decisiones con el objetivo de resolver conflictos al interno del subgrupo, interiorizando así normas de convivencia (Zumbado et al, 2008).

Otra de las competencias genéricas potenciadas, es la capacidad de organizar y planificar su trabajo y de este modo su propio aprendizaje, ya que desarrollan una metodología de trabajo que incluye la planificación de las fases de resolución del problema y la distribución de tareas en el equipo, resaltando la formación de líderes y el espíritu emprendedor de los/las estudiantes.

Las competencias específicas son las propias de una materia y la resolución de problema permite su desarrollo debido a que promueve la aplicación de las nociones protomatemáticas. Además, promueve las heurísticas que según Schoenfeld (1985) son las estrategias y técnicas que permiten progresar en la solución de un problema no familiar (no estándar) como son la exploración de problemas relacionados, trabajo hacia atrás y la verificación de procedimientos (Zumbado et al, 2008).

Importancia de promover la resolución de problemas como estrategia para el desarrollo y potenciación de las competencias

El actual sistema de educación costarricense se fundamenta en la enseñanza tradicional, donde el profesor explica los conceptos a enseñar, expone algunos ejercicios resueltos y para terminar asigna una lista de ejercicios a los estudiantes y estos se encargan de reproducir los expuesto por el/la docente.

Esto provoca que los/los estudiantes tomen actitudes negativas hacia las matemáticas y piensen que están hechas para personas que tienen una inteligencia superior, que no tienen aplicación a la vida real o que son muy difíciles.

Además, con el método tradicional de enseñanza se da énfasis en memorizar los conceptos y en el mejor de los casos la comprensión de dichos conceptos, dejando de lado la formación integral de los/las estudiante.

Ante esto, proponemos la teoría de resolución de problemas como una estrategia creadora de conocimiento y que potencia el desarrollo de competencias en los/las estudiantes, fomentando así la participación activa del estudiante y la formación de microsociedades científicas dentro del aula, para que las actuales generaciones desarrollen habilidades que les permitan prepararse para la vida (Farstad, 2004).

Además, la resolución de problemas centra el aprendizaje en los/las estudiantes, dando autonomía para aprender a aprender. De igual forma acerca a los/las estudiantes a la aplicación de conocimientos y por ende a encontrar en la matemática su verdadera función en la vida real.

Al proponer un problema en el inicio de un tema donde el/la estudiante no conoce el contenido y mediante la solución se apropia del conocimiento (Zumbado et al, 2008) implica el desarrollo de múltiples destrezas que se asocian con las competencias, debido a que los/las alumnas realizan actividades cognitivas superiores por ejemplo, emplear los conocimientos previos para poder construir una solución empleando la imaginación, la deducción, la especulación, el ensayo y la producción de conjeturas, habilidades que en la enseñanza tradicional no son aplicadas, por tanto no son desarrolladas.

Conclusiones

Para lograr desarrollar en los/las estudiantes competencias, es necesario fomentar en Costa Rica una Educación Matemática y que los/las docentes consientes de su responsabilidad de formar para la vida, propicien condiciones de aprendizaje idóneas. Una de las estrategias que promueve este enfoque es la resolución de problemas como estrategia metodológica ya que desarrolla en el/la individuo habilidades de comprensión, análisis, trabajo en equipo solución de conflictos, planificación, entre otras destrezas.

La resolución de problemas permite contextualizar la Educación Matemática, debido a que las situaciones problemas surgen de las aplicaciones de las mismas, por tanto los/las estudiantes comprenden la utilidad de las mismas y se fomenta el interés en ella debido a que son pertinente y tiene relación con sus vidas, un principio fundamental de la formación por competencias.

Consideramos oportuno mencionar que para la utilización de la resolución de problemas como estrategia metodológica para la enseñanza de las Matemáticas, se requiere de una evaluación del desempeño. Los/las estudiantes deben ser observados/as y valorar su accionar mediante la recolección de sus producciones. Para ello existen múltiples estrategias que permiten esta actividad, por ejemplo el portafolio; sin embargo, es necesario aclarar que esta valoración del desempeño difiere de la evaluación sumativa a la que estamos acostumbrados.

Finalmente, instamos a los/las docentes a aplicar la resolución de problemas como una estrategia metodológica, debido a que efectivamente potencia las competencias, desarrolla en los/las estudiantes habilidades para la vida y no solamente para las matemáticas. Esta estrategia permite formar personas capaces de razonar, de enfrentarse a la vida con una actitud de lucha, dispuestos(as) usar el intelecto para resolver los problemas que se presenten con la convicción de ser capaces de lograrlo.

Referencias bibliográficas

Blanco, R. (2007). *Didáctica de las matemáticas.* Universidad de Camagüey. Cuba. Recuperado Junio, 19 de 2007 en http://www.monografias.com/trabajos19/didactica-de-matematica/didactica-de-matematica.shtml

Brousseau, G. (1986). *Fundmentos y Métodos de la Didáctica de la Matemáticas. Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 7, N° 2, 33 – 115. Francia.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica, Del Saber Sabio al Saber Enseñado.* Aique Grupo Editor. Buenos Aires, Argentina.

Farstad, H. (2004). *Las competencias para la vida y sus repercusiones en la educación.* 47 º reunión de la Conferencia Internacional de Educación de la UNESCO. Ginebra.

Pólya, G. (1965) *¿Cómo plantear y resolver problemas?* Editorial Trillas. México.

PREAL (2006). *Cantidad sin Calidad. Un informe del progreso educativo en América Latina.*

Rodríguez, N (2008). *Selección efectiva de personal basada en competencias. ¿Qué son competencias?.* Escuela de Psicología, Universidad Central de Venezuela. Recuperado en Setiembre 13, 2008 en http://www.ilo.org/public/spanish/region/ampro/cinterfor/temas/complab/doc/otros/sel_efe/i.htm

Ruiz, A. & Chavarría, J. (2003). Educación Matemática: Escenario e Ideas para una Nueva Disciplina. UNICIENCIA. Vol 20, N°2, 355-377. Heredia, Costa Rica.

Santos, L. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos.* Editorial Trillas. México.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematics Problem Solving. (*NCTM). The National Council of Teachers of Mathematics. Orlando. Estados Unidos.

Cuenca, E. (2006). *El enfoque por competencias en educación: de la expertez al aprendizaje a lo largo de la vida.* CENGAGE Learning. España.

Villegas, J. (2007, 4 de diciembre). *4 de cada 5 ganaron prueba de Matemáticas en bachillerato.* La Nación. Recuperado en Diciembre 11, 2008 en http://www.nacion.com/ln_ee/2007/diciembre/04/pais1339354.html

Zumbado, M., Espinoza, J., Espinoza, J., González, M., & Ramírez, I. (2008). *"La Resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas: una experiencia con la función exponencial, polígonos y Estadística"* Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.

SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS: PROYECTO DE APRENDIZAJE

Ascheri, María Eva - Pizarro, Rubén A.[1]

RESUMEN

En este trabajo se presenta un proyecto de aprendizaje para introducir a los alumnos de Cálculo Numérico en el estudio de métodos para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias utilizando el software libre Octave.
El objetivo fundamental del proyecto es lograr una comprensión profunda sobre este contenido temático utilizando herramientas didácticas que promuevan la revisión, integración y aplicación de conocimientos. Se plantea entonces, el uso de distintas estrategias didácticas y técnicas tales como aprendizaje cooperativo basado en grupos formales y estrategias de apoyo, aprendizaje basado en la transferencia de los conocimientos adquiridos para resolver actividades que resulten motivadoras (usando herramientas informáticas y técnicas numéricas), y estrategias de enseñanza empleando habilidades esenciales para lograr una enseñanza eficaz y desarrollo de habilidades de pensamiento.
Teniendo como marco de referencia estas estrategias didácticas y técnicas, se planifica un grupo de secuencias didácticas y se muestran algunas de las actividades que se consideran apropiadas para el logro del objetivo planteado. Las actividades seleccionadas incluyen ecuaciones diferenciales que se resuelven con métodos numéricos como el de Euler, el de Heun, el de Runge-Kutta de orden cuatro, el de Adams-Moulton, entre otros, así como también las extensiones de algunos de ellos para la resolución numérica de sistemas lineales.

INTRODUCCIÓN

El tema de las ecuaciones diferenciales ordinarias no sólo es una de las partes más bellas de las matemáticas, sino que además es una herramienta esencial para modelar muchas situaciones físicas. Estas ecuaciones también han demostrado su utilidad en ecología, ingeniería, economía, medicina, entre otras ciencias. El problema depredador–presa se ha vuelto un ejemplo clásico de las ecuaciones diferenciales. De la teoría básica de ecuaciones diferenciales ordinarias, es sabido que los métodos analíticos para resolver una ecuación diferencial están limitados a ciertas formas especiales de ecuaciones. Por el contrario, los métodos numéricos no tienen tales limitaciones a sólo formas estándares. Además, muchas de las ecuaciones diferenciales de significancia práctica no se pueden resolver usando métodos analíticos de cálculo, por lo que se necesitan aproximaciones numéricas. En consecuencia, es necesario disponer de métodos que aproximen la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias que aparecen en un gran número de problemas de ciencia e ingeniería.

[1] Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa - Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa - Argentina
mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar

Como nuestros alumnos de Cálculo Numérico pertenecen a las carreras de “Profesorado en Matemática”, “Licenciatura en Física” e “Ingeniería Civil”, consideramos importante que puedan disponer de las nociones básicas relativas al tema “*Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias*”, aunque éste no se encuentre inserto en la currícula tradicional del curso. El uso de los métodos de solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias es una habilidad fundamental que caracteriza a un buen ingeniero, un físico y, más generalmente, a todo profesional interesado en la matemática aplicada.

A fin de fomentar el aprendizaje de nuestros alumnos, de alentarlos, guiarlos y ayudarlos a adquirir una comprensión profunda de este tema, decidimos organizar un proyecto de aprendizaje para su enseñanza empleando distintas estrategias didácticas y técnicas, y que incluyera actividades motivadoras que conduzcan a los alumnos a comprometerse activamente durante su desarrollo. Puesto que los métodos numéricos, en su mayor parte, están elaborados para implementarse en una computadora, se ha previsto además, utilizar el software Octave (Eaton, 1997) como herramienta informática colaboradora en el proceso de enseñanza-aprendizaje relativo a la resolución numérica de los problemas que se abordarán.

MARCO TEÓRICO

El proyecto de aprendizaje relativo al tema “*Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias*”, incluye un conjunto de secuencias de clases, organizadas y articuladas en el tiempo, de forma coherente, teniendo como base los resultados obtenidos de una experiencia previa (Ascheri y Pizarro, 2006), en la cual se utilizaron las mismas estrategias didácticas y técnicas para el desarrollo de otro contenido temático de Cálculo Numérico:

- Aprendizaje basado en la transferencia de los conocimientos adquiridos para resolver actividades que resulten motivadoras, usando herramientas informáticas y técnicas numéricas.
- Estrategias de enseñanza: empleo de habilidades esenciales para una enseñanza eficaz y desarrollo de habilidades de pensamiento (Eggen y Kauchak, 1999).
- Aprendizaje cooperativo (Johnson y cols., 1999).
- Estrategias de apoyo (Pozzo Municio, 1994).

Las herramientas informáticas y las técnicas numéricas que usaremos son, respectivamente, la computadora y el software Octave, y los métodos numéricos clásicos de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (Burden y Faires, 2002; Chapra y Canale, 1992; Gerald y Wheatley, 2000; Mathews y Fink, 2000; Sánchez y Souto, 2005).

Es claro que los docentes tienen un impacto fundamental en la cantidad que aprenden sus alumnos. A tal efecto, Eggen y Kauchak (1999) describen las *habilidades esenciales de enseñanza* como las actitudes, habilidades y estrategias decisivas del docente necesarias para fomentar el aprendizaje del alumno. Estas son interdependientes y ninguna sola es tan efectiva como lo es en conjunto con las otras. Son habilidades esenciales las siguientes:

- Organización efectiva por parte del docente.
- Alineamiento de la enseñanza.
- Foco (foco introductorio y foco sensorial).
- Comunicación del docente.
- Retroalimentación y monitoreo.
- Revisión y cierre.

El *aprendizaje cooperativo basado en grupos formales* (Johnson y cols., 1999), es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos durante un período de una hora a varias semanas de clases para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. La conformación de estos grupos les brinda la posibilidad de practicar y desarrollar habilidades, de alcanzar objetivos comunes, de observar y reflexionar sobre los resultados obtenidos, de optimizar el rendimiento académico a nivel individual y grupal. El docente debe supervisar el aprendizaje de los alumnos e intervenir en los grupos para brindar apoyo en la tarea a realizar o para mejorar el desempeño interpersonal y grupal.

Las *estrategias de apoyo* (Pozzo Municio, 1994), son una serie de procesos de apoyo necesario para cualquier aprendizaje: mantener la atención y la concentración, estimular la motivación y la autoestima, crear un clima de cooperación entre los miembros de cada grupo, unirlos en torno al objetivo propuesto. Esto es, al explicar una tarea, el docente debe emplear estímulos u objetos concretos, figuras, materiales expuestos en retropoyector e incluso información escrita. También, puede ofrecer una estructura visual adecuada al proceso de pensamiento que requiera la actividad a realizar. Este *organizador visual* debe ayudar a los alumnos a organizar sus pensamientos. Pero también hay que enseñarles cómo usarlo para que puedan utilizar este tipo de estructuras cuando deban emitir sus juicios y exponer sus fundamentos. Son *organizadores visuales* (Johnson y cols., 1999):

- Diagramas radiales, en cadena, reticulado y de Venn.
- Mapas conceptuales.
- Esquemas.
- Gráficos.

Disponiendo de este marco de referencia, elaboramos un grupo de secuencias didácticas, poniendo nuestros esfuerzos en lograr una comprensión profunda del tema "*Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias*", e intentando emplear habilidades esenciales para una enseñanza eficaz. Para ello tuvimos en cuenta el contexto en el cual se sitúa la asignatura Cálculo Numérico:

Carreras - Año: Ing. Civil - 2º; Lic. en Física - 3º; Prof. en Matemática - 3º.

Modalidad de cursado: Promoción sin examen final. **Régimen:** Cuatrimestral.

Número promedio de alumnos: 20. (Cada alumno dispone de una computadora).

Secuencias didácticas

Primero se realizarán en el aula cuatro secuencias didácticas de dos horas reloj cada una. En ellas, se ha planificado dar las herramientas necesarias para la comprensión y organización de la tarea que se les solicitará a los alumnos realicen según el saber matemático:

- Se dará, primero, una breve información sobre la tarea que los alumnos deberán concretar (*foco introductorio*).
- Se desarrollará el teórico de forma tradicional (*comunicación del docente*).
- Se presentarán ejemplos y ejercicios trabajados con calculadora (*foco sensorial*).
- Se explicará detalladamente en qué consiste la tarea que se les asignará y cómo deberán realizarla, cuáles son sus alcances y los resultados esperados (*organización efectiva, alineamiento de la enseñanza, foco, comunicación del docente*). Esto es,
  - Se formulará el objetivo fundamental correspondiente a la tarea asignada:

Resolver actividades utilizando métodos numéricos y herramientas informáticas para lograr una revisión, integración y aplicación de conocimientos relativos al tema: "*Solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias*".

  - Se realizará una síntesis explicativa de los conceptos a aplicar utilizando un *esquema* como *organizador visual*. Esto permitirá complementar el *foco* *introductorio* y ayudará a mantener la atención, dando elementos visuales como forma de *foco sensorial*.

- Se explicará la metodología y los procedimientos a seguir para realizar la tarea:
  - Trabajo en la sala de cómputos.
  - Empleo de grupos formales de aprendizaje cooperativo.
  - Elaboración de programas de los distintos métodos numéricos usando Octave.
  - Resolución de actividades utilizando estos programas.
  - Redacción de un informe final por parte de cada grupo de acuerdo a un análisis, comprensión y organización conceptual de la información. El informe deberá contener los programas correspondientes, las resoluciones de las situaciones problemáticas planteadas y la formulación de una conclusión.
- Se explicarán los criterios de evaluación del trabajo en grupo, a saber:
  - Presentación, exposición y defensa del informe escrito.
  - Nivel participativo de los integrantes de cada uno de los grupos.
  - Trabajo académico de cada grupo con respecto a los restantes grupos.
- Se dará el nivel de rendimiento académico requerido a cada grupo para aprobar la tarea asignada:
  - No deberá ser inferior a 7 (siete) puntos.
  - Si todos los grupos logran una puntuación no inferior a 7 (siete), cada grupo tendrá un punto adicional (*estrategia de apoyo*).

Luego, se destinarán cuatro secuencias más de dos horas reloj cada una para desarrollar la tarea. Estas se llevarán a cabo en la sala de computación:

- Se realizarán los programas utilizando el software matemático libre Octave.
- Se utilizarán estos programas para resolver las distintas actividades propuestas.
- Se presentará, expondrá y defenderá el informe final.
- Se inducirá a la discusión y puesta en común.

En estas secuencias, el docente deberá asistir, guiar y dirigir a los alumnos para que puedan establecer las relaciones conceptuales pertinentes, aplicar estrategias de manera eficaz intercambiando opiniones con sus pares y con el docente, y obtener una respuesta definitiva y satisfactoria a las preguntas formuladas. Se espera que en ellas se produzca el intercambio de experiencias, permita aunar criterios y efectuar tareas remediales, si fuesen necesarias (*retroalimentación y monitoreo*).

Se presentan aquí tres de las actividades que se les entregarán a los alumnos para que realicen la tarea. Los casos de estudio se han buscado de manera que proporcionen ilustraciones reales de las características y factores de importancia mencionados en las clases teóricas, y que permitan al alumno alcanzar los siguientes objetivos:

Objetivos generales de estudio:

- Ampliar sus habilidades para confrontar y resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Dominar los distintos métodos numéricos, tener la capacidad de valorar la confiabilidad de las respuestas, y ser capaz de escoger "el mejor" método (o métodos) de cualquier problema en particular.
- Elaborar programas que puedan usarse en estas (y otras) aplicaciones científicas.

Objetivos específicos de estudio:

- Entender la representación visual de los distintos métodos numéricos.
- Entender la diferencia entre los errores de truncamiento locales y globales, y cómo se relacionan con el método numérico elegido para la solución de un problema.
- Conocer el orden y la dependencia de los tamaños de paso de los errores de truncamiento para todos los métodos que se describen, y comprender cómo estos errores influyen en la exactitud de los métodos.
- Conocer la diferencia entre los métodos de un solo paso y los de pasos múltiples.
- Entender y saber aplicar cualquiera de los métodos numéricos estudiados a diversos problemas de ciencias y de ingeniería.

Objetivos de las estrategias y técnicas:

- Provocar un clima que incremente el aprendizaje y la motivación.
- Propiciar una comprensión profunda del tema a través de la revisión, integración y aplicación de conocimientos previos.
- Reconocer y comprobar la utilidad de los métodos numéricos y la computadora.
- Desarrollar habilidad y destreza en el procesamiento de información científica (recolectar, organizar, interpretar y validar).
- Desarrollar las actividades integrando un grupo formal de aprendizaje cooperativo.

- Producir el intercambio de experiencias y puesta en común de los resultados obtenidos.
- Promover habilidades de pensamiento crítico y de nivel superior a través de la formulación de conclusiones basadas en la evidencia.
- Mostrar, tanto al alumno como al docente, una evaluación de los saberes enseñados y aprendidos.

Actividad 1. Nos proponemos:

- Ilustrar el uso del método de Euler y el de Heun.
- Graficar y comparar las soluciones obtenidas con la verdadera. Por ello se muestra la solución analítica exacta, aunque sea poco factible en la mayoría de los problemas.
- Probar y validar los programas realizados.

Trayectoria de un proyectil. Consideremos un proyectil que se dispara hacia arriba y luego cae siguiendo una trayectoria rectilínea. Si la resistencia del aire es proporcional a la velocidad, entonces el problema de valor inicial para la velocidad $v(t)$ es

$$v' = -10 - (K/M)\, v \quad \text{con} \quad v(0) = v_0$$

siendo v_0 la velocidad inical, M la masa y K el coeficiente de resistencia del aire. Supongamos que $v_0 = 40$ m/s, $K/M = 0.1$, $h = 0.5$ y $t = [0, 4]$.

a) Utilizando sus programas, determine las aproximaciones de Euler y de Heun.

b) Para cada caso, dibuje su solución y la solución exacta $v(t) = 140\, e^{-t/10} - 100$ en una misma gráfica.

c) De acuerdo a los resultados obtenidos, formule una conclusión.

Actividad 2. Nos proponemos:

- Ilustrar el uso del método de Euler y el de Runge-Kutta de cuarto orden.
- Comparar las aproximaciones obtenidas con el valor real analizando el error global.
- Probar y validar los programas realizados.

Crecimiento logístico de una población. Se supone que la curva de población $P(t)$ para los Estados Unidos de América en el siglo XX obedece a la ecuación diferencial logística $P' = aP - bP^2$ siendo $a = 0.02$ y $b = 0.00004$. Denotemos por t los días transcurridos desde 1900 y tomemos como tamaño de paso $h = 10$.

a) Utilizando sus programas, determine las aproximaciones de Euler y de Runge-Kutta de orden cuatro (RK4), y rellene la siguiente tabla:

Año	t_k	$P(t_k)$ real	P_k, aprox. de Euler	Error global final, Euler	P_k, aprox. de RK4	Error global final, RK4
1900	0.0	76.1	76.1	0.0	76.1	0.0
1910	10.0	92.4				
1920	20.0	106.5				
1930	30.0	123.1				
1940	40.0	132.6				
1950	50.0	152.3				
1960	60.0	180.7				
1970	70.0	204.9				
1980	80.0	226.5				

b) Compare las aproximaciones obtenidas con la solución verdadera.

c) De acuerdo a los resultados obtenidos, formule una conclusión.

Actividad 3. Nos proponemos:

- Ilustrar el uso del método de Runge-Kutta de orden cuatro para sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales.
- Graficar, analizar y comparar las aproximaciones obtenidas.
- Probar y validar el programa elaborado.

El modelo depredador-presa. En un cierto hábitat viven conejos y linces, cuyas poblaciones en un instante t denotamos por $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente. El modelo depredador-presa establece que $x(t)$ e $y(t)$ verifican el sistema

$$x'(t) = A\,x(t) - B\,x(t)\,y(t) \qquad y'(t) = C\,x(t)\,y(t) - D\,y(t)$$

Una simulación típica con una computadora usaría como coeficientes $A = 3$, $B = 0.002$, $C = 0.0006$, $D = 0.5$.

a) Use el programa que implementa el método de Runge-Kutta para resolver el sistema usando $h = 0.1$ en los siguientes casos:

i) $x(0) = 2$ conejos e $y(0) = 1$ lince en el intervalo [0, 2]

ii) $x(0) = 50$ conejos e $y(0) = 10$ linces en el intervalo [0, 10].

iii) $x(0) = 900$ conejos e $y(0) = 1500$ linces en el intervalo [0, 20]

iv) $x(0) = 5000$ conejos e $y(0) = 100$ linces en el intervalo [0, 4].

b) Para cada caso, dibuje una gráfica de las soluciones de este problema representando ambas poblaciones con el tiempo y formule una conclusión.

RESULTADOS ESPERADOS

Adicionalmente al logro de los objetivos antes enunciados, mediante la realización de este proyecto de aprendizaje, en la cual los alumnos piensan acerca de y con lo que están aprendiendo, se espera lograr la retención, la comprensión y el uso activo del conocimiento. Aplicarán el conocimiento del contenido aprendido a actividades que los llevarán a comprometerse activamente durante su desarrollo. Se logrará así una comprensión profunda de este tema específico, incrementando la habilidad para usar eficazmente los procesos cognitivos básicos (observar, analizar, formular conclusiones) y favoreciendo el desarrollo de actitudes y disposiciones asociadas con los pensamientos de nivel superior y crítico.

El desempeño de los grupos formales de aprendizaje cooperativo, su coordinación, dirección y asistencia será una tarea que el docente deberá desarrollar y supervisar continuamente, y que requerirá de un cierto período de maduración de la clase, puesto que en una primera instancia se podrían producir situaciones conflictivas ante la incertidumbre de lo desconocido, alumnos poco interesados, heterogeneidad de los grupos, diferencias entre los integrantes de cada grupo, interpretación errónea de la situación problemática planteada, no-coordinación entre los diferentes registros de representación semiótica, errónea, escasa o nula interpretación de los resultados obtenidos, entre otras. No obstante ello, si los alumnos comprenden con claridad que el trabajo de cada miembro es indispensable para que el grupo logre sus objetivos, y que cada uno de ellos tiene algo exclusivo que aportar al esfuerzo en conjunto debido a la información que dispone, al rol que desempeña y a su responsabilidad en la tarea, se logrará incrementar la responsabilidad de cada uno de los integrantes de los grupos y hará que los alumnos se sientan protagonistas de su aprendizaje, desalentando la formación de alumnos pasivos. Todo ello ayudará a optimizar el rendimiento académico y a establecer relaciones positivas entre los alumnos.

Además, se espera que las herramientas numéricas e informáticas propuestas para hacer la tarea, induzcan diversos modos de representación, comprensión y conceptualización. Estas herramientas tendrán un papel decisivo en el aprendizaje de la temática aquí abordada, pues permitirán garantizar el control de la acción y la respuesta. Pero también, podrán ser un obstáculo para los alumnos. Las dificultades que pueden enfrentar no sólo dependerán de la noción aplicada sino del empleo del instrumento tecnológico propuesto, el que a su vez les permitirá obtener resultados, revisarlos, verificarlos y controlarlos. Sin embargo, se espera que la implementación de los métodos numéricos en programas simples sea una herramienta de aprendizaje de los mismos, ampliando la habilidad de los alumnos en el uso de la computadora, aumentando la pericia matemática y la comprensión de los principios científicos básicos. La formación de los conocimientos científicos se logrará a partir del uso progresivo y durante un cierto período de las herramientas empleadas. Para lograr resultados positivos en la concreción del proyecto de aprendizaje, el docente deberá asistir, dirigir y coordinar el proceso de aprendizaje acorde a las estrategias y técnicas propuestas.

BIBLIOGRAFÍA

Ascheri, M. E. y Pizarro, R. A. (2006). *Aplicación del aprendizaje cooperativo en el tema: solución de sistemas de ecuaciones lineales*. VIII SEM. ISBN-10:987-20239-4-8, pp. 1-19. Argentina: EMAT Editora.

Burden, R. y Faires, J. (2002). *Análisis Numérico*. México: International Thomson Ed.

Eaton, J. W. (1997). Octave: Interactive language for numerical computations. (V. 2.1.x) [Software y manual]. En línea: http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/index.html

Edwards, C. H., JR y Penney, D. E. (1994). *Ecuaciones diferenciales elementales y problemas con condiciones en la frontera*. México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Eggen, P. D. y Kauchak, D. P. (1999). *Estrategias Docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento.* México: Fondo de Cultura Económica.

Gerald, C. y Wheatley, P. (2000). *Análisis Numérico con aplicaciones*. México: Pearson Educación.

Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Argentina: Editorial Paidós SAICF.

Mathews, J. y Fink, K. (2000). *Métodos Numéricos con MATLAB*. España: Prentice Hall.

Nakamura, S. (1992). *Métodos Numéricos Aplicados con Software*. México: Prentice Hall.

Pozzo Municio, J. (1994). *La solución de problemas*. España: Grupo Santillana de Editores.

Sánchez, J. y Souto, A. (2005). *Problemas de Cálculo Numérico para Ingenieros con Aplicaciones MATLAB*. España: Mc Graw - Hill / Interamericana de España, S. A. U.

El papel de los registros semióticos en el aprendizaje de las transformaciones lineales

Marta Caligaris, Georgina Rodríguez y Lorena Laugero

Resumen

Para generar la comprensión de un objeto matemático en un estudiante, es necesario que disponga de distintas representaciones del mismo y transite de una representación a otra según el tratamiento que se dé a dicho objeto. Se puede afirmar que un alumno ha comprendido un concepto cuando éste manifieste que ha enriquecido sus redes internas de conocimiento. Y esta manifestación sólo puede hacerse a través de los sistemas de representación y mediante las actividades asociadas a los mismos.

La incorporación de programas computacionales puede ser un recurso didáctico facilitador de los procesos de aprendizaje. Estas tecnologías constituyen también un medio para articular los distintos registros semióticos de un concepto.

El aprendizaje del tema "transformaciones lineales" presenta en general dificultades debido al carácter abstracto con el que se lo presenta y a la falta de articulación entre sus distintos registros semióticos. Este trabajo presenta una forma alternativa de enseñar una de las aplicaciones de las transformaciones lineales haciendo uso de ventanas personalizadas generadas en Scilab, en las que el alumno podrá efectuar distintas conversiones entre representaciones del objeto matemático en estudio.

Introducción

Tradicionalmente los problemas asociados a transformaciones lineales se resuelven haciendo uso únicamente de definiciones dadas junto con argumentos derivados de la lógica. Esta situación hace que los alumnos manipulen dichas definiciones en forma rutinaria, sin otorgarles significado [1]. La falta de articulación entre los diferentes registros semióticos dificulta la comprensión e internalización de los conceptos matemáticos involucrados y, por lo tanto, impide su transferencia a otros contextos.

El carácter abstracto con el que se presenta el tema, hace que se dificulte su aprendizaje. Así, por ejemplo, los alumnos encuentran inconvenientes cuando deben plantear la matriz asociada a una transformación conociendo únicamente la gráfica de una figura y su imagen.

La incorporación de programas computacionales puede ser un recurso didáctico facilitador de los procesos de aprendizaje. La contribución de las nuevas tecnologías puede centrarse en la creación de medios personalizados que mejor se adapten a los requerimientos pedagógicos. Estas tecnologías constituyen también un medio para articular los distintos registros semióticos de un concepto [2].

Este trabajo presenta una forma alternativa de enseñar una de las aplicaciones de las transformaciones lineales haciendo uso de ventanas personalizadas generadas en Scilab.

Además, se mostrarán algunos ejemplos en donde se pone en evidencia de qué forma el alumno podrá efectuar distintas conversiones entre representaciones del objeto matemático en estudio haciendo uso del recurso propuesto.

Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – San Nicolás – Argentina – gie@frsn.utn.edu.ar

La importancia de los registros semióticos

Una particularidad que tiene la matemática es que un objeto sólo puede describirse a través de alguna de sus representaciones o registros debido a que no se puede tener acceso directo al mismo mediante la percepción o por medio de una experiencia intuitiva inmediata. En este sentido, se requiere de un registro que permita realizar una serie de actividades cognitivas, a través de los cuales el alumno pueda aproximarse a dicho objeto. Pero, para generar la comprensión de un objeto matemático, es necesario que el alumno pueda disponer de distintas representaciones del mismo y transitar de una representación a otra según el tratamiento que se dé a dicho objeto. Por lo tanto, si un alumno dispone de una sola representación, el objeto que pretende identificar a través de ésta, no podrá ser independizado de la representación y por ende confundirá el objeto con esa única representación que conoce [3].

Duval [4] distingue dos tipos de operaciones cognitivas de representación en el pensamiento matemático: el tratamiento y la conversión. El tratamiento de una representación es la transformación de la misma en otra dentro del mismo registro donde ha sido formada. En cambio, la conversión requiere de un cambio de registro: es la transformación de una representación en otra, correspondiente a otro registro, en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

Una exigencia básica para la comprensión de un concepto matemático por parte de un estudiante es la coordinación o articulación entre sus diferentes representaciones. Es decir, se puede afirmar que un alumno ha comprendido un concepto cuando éste manifieste que ha enriquecido sus redes internas de conocimiento. Y esta manifestación sólo puede hacerse a través de los sistemas de representación y mediante las actividades asociadas a los mismos. Por lo tanto, la coordinación de registros no es la consecuencia del entendimiento matemático sino que es una condición esencial debido a que cada sistema de representación permite ver una faceta diferente del objeto a estudiar y pone de manifiesto algunas de sus propiedades relevantes. Esto quiere decir que toda representación es cognitivamente parcial en referencia a lo que ella representa y que si cada sistema de representación ofrece una consideración parcial para un concepto, el cruce de representaciones relativas a ese concepto mejora la comprensión sobre el mismo [5].

Bajo esta perspectiva, una de las actividades fundamentales del docente es enfrentar a los alumnos a actividades en donde, para poder resolverlas, necesiten realizar conversiones y articulaciones entre distintas representaciones.

Generación de ventanas personalizadas en Scilab

Si bien existen programas computacionales simbólicos que ofrecen herramientas interactivas donde el alumno puede realizar diversas actividades sin necesidad de manejar la sintaxis de los comandos requeridos, las mismas no siempre satisfacen las exigencias y requerimientos que se presentan en la cátedra. Además, es importante destacar que los estudiantes no siempre tienen la posibilidad de disponer de dichos programas debido a que no son gratuitos. Por esta razón, para el estudio de una de las aplicaciones de las transformaciones lineales, se hizo uso de la posibilidad que brinda SCILAB para diseñar interfaces gráficas personalizadas utilizando la potencia de cálculo y graficación que dispone el software.

SCILAB es un lenguaje de programación de alto nivel para cálculo científico, interactivo de libre uso y disponible en múltiples sistemas operativos (Unix, GNU/Linux, Windows, Solaris, Alpha) desarrollado por INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique) y la ENPC (École Nationale des Ponts et Chaussées) desde 1990.

Aunque SCILAB fue creado para trabajar numéricamente, también es posible hacer algunos cálculos simbólicos. El mismo posee cientos de funciones matemáticas y la posibilidad de integrar programas en los lenguajes más usados (FORTRAN, Java, C y C++).

En el sitio www.scilab.org se puede obtener gratuitamente el programa así como también documentación de introducción al uso del mismo.

Las transformaciones lineales: movimientos en el plano

El estudio de los movimientos en el plano es una de las aplicaciones más clásicas de las transformaciones lineales en R^2. Con el objeto de que los alumnos puedan comprender cómo se construye la matriz asociada a una transformación conociendo la gráfica de una figura y su imagen o determinar cuál es el efecto geométrico que se obtiene conociendo la matriz de transformación, se elaboraron distintas ventanas personalizadas.

La Figura 1 muestra una ventana personalizada en la que se indica la forma en que se obtiene la matriz de una transformación lineal de R^2 en R^2, utilizando la base canónica. De la observación de los ejemplos planteados, los alumnos comprenderán cómo se construye la matriz asociada a una transformación.

Para hallar la matriz de una transformación respecto de una base cualquiera en cada espacio, se determinan las imágenes dadas por T de los vectores de la base del primer espacio. Luego, se expresan estas imágenes como combinaciones lineales de los vectores de la segunda base. La transpuesta de la matriz de coeficientes es la matriz de la transformación lineal respecto de las bases dadas en ambos espacios [6].

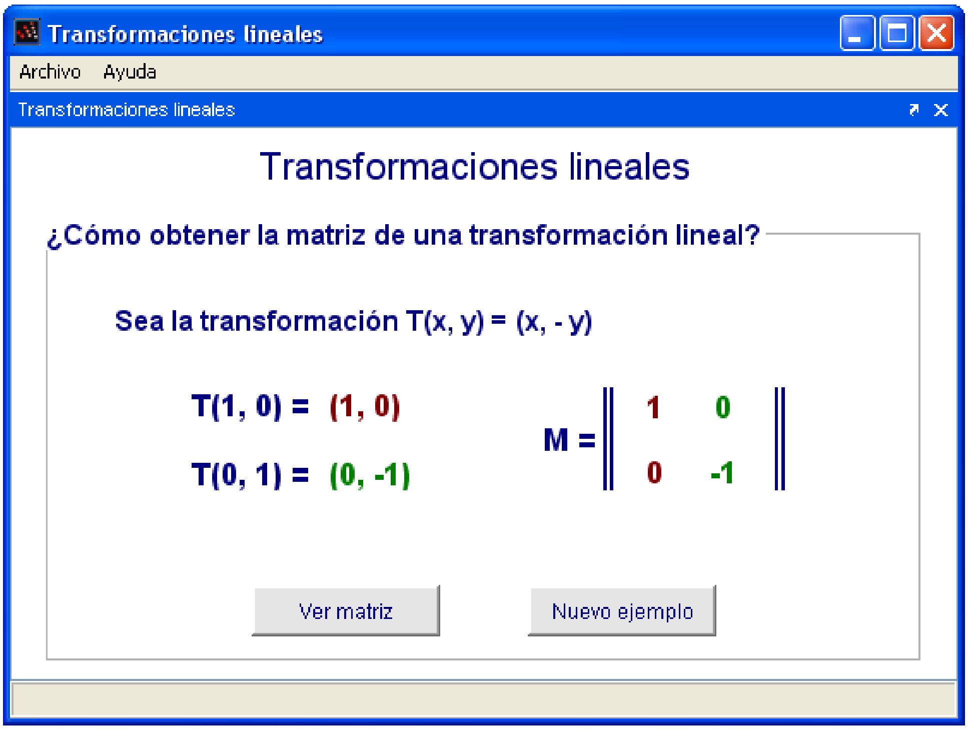


Figura 1. Transformaciones en el registro algebraico.

Si bien las ventanas han sido diseñadas con interfaces gráficas de fácil entendimiento, es posible obtener breves descripciones de las mismas mediante el menú **Ayuda**.

En la ventana que se observa en la Figura 2, el alumno, conociendo la matriz de transformación, deberá determinar cuál de las dos representaciones gráficas es la imagen, así como clasificar tal transformación.

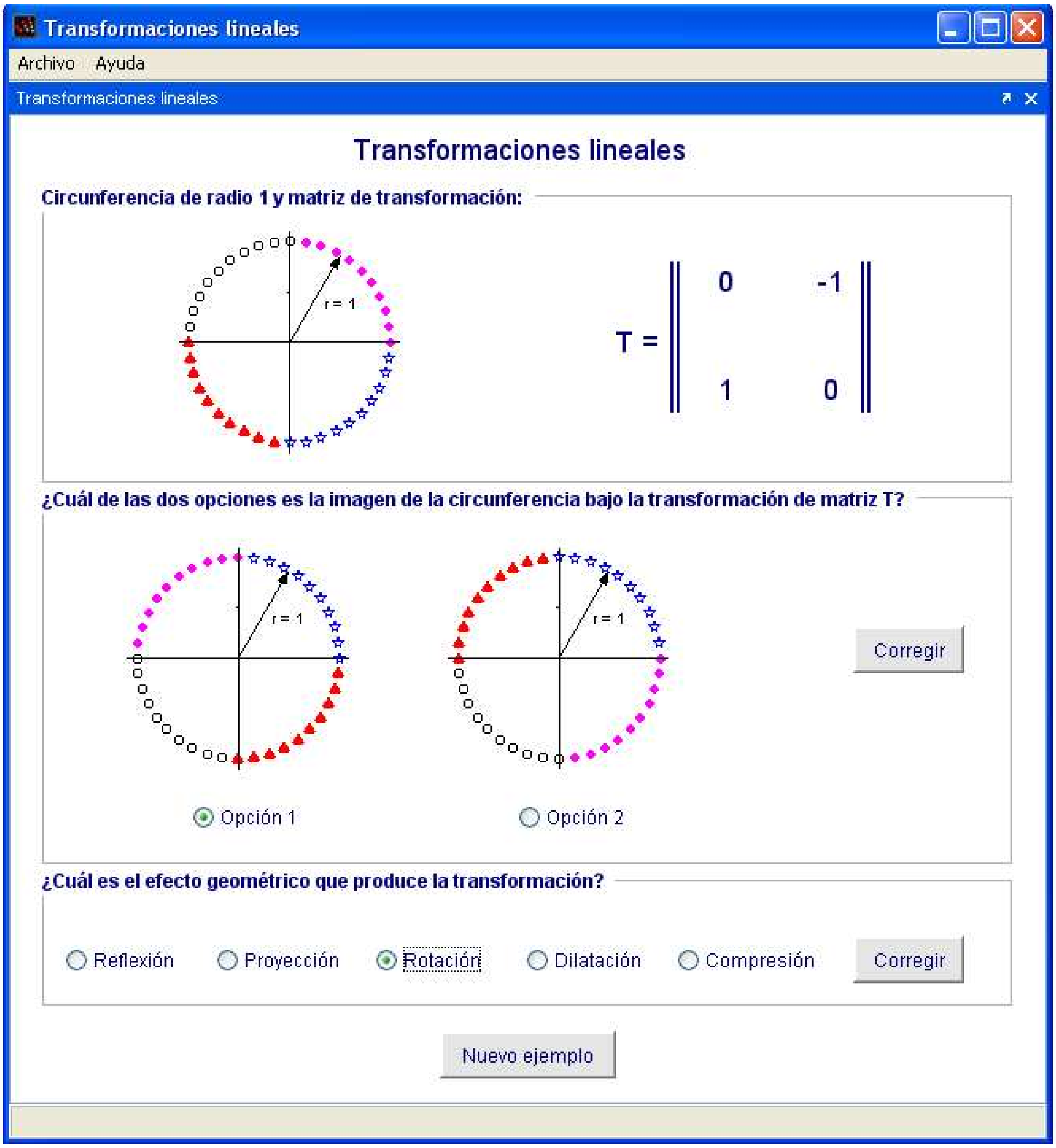


Figura 2. Conversión del registro algebraico al gráfico.

Cuando el alumno abre la ventana, aparece en la misma la primera situación propuesta a resolver. Una vez que se ha seleccionado la opción que se considere que es la imagen de la transformación, se podrá comprobar si la respuesta es correcta. Para ello, se deberá pulsar el botón **Corregir**, para obtener uno de los mensajes que se muestran en la Figura 3.

Figura 3. Mensajes que aparecen al presionar el botón Corregir.

De manera similar, se podrá determinar si el efecto geométrico elegido es el que corresponde a la transformación lineal propuesta.

Una vez que el alumno ha respondido las dos preguntas planteadas, podrá obtener un nuevo ejemplo presionado el botón que se encuentra en la parte inferior. Cuando se completen todas las situaciones propuestas, aparecerá el mensaje que se muestra en la Figura 4 en donde se invita a continuar trabajando con la ventana de conversión del registro gráfico al algebraico.

Figura 4. Mensaje que aparece al completar todos los ejemplos.

Al interactuar con la ventana, los alumnos podrán realizar actividades de conversión (algebraico – gráfico), así como articular dichas representaciones semióticas en una interfaz gráfica amigable, focalizando su atención en el objeto de estudio sin preocuparse por los comandos necesarios.

Si bien la coordinación entre las representaciones queda de manifiesto por medio de la espontaneidad de la conversión cognitiva, en algunos casos, los estudiantes no reconocen más al objeto matemático en estudio cuando la dirección de conversión es cambiada [4]. Por esta razón, para reforzar la coordinación entre los registros semióticos que se ponen en juego al resolver cada situación se diseñó la ventana que se muestra en la Figura 5.

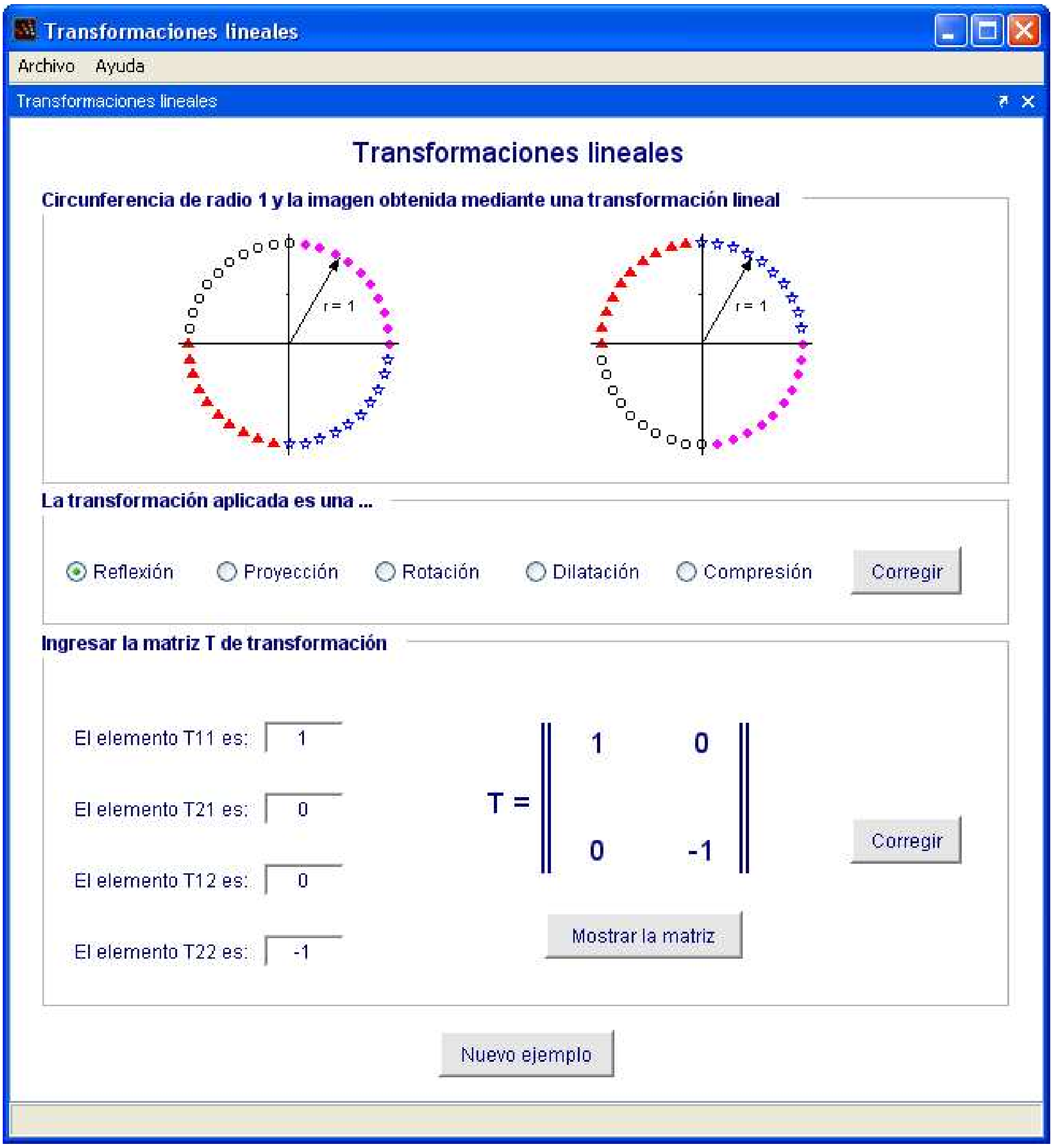


Figura 5. Conversión del registro gráfico al algebraico.

Como se puede observar en el ejemplo, el alumno deberá en primer lugar identificar la transformación aplicada para posteriormente escribir la matriz asociada a la misma. Al igual que en la ventana anterior, el alumno tendrá la posibilidad de saber si el movimiento en el plano seleccionado y la matriz ingresada son correctos.

Es conveniente que esta tercera ventana se utilice una vez que el alumno haya trabajado con la anterior ya que la conversión del registro gráfico al algebraico implica un mayor grado de dificultad que cuando se efectúa la conversión en sentido contrario. De esta manera, cuando el alumno haya comprendido y adquirido experiencia de cómo se determina cuál es el movimiento en el plano asociado a cada matriz de transformación, le será más sencillo escribir dicha matriz conociendo el efecto geométrico que produce.

Una vez realizados todos los ejemplos propuestos en esta ventana, aparecerá un mensaje similar al que se muestra en la Figura 4 en donde se lo invita a continuar trabajando con transformaciones lineales de mayor complejidad.

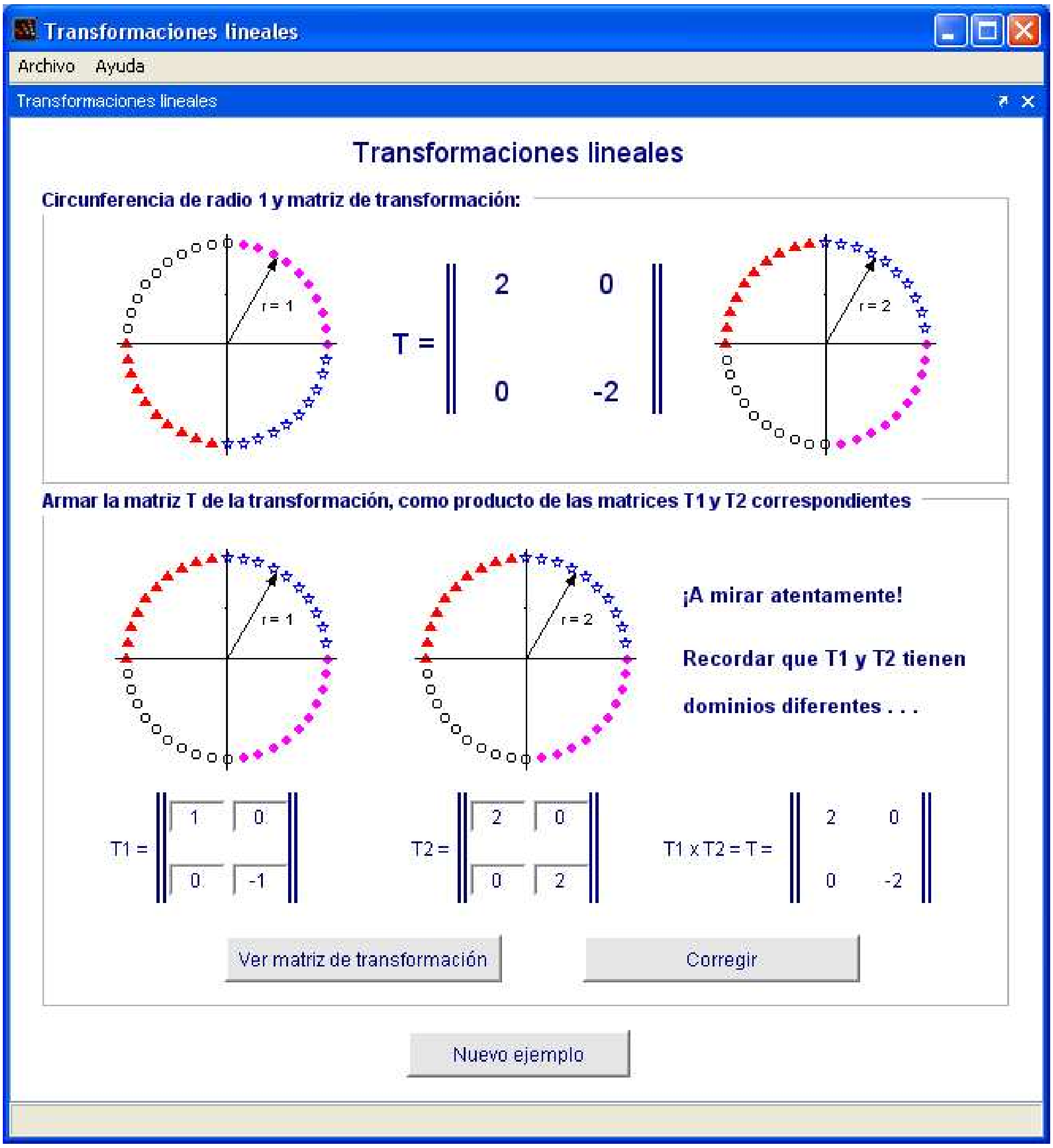


Figura 6. Ventana de composición de transformaciones.

En la Figura 6 se muestra la ventana de composición de transformaciones. A diferencia de las anteriores, el alumno deberá analizar con mayor cuidado cuál es el dominio de cada una de las transformaciones involucradas para poder escribir correctamente la matriz asociada a ellas.

Esta secuenciación, en cuanto a la forma de presentación de las diversas ventanas, se debe al hecho de ir planteando situaciones que no se conviertan para el alumno en un obstáculo para la compresión del concepto matemático tratado.

Conclusiones

El uso de recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza promueve la creación de ambientes que hacen posible que los alumnos conjeturen, experimenten, analicen, argumenten, reflexionen sobre sus propios errores. Así, Gómez [7] sostiene:

> *... las nuevas tecnologías abren espacios en los que el estudiante puede vivir experiencias matemáticas difíciles de reproducir con los medios tradicionales como el lápiz y el papel. En estas experiencias matemáticas el estudiante puede realizar actividades de exploración en las que es posible manipular directamente los objetos matemáticos y sus relaciones y en las que él puede construir una visión más amplia y más potente del contenido matemático.*

Por esta razón, las ventanas personalizadas, como las que se han mostrado en el presente trabajo, no sólo son herramientas que permiten articular las diferentes representaciones semióticas de un concepto matemático sino que son un medio que ofrecen posibilidades didácticas y pedagógicas de gran alcance.

No obstante, cabe destacar, que la sola presencia de este tipo de recursos no hace que sea más sencillo el proceso de comprensión de un objeto matemático o que permita el desarrollo de competencias cognitivo – lingüísticas por parte del alumno. Es el docente quien por medio de su adecuada intervención posibilitará el logro de tales objetivos.

Bibliografía

[1] Oropeza Legorreta, C. & Lezama Andalón, J. (2008). *La visualización, como estrategia de estudio en el concepto de dependencia e independencia lineal*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 21, 23 – 31. México.

[2] Milevicich, L. & Lois, A. (2008). *La resolución de problemas de cálculo integral en un entorno informático*. 11ht International Congress on Mathematical Education. Monterrey, México.

[3] Duval, R. (1998). *Signe et Objet, I, II Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 6*, citado por Farfán, R & Rivera, A. (2001). *El obstáculo del formalismo y los modos de pensamiento en el caso de transformaciones lineales*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 14, 361 – 369. Panamá.

[4] Duval, R. (1999) *Representation, vision y visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning*. En Hitt, F & Santos, M. (Eds). *Proceeding of the Twenty – fist Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol I, 23 – 26. México.

[5] Romero Albaladejo, I. (2000). *Representación y comprensión en pensamiento numérico*. En Contreras, C., Carrillo, J., Climent, N. & Sierra, M. (Eds), Cuarto Simposio de la sociedad española de investigación en Educación Matemática. 35 – 46. Huelva: Universidad de Huelva.

[6] Rojo, A. (1981). *Álgebra II*. (7). Buenos Aires, Argentina: El Ateneo.

[7] Gómez, P. (1997). *Tecnología y educación matemática*. Revista de Informática Educativa. Vol 10, Nº 1, 93 – 111. Colombia.

La Opinión de Estudiantes de Licenciatura sobre la Implementación de Clases Semipresenciales Utilizando una Plataforma de Educación a Distancia en la Universidad de Colima, México.

Mireya Sarahí Abarca Cedeño[1], Ma. De Lourdes Covarrubias Venegas[2], Ángel Rafael Vargas Valencia[3], Imelda del Rocío Govea Romo[4]

Resumen

.
En un mundo en constante cambio, donde la tecnología se vuelve parte de nuestra manera de vivir y donde el campo laboral e incluso el de las ideas, se ven enmarcados por la competitividad, siendo más competente el que cuente con las mejores herramientas y que sobre todo sepa utilizarlas de la manera más eficiente, no podemos negar que se hace necesaria la implementación de estas nuevas y no tan nuevas pero si cambiantes tecnologías de la información y la comunicación en el aula de clases.

Por lo anterior, la presente investigación, de tipo exploratorio, tuvo como objetivo conocer la opinión de estudiantes de segundo semestre de licenciatura sobre implementación de trabajo semipresencial en una asignatura durante un semestre, utilizando la Plataforma de Educación a Distancia (EDUC) de la Universidad de Colima.

Se seleccionó al grupo de segundo semestre de la Licenciatura en Educación Media Especializada en Matemáticas de la Universidad de Colima, pues este grupo estuvo trabajando a lo largo de todo el semestre con la modalidad semipresencial. El grupo estaba integrado por 28 alumnos.

Para evaluar la opinión hacia la modalidad implementada se aplicó una escala de 21 reactivos tipo likert, con seis opciones de respuesta.

Los resultados muestran que existe una opinión favorable hacia el uso de la plataforma EDUC en las clases, y valoran principalmente que el trabajo en plataforma "permite desarrollar otras habilidades, además del manejo de tecnología".

[1] Profesora e investigadora de tiempo completo de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. mireya_abarca@ucol.mx
[2] Profesora e investigadora de tiempo completo de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. lourdesc@ucol.mx
[3] Estudiante de 5° semestre de la Licenciatura en educación media con especialidad en matemáticas, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. angel_vargas@ucol.mx
[4] Estudiante de 5° semestre de la Licenciatura en educación media con especialidad en matemáticas, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. imelda_govea@ucol.mx

La Opinión de Estudiantes de Licenciatura sobre la Implementación de Clases Semipresenciales Utilizando una Plataforma de Educación a Distancia en la Universidad de Colima, México.

Fundamentación

En un mundo en constante cambio, donde la tecnología se vuelve parte de nuestra manera de vivir y donde el campo laboral e incluso el de las ideas, se ven enmarcados por la competitividad, siendo más competente el que cuente con las mejores herramientas y que sobre todo sepa utilizarlas de la manera más eficiente, no podemos negar que se hace necesaria la implementación de estas nuevas y no tan nuevas pero si cambiantes tecnologías de la información y la comunicación en el aula de clases.

Estamos ante un proceso de alfabetización tecnológica, del cual depende en gran medida la consolidación de México como un país que propone y no solo imita, aunque esto se ve aun muy lejano. Es deber de las instituciones educativas proveer a los alumnos de las herramientas necesarias para tomar decisiones que le ayudarán no solo en su camino académico sino en su vida social y laboral.

De acuerdo a la Organización de las Naciones Unidas "cada persona debería tener la posibilidad de adquirir las competencias y los conocimientos necesarios para comprender la Sociedad de la Información y la economía del conocimiento, participar activamente en ellas y aprovechar plenamente sus beneficios" (ONU, 2004: 5). Ante ello, es claro el compromiso social que existe de facilitar la incursión en el ámbito tecnológico, especialmente por parte de las instituciones educativas, pues en ese mismo documento se afirma que "debe promoverse el empleo de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en todos los niveles de la educación, la formación y el desarrollo de los recursos humanos", recalcando además el compromiso de "adaptar todos los programas de estudio de la enseñanza primaria y secundaria al cumplimiento de los objetivos de la Sociedad de la Información, teniendo en cuenta las circunstancias de cada país".

Respecto a nuestro contexto nacional, en 1985, la Secretaría de Educación Pública y el ILCE suscribieron un convenio de colaboración para incorporar los medios electrónicos como apoyo al proceso enseñanza-aprendizaje e introducir la enseñanza del cómputo en la educación básica. Se creó la Coordinación del *Programa Introducción de la Computación Electrónica en la Educación Básica* (CoEEBa), para desarrollar el modelo de aplicación de la microcomputadora con fines didácticos y una metodología para el diseño de software educativo. El Programa CoEEBa- SEP, tuvo como propósito mejorar y estimular el proceso enseñanza - aprendizaje, favorecer la tarea docente y contribuir al desarrollo de la educación básica, introduciendo la computadora al salón de clases. El proyecto se convirtió en programa ya que tuvo una duración de seis años dotando a la mayoría de las escuelas secundarias del país - y algunas primarias – de equipo, y se crearon centros de cómputo para la capacitación docente. Simultáneamente se desarrollaron programas de computación educativos (software) para los temas que presentaban mayor dificultad para su enseñanza o en su comprensión por parte de los estudiantes. Esto poco a poco se ha ido extendiendo en todo el país y se ha implementado en los diferentes niveles educativos, en mayor o menor medida.

El compromiso de las instituciones para el éxito de la tarea es fuerte y no podemos dudar que existen una gran cantidad de factores que afectan el éxito de la implementación de la tecnología en el aula, pero dentro de las instituciones educativas el docente ha sido considerado como uno de los más importantes, pues "es el profesor quien diseña e implementa un proceso de aprendizaje que va a transformar información en conocimiento significativo, donde los niños y jóvenes participan con sus conocimientos, emociones, expectativas y realidades, y donde los computadores pueden solo jugar un rol secundario" (Hepp, 2000, citado en Sunkel, 2006: 44).

Según Perrenoud (2005) el profesor deber ser capaz de:

- Utilizar los programas de edición de textos
- Explotar los potenciales didácticos de programas en relación con los objetivos de los dominios de enseñanza
- Comunicarse a distancia a través de la telemática
- Utilizar los instrumentos multimedia en la enseñanza

Cabe resaltar que no es solo la información técnica es requerida en esta labor; el saber manejar los nuevos equipos es obviamente necesario sin embargo, y tomando lo dicho por Gutiérrez Martín (2007: 150-151), es inapropiado priorizar los contenidos técnicos e instrumentales en la educación y en la formación del profesorado: "En los entornos educativos, tanto en la formación de los alumnos como de los profesores, el énfasis debería estar en la reflexión sobre la presencia de las TIC en nuestra sociedad, sobre su influencia en nuestras vidas, sus ventajas e inconvenientes, etc. Las destrezas de manejo de equipos y programas vendrán por añadidura, y estos aprendizajes instrumentales cuentan con más probabilidades de darse fuera del aula que los crítico-reflexivos que proponemos como prioritarios." Es decir, no debemos olvidar que la tecnología es una herramienta, útil, si, pero supeditada al contenido y a la estrategia, que son en realidad los ejes importantes en la enseñanza, y el aprendizaje y desarrollo de competencias, la razón de ser de la educación formal.

Si consideramos todo lo anterior, se hace necesario el diseñar e implementar estrategias y actividades docentes que incorporen la tecnología y hagan un uso eficiente de la misma en todos los niveles, más aun en la educación superior, pues los jóvenes estudiantes, profesionistas en formación, requieren de cada vez más competencias para desempeñarse de manera exitosa, principalmente en el campo laboral; este compromiso se hace mayor cuando se trabaja en la formación de futuros docentes, quienes a su vez serán los responsables de intervenir en espacios formativos y promover mejores niveles de aprendizaje y aplicación del conocimiento en los alumnos, que impacten en la calidad educativa, el bienestar y, primordialmente, la calidad de vida de las personas.

Por todo lo anterior, fue de nuestro interés conocer la opinión de los estudiantes de segundo semestre de la Licenciatura en Educación Media Especializada en Matemáticas sobre implementación de la modalidad de trabajo semipresencial en una asignatura durante un semestre, utilizando la Plataforma de Educación a Distancia (EDUC) de la Universidad de Colima.

La intervención se llevó a cabo en el semestre enero-junio de 2008, y al final del mismo se realizó una evaluación para conocer la opinión de los participantes.

Diseño de la investigación

Metodología

La presente investigación es un estudio del tipo exploratorio que tuvo como objetivo conocer la opinión de estudiantes de segundo semestre de licenciatura sobre implementación de trabajo semipresencial en una asignatura durante un semestre, utilizando la Plataforma de Educación a Distancia (EDUC) de la Universidad de Colima.

Población y muestra

Para efecto del estudio se seleccionó al grupo de segundo semestre de la Licenciatura en Educación Media Especializada en Matemáticas de la Universidad de Colima, pues este grupo estuvo trabajando a lo largo de todo el semestre con la modalidad semipresencial. El grupo estaba integrado por 28 alumnos.

Descripción de la intervención

El trabajo semipresencial se llevó a cabo de la siguiente manera. Los estudiantes asistían a clase de manera regular en cuatro sesiones presenciales a la semana, cada una de ellas de 50 minutos; como una actividad formativa complementaria, desarrollaban actividades en la Plataforma EDUC, que consistían en foros de discusión grupales y por equipo de diversos temas, lectura de temas de la asignatura, envío de trabajos a la titular de la materia, foros de convivencia grupal en los que platicaban de temas libres o intereses personal, seguimiento de las clases presenciales a través de un diario grupal rotativo que era un escrito sobre las clases realizado por diferente estudiante en cada ocasión, retroalimentación por parte de la docente de las actividades y comentarios emitidos en la plataforma e intercambio de información, dudas, anuncios y mensajes, tanto personales como alusivos a la materia. El trabajo se implementó a lo largo de todo el semestre.

Instrumento

Para evaluar la opinión hacia la modalidad implementada se aplicó una escala de 21 reactivos tipo likert, con seis opciones de respuesta, el cual se adaptó del Cuestionario sobre la Implementación de la Tecnología (Technology Implementation Questionnaire) Versión, elaborado y validado por el Centro para el Estudio de Aprendizaje y Desempeño (Centre for the Study of Learning and Performance, CSLP) de la Universidad de Concordia en Montreal (Concordia University in Montreal), Quebec, Canadá. Se realizó una adaptación de solo una sección de dicho instrumento en el presente estudio, pues sólo se pretendía indagar sobre la implementación del trabajo en la plataforma durante las clases. Los reactivos aplicados se mencionarán en el momento de reportar los resultados.

Tratamiento y análisis de los datos

Se realizó la captura y el análisis de datos con ayuda del programa SPSS. Para el presente reporte sólo se analiza el promedio de frecuencias por reactivo.

Resultados

A continuación se presentan los principales resultados encontrados. Se reporta el promedio de frecuencias por cada reactivo considerando las siguientes opciones de respuesta:

Fuertemente en desacuerdo	Moderadamente en Desacuerdo	Apenas en desacuerdo	Apenas de acuerdo	Moderadamente de acuerdo	Fuertemente de acuerdo
A	B	C	D	E	F

Es importante aclarar a cada letra de las opciones se asignó un valor numérico, quedando como se indica: A = 1, B = 2, C=3, D=4, E=5 y F=6; para el análisis se obtuvo el promedio y el significado que se le ha dado en el presente estudio es que mientras más cercano esté el promedio del valor 6 mejor es la opinión de los estudiantes.

También es necesario comentar que existen seis reactivos planteados en forma negativa; para estos casos, mientras menor sea el promedio o menos cercano al 6 mejor será la opinión, pues el estar en desacuerdo con una afirmación negativa significaría una opinión favorable hacia el asunto evaluado.

En la tabla siguiente se reportan los reactivos evaluados y el promedio obtenido en cada uno de ellos; se sombrearon aquellos reactivos planteados en negativo.

Reactivo	Promedio
1. Incrementa los logros académicos (calificaciones, comprensión de información, aprendizaje, por ejemplo).	5.14
2. Provoca que los estudiantes descuidemos importantes fuentes de aprendizaje tradicionales (libros de la biblioteca, por ejemplo).	2.71
3. Es efectivo porque creo que puedo implementarlo con éxito.	5.32
4. Promueve la colaboración estudiantil.	5.25
5. Hace más difícil el trabajo en clase.	3.57
6. Promueve el desarrollo de habilidades de comunicación (por ejemplo, habilidades de escritura y presentación).	5.14
7. Es una herramienta instruccional de valor.	5.10
8. Es demasiado costoso en términos de recursos, tiempo y esfuerzo.	2.92
9. Fortalece el aprendizaje.	5.17
10. Permite desarrollar otras habilidades, además del manejo de tecnología.	5.60

11. Permite revisar mejor los temas del programa.	4.92
12. Demanda demasiado tiempo dedicado a problemas técnicos.	2.85
13. Facilita la comprensión de instrucciones de actividades para la clase.	4.78
14. Es una herramienta efectiva para estudiantes con cualquier habilidad.	4.85
15. Mejora mi formación profesional.	5.35
16. Requirió del desarrollo de otras habilidades para el manejo de la tecnología con las cuales no contaba.	3.85
17. Ayuda a adaptar y dar cabida a diferentes estilos personales de aprendizaje.	5.21
18. Motiva a los estudiantes a involucrarse más en actividades de aprendizaje.	5.25
19. Requiere de entrenamiento en habilidades relacionadas con el software que quita mucho tiempo.	2.60
20. Promueve el desarrollo de habilidades interpersonales (por ejemplo, habilidades para relacionarse o trabajar con otros).	5.07
21. Incrementara la cantidad de estrés y ansiedad experimentada.	2.78

Como se puede apreciar en los resultados existe una opinión favorable hacia el uso de la plataforma EDUC en las clases, pues en todos los casos, excepto uno, los promedios se encuentran por arriba del 4.5, incluso, en el 73% de los casos de reactivos positivos (en 11 de 15) se reportan promedios arriba de 5.

En el caso de los seis reactivos negativos, la mayoría de ellos muestran promedios menores de 3, y sólo en un caso se reporta un 3.57.

Analizando los resultados, se puede apreciar que el reactivo mejor evaluado es el que se refiere a que el trabajo en plataforma "permite desarrollar otras habilidades, además del manejo de tecnología", con un promedio de 5.60, lo cual es importante, pues significa que los estudiantes consideran que este tipo de opciones impacta en más de un aspecto de su desarrollo o formación. Esto se confirma con el segundo reactivo con mayor promedio (5.35), el cual afirma que este tipo de trabajo mejora la formación profesional de los estudiantes.

Otros reactivos altos y significativos tienen que ver con que los alumnos consideran que pueden implementar con éxito este tipo de actividades y que además promueven la colaboración estudiantil y motiva a involucrarse más en las actividades de aprendizaje, aspectos que se consideran relevantes en la educación actual, pues se relacionan con asumir un mayor compromiso con el aprendizaje autónomo, el desarrollo de competencias generales y específicas y el colaborar con otros en escenarios diversos.

El reactivo positivo más bajo se relaciona con que esta modalidad de trabajo en el aula "requirió del desarrollo de otras habilidades para el manejo de la tecnología con las cuales no contaba", lo cual puede representar, más que una opinión menos favorable, el hecho de que muchos de nuestros estudiantes ya cuentan con habilidades importantes relacionadas con el uso de la tecnología.

Otro reactivo que vale la pena resaltar es el que afirma que "hace más difícil el trabajo en clase", que registra un valor cercano al 4, que aunque no es un valor propiamente alto, si puede estar manifestando que las actividades semipresenciales representan cierto nivel de complejidad para los alumnos, lo cual puede estar asociado a varios factores que valdría la pena explorar en otro momento, pues puede deberse a que requiera más tiempo de dedicación, un trabajo más independiente por parte de los estudiantes, o incluso puede estar asociado al hecho de que no todos los alumnos cuentan con un servicio de Internet en casa, por lo que las actividades deben ser desarrolladas en la escuela o en espacios públicos, lo que exige otra organización.

Conclusiones

El realizar esta investigación nos acercó a la importancia del uso de la tecnología en el aula. De manera popular se sabe que las generaciones actuales están cada vez más familiarizadas con las herramientas tecnológicas, al menos los sectores de la población que tienen la posibilidad económica o cuentan con instituciones que les permitan estén tipo de experiencias, lo cual fortalece la posibilidad de facilitar la aplicación de estrategias diversas, de tipo tecnológico, para aprender, desarrollar habilidades específicas y poder diversificar los recursos de aprendizaje, cuando de educación se trata; ya que muchos estudiantes no sólo disfrutan de estos recursos, sino que les son tan familiares que no representan un reto o un obstáculo en el trabajo.

Consideramos que si bien muchos jóvenes ya utilizan la tecnología en su vida cotidiana, no todos hace uso de ella de manera óptima, y sobre todo con fines educativos y formativos, por lo que una tarea importante para los docentes es el diseñar actividades o ambientes de aplicación de los recursos pero con fines formativos, y esto, como se pudo apreciar en los resultados de la presente investigación, pues los jóvenes expresaron una opinión favorable hacia la estrategia de trabajo usando la plataforma al considerarla útil no sólo para el desarrollo de la clase, sino para desarrollar habilidades extras al manejo de la tecnología, e incluso habilidades comunicativas e interpersonales.

Valdría la pena ampliar este tipo de investigaciones a otros grupos y ampliar el propósito para explorar el uso cotidiano que los jóvenes hacen de las herramientas tecnológicas y cómo las integran en su vida cotidiana y su trabajo académico.

Bibliografía

Gutiérrez Martín, A. (2007). Integración curricular de las TIC y educación para los medios en la sociedad del conocimiento. *Revista Iberoamericana de Educación* (45), 141-156.

ONU (2004) Cumbre mundial sobre la sociedad de la información Ginebra 2003 - Túnez 2005. Declaración de principios.

Perrenoud, P. (2005). Diez nuevas competencias para enseñar. Education (23), 223-229.

Sunkel, G. (2006). Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la educación en América Latina. Una exploración de indicadores. ONU.

Valoración de la Asignatura de Matemáticas por Estudiantes de Sexto Grado de Escuelas Estatales Públicas de Villa de Álvarez, Colima. México

Mireya Sarahí Abarca Cedeño[1], Imelda del Rocío Govea Romo[2], Ángel Rafael Vargas Valencia [3]

Resumen

En México hay una preocupación por las condiciones y resultados tan pobres de nuestro sistema educativo en diferentes áreas del conocimiento, siendo las matemáticas una de ellas. Se han realizado intentos de evaluar resultados y funcionamiento del mismo sistema mediante varios exámenes que periódicamente se aplican a alumnos de todas las escuelas del país, y se tiene claro que son varios los factores que influyen en el aprovechamiento escolar y en al aprendizaje.

Con esta preocupación, la presente investigación tiene como objetivo conocer la valoración que tienen los estudiantes de sexto grado de primaria hacia la asignatura de Matemáticas respecto a: desempeño y dificultades en la asignatura, gusto por la materia, utilidad de las matemáticas y su consideración respecto a otras asignaturas.

Los resultados muestran que las matemáticas son consideradas como una materia difícil, sin embargo, la mayoría de los participantes en esta investigación se consideran buenos en la asignatura. Desafortunadamente, la mayor parte de los niños expresaron tener un gusto regular por las matemáticas al valorarlas como difíciles, aunque las creen útiles en la vida cotidiana.

[1] Profesora e investigadora de tiempo completo de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. mireya_abarca@ucol.mx

[2] Estudiante de 5° semestre de la Licenciatura en educación media con especialidad en matemáticas, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. imelda_govea@ucol.mx

[3] Estudiante de 5° semestre de la Licenciatura en educación media con especialidad en matemáticas, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Colima, México. angel_vargas@ucol.mx

Valoración de la Asignatura de Matemáticas por Estudiantes de Sexto Grado de Escuelas Estatales Públicas de Villa de Álvarez, Colima. México

Fundamentación

Las matemáticas son, junto con las otras ciencias y actividades del saber, un resultado del intento del hombre por comprender y explicarse el universo y las cosas que en él ocurren (SEP, 1993).

La enseñanza de las matemáticas, no consiste en la pura transmisión de un conocimiento fijo y acabado, sino que se debe fomentar en el alumno la misma curiosidad, las actitudes que la hicieron posible y la mantienen viva. El proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la educación básica debe darse de tal forma que el alumno conozca en qué emplearlas para que logre captar el interés por ellas, ya que es una de las herramientas necesarias en la vida cotidiana del ser humano, por tanto se requiere en diferentes actividades como el comprar, medir el tiempo, la estatura, el peso, volumen, etc. (Ibid).

En este mismo sentido, según Miguel de Guzmán (1993), una de las tendencias generales más difundidas hoy, consiste en hacer hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática más bien que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello se concede una gran importancia al estudio de los procesos mentales de resolución de problemas.

Como se puede apreciar, la enseñanza de las matemáticas debe ser una experiencia práctica y contextualizada, haciendo énfasis en los procesos de pensamiento, más que en la acumulación de contenidos.

Sin embargo, en México hay una preocupación por las condiciones y resultados tan pobres de nuestro sistema educativo y, entre otras acciones, se han iniciado intentos de evaluar resultados y funcionamiento del mismo mediante varios exámenes que periódicamente se aplican a alumnos de todas las escuelas del país (examen PISA, examen ENLACE, examen Canguro Matemático Mexicano; y el examen para el Concurso de Escuelas de Calidad). Cada uno se enfoca en y evalúa a los alumnos en diversas áreas y competencias de la educación básica (3°,4°,5° y 6° de primaria, y todo nivel secundaria), evaluando o calificando en los alumnos los conocimientos y habilidades que poseen.

Los resultados que aportan todos esos exámenes, evaluaciones y pruebas mencionadas nos muestran un pobre desempeño académico general de los estudiantes en el país, ya sea por comparación con otros países (PISA) o respecto a las expectativas internas (Concurso de Escuelas de Calidad). Es particularmente preocupante el bajo desempeño en las áreas de lenguaje, matemáticas y ciencias, referente actual para comparar los logros en educación en los países pertenecientes a la OCDE y fuertemente correlacionados con el nivel de desarrollo de los países.

Con este referente, caben entonces las siguientes preguntas, ¿es adecuado el enfoque otorgado a esta asignatura en la escuela?, ¿está siendo útil la práctica del docente para estos fines?, ¿hasta dónde los niños y las niñas se sienten identificados y por lo tanto comprometidos con la asignatura?, ¿qué tanto están valorando nuestros pequeños estudiantes la clase de matemáticas?, estas son algunas preguntas que surgen al pensar en los factores que pueden estar contribuyendo a que los resultados de la formación en matemáticas no estén siendo óptimos.

Por lo anterior, en el presente estudio indagamos la valoración que los niños de sexto grado hacen de las matemáticas, pues, como afirma Gairín (2002; citado en Prat y Soler, 2003: 9): "la mención de los valores y las actitudes ha sido un tema permanente en educación; de hecho, educar se puede identificar con la asunción crítica por parte de las personas de determinados valores y actitudes. La acción formativa ordena y desarrolla actuaciones cuyo contenido tiene un gran componente valórico que justifica por sí mismo su inclusión".

Metodología

Pregunta de investigación

¿Cuál es la valoración que los estudiantes de sexto grado de enseñanza básica primaria de las escuelas estatales públicas de la zona 29 del turno matutino de municipio de Villa de Álvarez poseen sobre la asignatura de Matemáticas?

Objetivo general.

Conocer la valoración que tienen los estudiantes hacia la asignatura de Matemáticas respecto a: desempeño y dificultades en la asignatura, gusto por la materia, utilidad de las matemáticas y su consideración respecto a otras asignaturas.

Muestra.

La muestra estuvo integrada por los estudiantes de sexto grado de las tres escuelas estatales públicas de la zona 29 del municipio de Villa de Álvarez; la selección fue intencional, con el propósito de tener un primer acercamiento al tema de estudio y ampliarlo posteriormente a otras escuelas. Se aplicó el instrumento a 152 estudiantes, 74 hombres y 78 mujeres, con edades de 11 a 14 años Se agruparon de acuerdo al promedio, bajo para promedios de calificación de 5 y 6, medio para promedios de 7 y 8 y alto, para promedios de 9 y 10.

Instrumento.

Se diseñó un cuestionario de 9 reactivos considerando el nivel de comprensión lectora de los estudiantes sujetos de estudio, así como características de su desarrollo tales como capacidad para poner atención y concentrarse en la tarea. El cuestionario se evaluó con tres expertos: dos especialistas en educación y un especialista en lectura y redacción. A lo largo de la presentación de resultados se mencionarán los reactivos que se incluyeron en el instrumento.

El cuestionario explora la valoración que los alumnos de enseñanza básica primaria de las escuelas estatales públicas poseen sobre la asignatura de Matemáticas con relación a las siguientes dimensiones: desempeño y dificultades en la asignatura, gusto por la materia, utilidad de las matemáticas y su consideración respecto a otras asignaturas.

Tratamiento y análisis de los datos

Se realizó la captura y el análisis de datos con ayuda del programa SPSS. Se efectuó un análisis de frecuencia por reactivo sobre cada una de las opciones de respuesta, y se realizó un análisis de las mismas.

Resultados

A continuación se presentan los principales resultados obtenidos. Se hace un análisis reactivo por reactivo, agrupando en cada una de las dimensiones abordadas en el objetivo.

Dimensión 1. Desempeño y dificultades en la asignatura

En esta primera dimensión se exploró la opinión de los niños sobre su desempeño en la asignatura y las dificultades que en ella encuentra. La intención es identificar cómo se conciben las matemáticas y si esto ratifica la creencia popular de que es una asignatura difícil.

Los resultados se muestran en las tablas 1 y 2.

Tabla 1. ¿Qué tan bueno (a) crees que eres en las Matemáticas?

Opción de respuesta	Frecuencias y Porcentajes por Promedio*							
	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Excelente.	9	5.9%	1	10%	7	7.2%	1	2.1%
b) Bueno.	99	65.1%	8	80%	63	65.6%	28	60.8%
c) Malo.	42	27.6%	1	10%	24	25.0%	17	36.9%
d) Muy malo.	2	1.3%	0	0%	2	2.0%	0	0%

*** En todas las tablas, el significado de las abreviaturas es: FT: Frecuencia total. PT: Porcentaje total. FPB: Frecuencia promedio bajo. PPB: Porcentaje promedio bajo. FPM: Frecuencia promedio medio. PPM: Porcentaje promedio medio. FPA: Frecuencia promedio alto. PPA: Porcentaje promedio alto.**

Como se puede apreciar, en los porcentajes totales y en los porcentajes por promedio la opción de respuesta más alta es dada a "Bueno", lo cual nos indica que en la muestra estudiada los niños se valoran de manera eficiente en la asignatura; sin embargo, existe una situación curiosa, conforme se avanza en el nivel de desempeño se incrementan los porcentajes en la opción de malo y disminuyen los de la opción de excelente, lo que podría estar mostrando un bajo nivel de autocrítica o una subvaloración de la complejidad que representa la materia, por parte de los niños con menor desempeño.

Por otro lado, es importante considerar que no se consideró la misma población para los tres grupos de análisis, y el grupo de promedio bajo es el más pequeño con tan sólo 10 miembros, por lo que podría tratarse de una muestra poco significativa; sin embargo, para este grupo, es la población que le representa.

Tabla 2. ¿Qué es lo que más se te dificulta en las clases de matemáticas?

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Entenderle al maestro (a).	9	5.9%	2	20%	5	5.2%	2	2.0%
b) Resolver cuentas.	10	6.5%	1	10%	7	7.2%	2	2.0%
c) Las operaciones con fracciones.	65	42.7%	3	30%	35	36%	27	28.1%
d) Resolver los problemas.	17	11.1%	2	20%	10	10.4%	5	5.2%
e) Sacar áreas y perímetros de las figuras geométricas.	31	20.3%	1	10%	22	22.9%	8	8.3%
f) Otras, di cuáles:	15	9.8%	1	10%	14	14.5%	0	0%

Dentro de las dificultades que son más altas en lo reportado por la muestra, encontramos a las "operaciones con fracciones" en todos los grupos, seguido por el tema de "sacar áreas y perímetros", para los grupos medio y alto, y "resolver problemas" y "entenderle al maestro" para el grupo bajo. Como se observa entonces, las fracciones son un tema de complejidad percibida por la mayoría de los estudiantes.

Respecto a las respuestas dadas a la pregunta abierta, la mayoría hizo alusión a opciones ya dadas, como trabajar con fracciones, resolver problemas, o simplemente no contestaron.

Dimensión 2. Gusto por la materia.

Para poder apreciar además del rechazo o las dificultades con la asignatura, el gusto por ella, se plantearon dos reactivos planteados de manera positiva, indagando sobre el gusto, y uno de manera negativa, preguntando lo que no gusta de la materia.

Los resultados se muestran en las tablas 3, 4 y 5.

Tabla 3. ¿Te gusta la asignatura de matemáticas?

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Mucho.	33	21.7%	3	30%	23	15.1%	7	15.2%
b) Regular.	84	55.2%	5	50%	52	54.1%	27	58.6%
c) Poco.	31	20.3%	0	0%	20	20.8%	11	23.9
d) Nada.	4	2.6%	2	20%	1	1.0%	1	21%

El porcentaje más alto se obtuvo en la respuesta "regular" en todos los casos. Para los medios y altos le sigue la opción de respuesta de "poco", a diferencia del grupo bajo que reporta en segundo lugar la opción de "mucho". Analizando, podemos ver que la asignatura no es muy apreciada por la mayoría de los estudiantes, pues el 55% del total de ellos mencionan tener un gusto "regular" por ella.

Tabla 4. Las Matemáticas me gustan porque:

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Son divertidas	22	14.4%	1	10%	10	10.4%	11	23.9%
b) Me gusta hacer cuentas.	22	14.4%	2	20%	16	16.6%	4	8.6%
c) Me gusta resolver problemas.	30	19.7%	2	20%	19	19.7%	9	19.5%
d) Le entiendo muy bien al maestro (a).	4	2.6%	0	0%	2	2.0%	2	4.3%
e) Me ayudan en los juegos.	11	7.2%	0	0%	6	6.2%	5	10.8%
f) Me ayudan en mi vida diaria.	52	34.2%	1	10%	38	39.5%	13	28.2%
g) Otras:	7	4.6%	2	20%	3	3.1%	2	4.3%

En la tabla 4 apreciamos que las matemáticas, en mayor medida, se asocian a la vida diaria, pues un 34% del total de los niños estudiados seleccionaron esta opción; sin embargo, al hacer un análisis por grupos encontramos un dato interesante, pues en el grupo alto el segundo porcentaje importante se reporta en la opción "son divertidas", expresando aquí una valoración positiva hacia las matemáticas, mientras que en el grupo medio la segunda opción es “me gusta resolver problemas” y en grupo bajo hay un empate entre las opciones “b, c, g”. De hecho, la opción de respuesta “son divertidas” va en incremento conforme se incrementan los promedios.

En el caso de la opción de otras, las respuestas dadas se referían a sacar buenas calificaciones, pero no manifestaban un gusto en particular.

Tabla 5. ¿Por qué no te gustan las matemáticas?

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Porque no le entiendo al maestro (a).	12	7.8%	1	10%	4	4.1%	7	15.2%
b) Porque se me dificultan las cuentas.	20	13.1%	0	0%	13	13.5%	7	15.2%
c) Porque es difícil resolver problemas.	27	17.7%	0	0%	17	17.7%	10	21.7%
d) Porque me enfado y no pongo atención.	21	13.8%	1	10%	13	13.5%	7	15.2%
e) Porque son difíciles de comprender.	33	21.7%	3	30%	22	22.9%	9	19.5%
f) Otras:	9	5.9%	1	10%	7	7.29%	0	0%

La opción de respuesta más alta para la falta de gusto por las matemáticas nos muestra que, en primer lugar, los niños las consideran “difíciles de comprender”, seguida por la dificultad para resolver problemas; esto en los porcentajes totales. Por otro lado, nuevamente encontramos diferencias en los resultados por grupo, pues mientras que los grupos bajo y medio expresan en primer lugar que las matemáticas son difíciles de comprender, el porcentaje mayor en el grupo alto lo encontramos en la dificultad de resolver problemas, lo que manifiesta la identificación de un problema concreto en el desempeño en la asignatura. Si se observa, el grupo bajo no manifiesta dificultad con aspectos específicos de las matemáticas, sino con factores externos como enfadarse o no entenderle al maestro.

Para la opción de respuesta otros las principales respuestas se asociaron a el hecho de reprobar, como una situación desagradable.

Dimensión 3. Utilidad de las matemáticas.

En esta dimensión se trató de explorar si los niños valoran que pueden utilizar las matemáticas fuera de la escuela. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 6. ¿Piensas que lo que haces y aprendes en matemáticas te puede servir en tu vida fuera de la escuela?

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) No.	8	5.2%	0	0%	3	3.1%	5	10.8%
b) Si.	144	94.7%	10	100%	93	96.8%	41	89.1%

Los resultados sin interesantes y gratificantes, pues la inmensa mayoría de los niños, casi un 95%, considera que las matemáticas sirven fuera de la escuela. El dato curioso fue que conforme se avanza en promedio se disminuye el porcentaje en la respuesta “si”, sin embargo, los porcentajes positivos siguen siendo altos.

Cabría hacer un análisis, en futuros estudios, acerca de por qué, a pesar de que las matemáticas se consideran útiles en la vida cotidiana, esta sigue reportando resultados bajos, de manera general, y representando un reto o dificultad para muchos estudiantes.

Los niños expresaron que les pueden servir para hacer las compras en la tienda, para ayudarle a mis papás en su trabajo y en los juegos con los amigos, principalmente.

Dimensión 6. Consideración de las matemáticas respecto a otras asignaturas.

En esta última dimensión se estableció una comparación de las matemáticas con el resto de asignaturas, para conocer su posición respecto a ellas. Los resultados se reportan en las tablas 7,8 y 9.

Tabla 7. De las tres posibilidades, ¿cómo consideras tú la asignatura de matemáticas?:

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Más importante que otras asignaturas.	37	24.3%	2	30%	26	27.0%	9	19.5%
b) Tan importante como las demás asignaturas.	99	65.15%	6	60%	59	61.4%	34	73.9%
c) Menos importante que otras asignaturas.	16	10.5%	1	10%	11	11.4%	3	6.5%

La mayoría de los niños encuestados consideran que las matemáticas son tan importantes como las demás asignaturas, con un 65%, coincidiendo en esta respuesta en todos los grupos. Incluso, en todos grupos, la opción de respuesta “más importante que otras asignaturas” ocupa el segundo lugar, con una diferencia de porcentajes respecto a la opción de “menos importante” mayor al 10%, lo cual nos puede indicar que las matemáticas si son consideradas como importantes, a pesar de las dificultades que se puedan encontrar o de los bajos resultados que en esta asignatura se reportan.

Estos resultados se confirman con lo mostrado por la tabla 8, en la que los niños valoran que las matemáticas son consideradas igualmente importantes por otras personas, con un comportamiento de respuestas similar al caso anterior.

Tabla 8. De las tres posibilidades, ¿cómo crees tú que se considera en tu escuela (compañeros, profesores, padres…) la asignatura de matemáticas?:

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Más importante que otras asignaturas.	43	28.2%	2	20%	26	27.0%	15	32.6%
b) Tan importante como las demás asignaturas.	96	63.1%	7	70%	62	64.5%	27	58.6%
c) Menos importante que otras asignaturas.	13	8.5%	1	10%	8	8.3%	4	8.6%

Finalmente, y con el propósito de identificar si las calificaciones representan un reto especial en la asignatura de matemáticas, se indagó lo siguiente:

Tabla 9. Obtener buenas calificaciones en la asignatura de matemáticas es:

Opción de respuesta	FT	PT	FPB	PPB	FPM	PPM	FPA	PPA
a) Más fácil que en otras asignaturas.	20	13.1%	4	40%	11	11.45%	5	10.8%%
b) Más difícil que en otras asignaturas.	78	51.3%	2	20%	52	54.1%	24	52.1%
c) Igual de fácil o difícil que en otras asignaturas.	53	34.8%	4	40%	32	33.3%	17	36.9%

Como se aprecia, la mitad de los niños participantes expresan que obtener buenas calificaciones es más difícil en matemáticas que en otras materias, coincidiendo en los grupos medio y alto; sin embargo, en el grupo bajo los mayores resultados se distribuyen de manera equitativa entre las opciones más fácil e igual de fácil, lo que quizá nos indica que para este grupo no existe una mayor diferencia con las otras asignaturas; valdría la pena indagar, en futuras investigaciones, hasta dónde el hecho de no considerar que las matemáticas representen un reto especial puede estar influyendo en que se le dé una menor importancia y que esto impacte en el aprovechamiento de las mismas.

Conclusiones

Como se aprecia en los resultados, las matemáticas son consideradas, efectivamente, como una materia difícil, sin embargo, la mayoría de los participantes en esta investigación se consideran buenos en la asignatura. Desafortunadamente, la mayor parte de los niños expresaron tener un gusto regular por las matemáticas al valorarlas como difíciles, aunque las creen útiles en la vida cotidiana.

Respecto al gusto por la asignatura, cabe destacar que los estudiantes expresan un agrado asociado a la utilidad de la misma y que en el caso de los estudiantes con mejores resultados también se encuentra asociada de manera importante a la diversión. La falta de gusto por las matemáticas se relaciona principalmente con la dificultad que esta materia representa.

Respecto a la posición de las matemáticas con las otras asignaturas, la mayoría de los estudiantes la consideran tan importante como a las otras asignaturas y expresan la creencia de que otras personas la valoran de la misma manera, sin embargo, consideran que es más difícil obtener buenas calificaciones en matemáticas que en el resto de asignaturas.

Respecto a las diferencias de acuerdo promedio de calificaciones no se encontraron diferencias importantes, aunque sería recomendable hacer un análisis estadístico de las diferencias o ampliar la muestra en futuras investigaciones.

Solo resta sugerir que sería importante seguir indagando sobre los factores que están contribuyendo a que las matemáticas están reportando resultados tan bajos en la educación básica, a pesar de que es una materia que es considerada tan práctica y útil en la vida cotidiana. Quizá el enfoque que se le da a la materia, las estrategias utilizadas en el aula para su enseñanza o los hábitos y estrategias de estudio que emplean los niños podrían ser otros factores para el análisis.

Bibliografía

- De Guzmán, M. y Pérez, D. (1993) Enseñanza de las ciencias y la matemática. México: Ed. Popular.
- Prat, M. y Soler, S. (2003). Actitudes, valores y normas en la educación física y el deporte: reflexiones y propuestas didácticas. Barcelona: INDE Publicaciones.
- SEP (1993). Plan y Programas de Estudio. Secundaria. México: Secretaría de Educación Pública.

Visualización del conocimiento en la enseñanza de la matemática

M.Sc Jorge Monge Fallas
Instituto Tecnológico de Costa Rica
jomonge@itcr.ac.cr, septiembre del 2009

Resumen

La visualización del conocimiento juega un papel importante en la transferencia del conocimiento, además de que esta transferencia se realiza de una manera agradable para el aprendiz, es útil contar en la enseñanza de la matemática con soportes teóricos que nos permitan establecer nuevas estrategias metodológicas y didácticas para la transferencia de conocimiento utilizando recursos tecnológicos multimediales.

La visualización del conocimiento alcanza el objetivo de transferir el conocimiento haciendo uso en algunos casos de tecnologías de información. Por lo que los tipos de visualización que se utilizan, la intensidad con la que deben ser aplicados, la complementariedad que deben tener, la claridad y la estructura con la que se lleve a cabo su ejecución son factores importantes a considerar. Por esto en este artículo presentamos una estructura y modelo desarrollado por Remo Burkhard que orienta el uso de representaciones visuales.

Además presentamos una experiencia de un trabajo exploratorio desarrollado en el Instituto Tecnológico de Costa Rica donde se utilizó el marco general de visualización en un curso de cálculo diferencial e integral

Abstract

Knowledge Visualization plays an important role in transferring knowledge, and that this transfer is done in a nice way for the learner, it is useful to have on teaching mathematics with theoretical underpinnings that allow us to establish new methodologies and teaching strategies for the transfer of knowledge resources using multimedia technology.

Visualization of knowledge achieves the aim of transferring knowledge in some cases making use of information technologies. As display types used, the intensity with which they should be applied, complementarity they must have the clarity and structure with which they undertake their enforcement are important factors to consider. Hence in this paper we present a framework and model developed by Remo Burkhard guiding the use of visual representations.

Furthermore we present an exploratory work experience developed at the Technological Institute of Costa Rica where we used the general framework for viewing on a course of differential and integral calculus.

Palabras claves: visualización del conocimiento, visualización de información, tecnologías de información,enseñanza de límites, enseñanza de la derivada.

Introducción

En los últimos años, el uso de tecnologías en los procesos educativos han generado discusión y un replanteamiento de las teorías y estrategias en el proceso enseñanza–aprendizaje. Este replanteamiento trae implicaciones en términos del papel que juegan tanto el estudiante como el profesor en el aula.

En este proceso complejo de enseñanza ahora nos vemos obligados a modificar las estrategias y metodologías de enseñanza con el objetivo de incorporar recursos tecnológicos en forma sistematizada para alcanzar un proceso de enseñanza-aprendizaje significativo y en consecuencia que venga a contribuir a la compresión del conocimiento matemático.

Figueras (2005) señala, por ejemplo, que los factores subyacentes a esta nueva labor docente implican cambios en la forma de estructurar y organizar la enseñanza en el aula, la manera de obtener información, la manera de proponer actividades y tareas, y las habilidades y competencias de los estudiantes.

En la búsqueda de nuevas ideas que permitan definir estrategias de enseñanza-aprendizaje que utilicen en forma sistemática recursos tecnológicos, en particular en la enseñanza de la matemática, encontramos algunas ideas de interés. Por ejemplo, Lazotti (1983) indica "… pero nos parece oportuno señalar que el lenguaje verbal no constituye el único canal que permite el desarrollo del pensamiento y de la personalidad entera" (p 18).

La visión como sentido en el ser humano viene a proveerle de una poderosa herramienta para percibir el mundo que lo rodea, y se ha convertido en un valioso canal que permite el procesamiento de información en formato visual.

Remo Burkhard arquitecto y doctor en Visualización del Conocimiento del Eldgenössische Technische Hochschule(ETH) Zürich, es un proponente importante sobre la ideas bases del campo de la visualización del conocimiento. Burkhard (2002) señala que dentro de las ventajas de la representación visual está en que la mayoría de las actividades de nuestro cerebro tratan con procesamiento y análisis de imágenes visuales. Estas imágenes visuales son pre-atendidas y procesadas antes que el texto. Además en comparación con el texto las imágenes visuales necesitan menos energía para ser consumidas.

Al parecer como señala Burkhard, el ser humano tiene la habilidad innata para procesar representaciones en formato visual y su cerebro está ampliamente equipado para llevar a cabo esta labor.

Los matemáticos han siempre usado su "ojo mental", según Palais (1999), para visualizar objetos y procesos abstractos que aparecen en todas las ramas de la investigación matemática.

Tomando en cuenta este potencial del ser humano y de las tecnologías que actualmente se disponen, la elaboración de herramientas gráficas o multimediales deben por tanto considerar todos los aspecto relacionados a la forma en que el ser humano procesa las representaciones visuales.

Burkhard (2005) hace referencia a la aparición de un nuevo campo de investigación: Visualización del Conocimiento, este nuevo campo de investigación estudia el potencial innato de los seres humanos para procesar en forma efectiva representaciones visuales. De acuerdo con Burkhard (2005) la visualización del conocimiento viene a integrar cinco distintas áreas del saber como lo son; Visualización de la información, Arte cognitivo, Administración del conocimiento, Arquitectura de la información y Ciencias de la comunicación.

Este nuevo campo de investigación integra varias áreas de interés y éstas a su vez guardan especial relación con el lenguaje visual y nuestra capacidad innata de procesar representaciones visuales, todo con el fin de transferir conocimiento entre al menos dos personas.

Constantemente existe la necesidad de nuevas ideas que contribuyan a establecer metodologías claras que permitan incorporar el uso de recursos tecnológicos con el objetivo de mejorar la comprensión y el aprendizaje en la enseñanza de la matemática. La aparición de un nuevo campo de investigación que pretende de acuerdo a Burkhard (2005) con perspicacia mejorar la transferencia y creación de conocimiento, además de la transferencia de experiencias, actitudes, valores, expectación, expectativas y opiniones, es una oportunidad que puede ser aprovechada.

Este nuevo campo de estudio nos ofrece así un marco referencial en el cual podríamos definir estrategias de enseñanza-aprendizaje en la educación en forma sistemática y previo un proceso de reflexión, en particular este podría ser utilizado en la enseñanza de la matemática, un área ociosa de nuevas ideas que propicien un aprendizaje significativo con apoyo de los recursos tecnológicos.

En forma precisa, la idea es adaptar y aplicar el Marco de Visualización de Conocimiento y el modelo de Visualización del Conocimiento establecido por Burkhard. Burkhard (2005) establece que para una transferencia eficaz y la creación de conocimiento por medio de representaciones visuales, es necesario tomar como punto de partida; el marco de visualización del conocimiento.

Esta adaptación de la estructura y modelo de visualización del conocimiento se pretende que apoye la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral, centrado principalmente en dos conceptos, en la noción de límites y la noción de derivadas.

Marco de visualización del conocimiento

Dado que el objetivo principal de la visualización del conocimiento es la transferencia de conocimiento, es importante considerar algunas dificultades que según (Burkhard, 2002) requieren ser resueltas:

- Profundidad de la información: Establecer el umbral entre una visión general y el detalle de lo que necesita ser comunicado.
- Tiempo límite: En función de la atención y capacidad del receptor
- Escenarios diferentes: Conocimiento previo, base cognitiva distinta y dificultad en la toma de decisiones para entender las nuevas herramientas de visualización de información.
- Relevancia: Proveer la información relevante para los distintos interesados.

La estructura de visualización del conocimiento se consideró necesaria porque permitirá que los investigadores de la visualización integren en el contexto, las ciencias de la comunicación.

La estructura que establece Burkhard (2002) debe de considerarse cuando se quiere crear representaciones visuales cuyo objetivo es transferir y crear conocimiento.

Esta estructura está compuesta por cuatro perspectivas relevantes para garantizar el éxito en la transferencia del conocimiento por medio de representaciones visuales. Estas perspectivas responden a cada una de las siguientes preguntas:

−¿Por qué el conocimiento debe ser visualizado?: *define el objetivo*

−¿Qué tipo de conocimiento necesita ser visualizado?: *define el contenido*

−¿A quién está siendo dirigido?: *define para quien*

−¿Cuál es el mejor método para visualizar este conocimiento?: *define el medio*

Estas cuatro perspectivas reciben los nombres de; perspectiva de tipo funcional, perspectiva de tipo de conocimiento, perspectiva de tipo de receptor y la perspectiva de tipo de visualización.

La interacción de estas cuatro perspectivas definen el esqueleto conceptual (figura 1), el cual permite estructurar el pensamiento según Burkhard (2005).

Tipo de función	**Tipo de conocimiento**	**Tipo de receptor**	**Tipo de visualización**
Coordinación	Qué saber: Declarativo	Individual	Boceto
Atención	Cómo sabe: Procedimental	Grupal	Diagrama
Recuerdo	Por qué saber: Experimental	Organizacional	Imagen
Motivación	Dónde saber: Orientacional	Red	Mapa
Elaboración	Quién sabe: Individual		Objeto
Nuevas ideas			Visualización interactiva
			Historia

Figura 1 Marco general de Visualización del Conocimiento

En este caso no nos vamos a detener a detallar cada una de las perspectivas por cuestiones de espacio, esto lo haremos posteriormente. La adaptación del marco de visualización del conocimiento y su aplicación a cualquier campo, requiere de experticia para establecer dentro de la perspectiva funcional cual tipo es el más adecuado, dentro de la perspectiva del conocimiento para definir que tipo de conocimiento queremos transmitir y en la perspectiva de visualización cuál medio de representación visual elegimos y que sea el más adecuado.

Modelo de Visualización del Conocimiento

El marco de visualización del conocimiento es importante porque estructura y define componentes relevantes que se deben considerar en la transferencia del conocimiento cuando se utilizan representaciones visuales, sin embargo se debe recalcar que la elección del formato visual correcto que responde a las perspectiva funcional y de conocimiento demanda mucha habilidad y experiencia. Para tal efecto Burkhard y Meier (2005) establecen un modelo general de visualización que apoya a las personas principiantes en esta línea y además a mediar entre investigadores de distintos campos. Tal modelo identifica y relaciona las características que contribuyen a un comportamiento exitoso cuando las representaciones visuales son usadas para la transferencia y creación del conocimiento.

Este modelo según Burkhard y Meier (2005) es necesario por las siguientes tres razones:

- Los modelos en las ciencias de la comunicación de Shannon y Weaver son muy generales al considerar el uso de representaciones visuales.
- Los científicos de la visualización no ofrecen un modelo holístico para la transferencia y creación del conocimiento a partir del uso de representaciones visuales.
- El modelo complementa la estructura de visualización del conocimiento y juntos pueden alcanzar las metas que se definen en la visualización del conocimiento.

El modelo presentado por Burkhard y Meier (2005) es el siguiente:

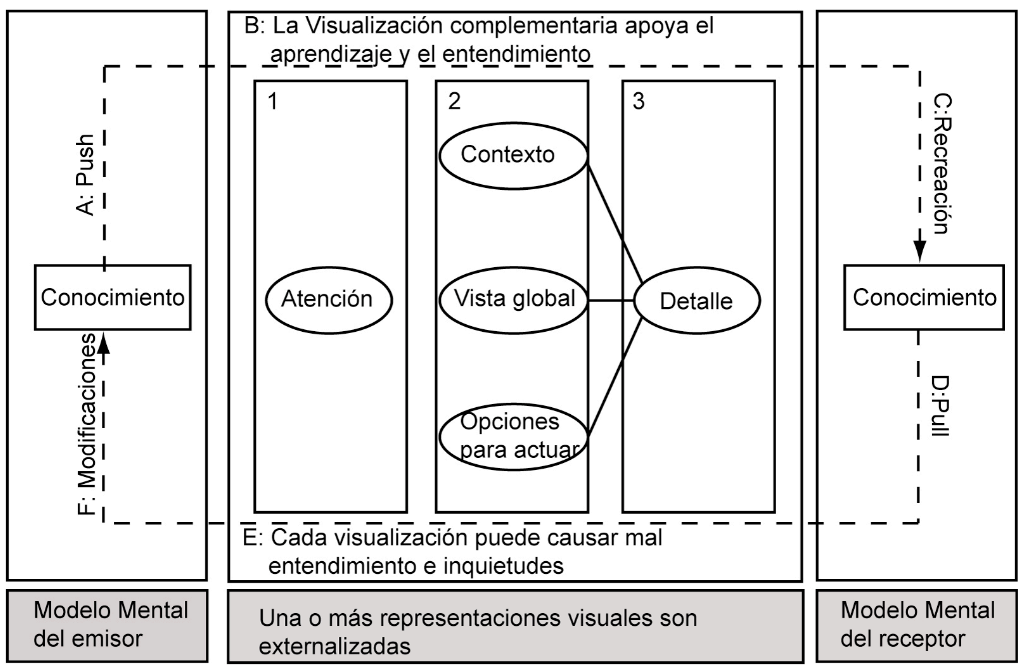


Figura 2 Modelo de Visualización del Conocimiento

El modelo está compuesto por tres partes o fases, el emisor, un medio y el receptor. El proceso inicia cuando el emisor a partir de su modelo mental, quiere transmitir a alguien algo de su conocimiento, este modelo mental se externaliza por medio de varias representaciones visuales explícitas, es decir entramos a la fase dos del modelo.

En esta segunda etapa el primer objetivo es llamar la atención del receptor, esto se puede alcanzar según Burkhard utilizando una imagen sugestiva o provocativa. Segundo el emisor requiere ilustrar el contexto, por medio de una vista global y presentar opciones para actuar. Es en este momento que el emisor puntualiza en los detalles, esto debe ocurrir en un diálogo dinámico con el receptor, dado que este es quien construye un conocimiento similar a partir de su propio modelo mental.

Por último debido a las distintas suposiciones, creencias o conocimiento previo, puede ocurrir la mala interpretación del mensaje y por tanto una falla en la reconstrucción del conocimiento, por lo que el modelo plantea una revisión y adecuación del medio de visualización utilizado hasta que el conocimiento sea transferido adecuadamente.

Este modelo introduce las características relevantes que necesitan ser consideradas cuando complementariamente las representaciones visuales son usadas para la transferencia y creación del conocimiento.

Es modelo así definido parece difícil de aplicar en la enseñanza, por cuanto a veces es difícil conocer el conocimiento previo del grupo de estudiantes en el momento oportuno y en algunos casos modificar las representaciones visuales por la retroalimentación recibida con los estudiantes respecto al conocimiento reconstruido.

Trabajo Exploratorio

Seguidamente hacemos un resumen de un trabajo de investigación que sirvió como estudio exploratorio de la aplicación de la visualización del conocimiento en la enseñanza de la matemática y la adaptación del marco general de visualización. Detallamos a continuación los elementos más destacados del estudio

Objetivo General

Explorar el impacto de utilizar componentes del marco de la visualización del conocimiento en la comprensión de conceptos en la enseñanza de la matemática.

Delimitando nuestra meta, podemos establecer los siguientes objetivos específicos:

Objetivos Específicos

- Utilizar el marco general de la visualización del conocimiento para mejorar la comprensión del concepto de límite de una función en el curso de Cálculo Diferencial e Integral impartido por la Escuela de Matemática del ITCR.
- Utilizar el marco general de la visualización del conocimiento para mejorar la comprensión del concepto de derivada de una función en el curso de Cálculo Diferencial e Integral impartido por la Escuela de Matemática del ITCR.

A partir del objetivo planteado, se estableció una subestructura (figura 3) de visualización del conocimiento que utilizamos para esta investigación.

	Conceptos y procedimientos	
Perspectiva	Noción de límite	Noción de derivada
Tipo funcional	− Atención − Memoria − Motivación − Nuevas ideas	− Atención − Memoria − Motivación − Nuevas ideas
Tipo de conocimiento	− Declarativo − Procedimental	− Declarativo: Qué saber − Experimental: Por qué saber
Tipo de audiencia	Grupo de estudiantes	Grupo de estudiantes
Tipo de visualización	− Imágenes − Visualización interactiva	− Imágenes − Visualización interactiva

Figura 3 Adaptación del Marco de Visualización del Conocimiento

Para esta investigación se utilizaron dos grupos de sujetos como un subconjunto de la población de estudiantes del curso Cálculo Diferencial e Integral que se impartió en el Instituto Tecnológico de Costa Rica durante el primer semestre del 2008. Uno de ellos se tomó como grupo experimental y el otro como grupo control. Se trabajó en sobre la noción de límite y la noción de derivadas.

Las variables que se manejaron en la investigación se definen a continuación.

- **Variable independiente**: Visualización del conocimiento

Cuando nos referimos a visualización del conocimiento implica la utilización de componentes del marco general de visualización del conocimiento en la enseñanza de la matemática. La adaptación de este marco o estructura de visualización se presentó en la figura (3).

La visualización del conocimiento, fue operatizado por los dos medios de visualización que se utilizaron, como se muestra a continuación.

Variable independiente	**Operativización**
Visualización del Conocimiento	Imágenes
	Visualización Interactiva

- **Variable dependiente**: Aprendizaje de conceptos del cálculo diferencial e integral

Cuando nos referimos a aprendizaje de conceptos del cálculo diferencial e integral queremos decir explícitamente el dominio y noción de los conceptos de límites y derivadas de funciones en una variable.

Para evaluar el aprendizaje del concepto de límite fue subdividido en cuatro sub-variables que definimos a continuación:

Variable dependiente	Sub-variables
Aprendizaje del concepto de límite de una función (ACLF)	Reconocimiento de la existencia o no de límites unilaterales(RELL)
	Determinación de la existencia de límite en un punto dado(DELP)
	Reconocimiento y determinación de la existencia o no de límites al infinito(RELI)
	Análisis del comportamiento local de una función a partir de la existencia o no del límite(ACL)

El aprendizaje del concepto de derivada también fue subdividido en tres sub-variables que definimos a continuación:

Variable dependiente	Sub-variables
Aprendizaje del concepto de derivada de una función (ACDF)	Reconocimiento de la existencia de la derivada en un punto dado la gráfica(REDG)
	Determinación del signo de la derivada en un punto a partir de la gráfica de funciones(DSDG)
	Análisis del comportamiento local de una función a partir de la existencia o no de la derivada(ACLFAD)

Para la evaluación se utilizó una prueba experimental y posteriormente se realizó contrastes de las variables RELL, DELP, RELI, ACL y ACLF en el caso de la noción de límites y de las variables REDG, DSDG, ACLFAD y ACDF en el caso de la noción de derivada, para los grupos involucrados con el objetivo se medir si la utilización del marco de visualización del conocimiento mejora la comprensión de los conceptos de límites y derivadas.

Metodología

Utilización de las imágenes

Dado que la idea principal era manipular la variable independiente (Visualización del conocimiento) para ver su efecto y relación con la variable dependiente (Aprendizaje de los conceptos de límites y derivada).

En el grupo experimental se utilizaron tanto las imágenes como las unidades de visualización interactivas en las sesiones indicadas por el cronograma del curso, es decir, en el desarrollo tanto del tema de límites como de derivadas. En estos mismos temas en el grupo control el profesor utilizaba únicamente la pizarra y su desarrollo normal en la clase.

En el caso del uso de las imágenes, estas fueron colocadas en el aula, en lugares que se consideraron adecuados. Las imágenes se colocaban al inicio de cada clase, esto se mantuvo durante unas dos terceras partes del curso, es decir el último mes ya no fueron utilizadas. La figura 20 muestra la disposición de dos de las imágenes en la parte izquierda de la fotografía en una de las aulas utilizadas.

Figura 4 Disposición de las imágenes en la clase

Esta aula tenía ciertas características que la hacían más adecuada respecto a las otras, como el estilo de las paredes, las mesas y la iluminación. Además de mejores posibilidades para la ubicación de las imágenes.

Al inicio del semestre se partió con una sola imagen (la que permitía introducir la noción de límite), a la semana siguiente se colocó la otra imagen relacionada a la no existencia del límite. A lo sumo se mantuvieron dos imágenes en la clase, esto por cuanto se carecía de espacio adecuado. Por lo cuando se incorporó la tercer imagen, esta se sustituyó por una de las que estaban en uso. Se consideró sustituirla por aquella cuyo aporte al tema desarrollado no era significativo.

Utilización de las unidades de visualización interactiva

En cuanto a la visualización interactiva, es decir la utilización de las unidades de visualización interactivas, estas se utilizaron de acuerdo con el cronograma del curso, es decir la primer semana que correspondía a la introducción de límite de funciones, en estas semanas se utilizaron las que estaban relacionadas con este tema y así para las restantes. La figura 5 muestra el momento en que se utilizaba una de las unidades didácticas interactivas como complemento al trabajo desarrollado en la pizarra.

Figura 5 Implementación de unidades de visualización interactiva

Conclusiones y Recomendaciones

Algunas de las conclusiones más importantes que se obtuvieron fueron las siguientes:

1. Los resultados ofrecidos por la investigación nos indican que en la forma que se planteó la utilización de la visualización del conocimiento no evidenció mejora en la compresión de los conceptos definidos.
2. Tomando en cuenta la literatura relacionada con la visualización del conocimiento y el papel que ha jugado y juega la visualización en el pensamiento matemático, los resultados no parecen ser consistentes con lo planteado en estas dos áreas.
3. Esta inconsistencia en el resultado obtenido pudo deberse a los siguientes aspectos:
    a. El periodo que tardó la investigación fue un periodo relativamente corto(aproximadamente tres meses).
    b. El tamaño de la muestra pudo ser muy pequeña por lo que no permitió reflejar las diferencias.
    c. Los tipos de visualización no fueron los más adecuados o no cumplieron con los objetivos planteados previamente.
    d. Se requerían un número mayor de actividades que complementaran el papel de la visualización en la compresión de los conceptos definidos.

e. El instrumento de evaluación utilizado no discriminaba en forma precisa las mejoras en la compresión de ambos conceptos.

Algunas de las recomendaciones son las siguientes

1. Respecto al docente que desee utilizar el marco general de visualización del conocimiento, debe tener un conocimiento claro sobre el campo de la visualización del conocimiento, un dominio de los tipos de visualización y lo más importante estar convencido sobre el aporte que las representaciones visuales pueden ofrecer como apoyo a la enseñanza de la matemática.
2. El docente debe estar convencido que los elementos de visualización del conocimiento pueden jugar un papel importante en la definición de nuevas estrategias de aprendizaje que contribuyan positivamente a alcanzar un aprendizaje significativo, además debe estar convencido que el uso de múltiples representaciones visuales de un mismo concepto es lo que permite que el estudiantes se apropie de el.
3. En el caso del diseño de las imágenes, se debe hacer una evaluación preliminar antes de su diseño final, esto con el fin de verificar si la imagen realmente está comunicando lo planteado por el investigador, es decir, si la audiencia descodifica el mensaje y lo interpreta en forma adecuada.
4. En el caso particular de la enseñanza de la matemática se podría trabajar en la identificación y el diseño de imágenes que cumplan ciertos objetivos que se definen en la estructura o marco general de visualización, en particular en la perspectiva funcional por ejemplo si las imágenes llevan algún objetivo específico como llamar la atención de la audiencia, motivarla. Imágenes que permitan mejorar la coordinación o que generen discusión para la introducción de un tema.

Es importante puntualizar que las conclusiones vienen de los análisis cuantitativos, sin embargo en forma no tan sistematizada se realizaron algunas observaciones y entrevistas donde los estudiantes manifiestan en forma general que tanto el uso de imágenes como la utilización de visualización interactiva les brindó mucho apoyo en esta parte del curso.

Referencias

Burkhard, R. (2002). Learning from Architects Difference between Knowledge Visualization and Information Visualization . Proceeding of the Eighth Conference on Information Visualisation: IEEE, pp. 519-524. Obtenido el 7 de septiembre del 2007 de la base de datos IEEE Xplorer.

Burkhard, R. (2005). Knowledge Visualization. A dissertation submitted to the Swiss Federal Institute of Technology Zurich for the degree of Doctor of Sciences. Obtenido el 7 de Septiembre del 2007, de http://www.ia.arch.ethz.ch/files/publications/remo_burkhard/2005_burkhard_knowledge_visualization_dissertation_remo_burkhard.pdf

Burkhard, R., Meier, M. Smis, M. Allemang, J. & Honisch, L. (2005). Beyond Excel and Powerpoint: Knowledge Maps for the Transfer and Creation of Knowledge in Organization. Proceeding of the Ninth Conference on Information Visualisation: IEEE, pp. 76-81. Obtenido el 7 de septiembre del 2007 de la base de datos IEEE Xplorer.

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. Proceeding of the Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Obtenido el 7 de octubre del 2007, de http://pat-thompson.net/PDFversions/1999Duval.pdf

Eppler, M & Burkhard, R. (2004). Knowledge Visualization: Towards a New Discipline and its Fields of Application. Obtenido el 11 de abril del 2008, de http://www.bul.unisi.ch/cerca/bul/pubblicazioni/com/pdf/wpca0402.pdf

Figueras, O. (2005). Atrapados en la explosión del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Departamento de Matemática Educativa, México. Nuevo Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM. Obtenido el 6 de Junio del 2007, de http://www.ugr.es/local/seiem

Lazotti, L.(1982). Comunicación Visual y Escuela. Editorial Gustavo Gill.: México. Version castellano.

Knuth, D. (1985). Algorithmic Thinking and Mathematical Thinking. The American Mathematical Monthly, Vol. 92, No. 3. (Mar., 1985), pp. 170-181. Obtenido el 23 de octubre del 2007 de la base de datos Jstor.

Presmeg, N. (2005). Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. Emergence from psychology. Obtenido el 10 de abril del 2008, de http://merg.umassd.edu/projects/symcog/bibliography/pmeVisualizationFinalAPA.pdf

Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and Definitions for the Concept of Function. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 20, No. 4. (Jul., 1989), pp. 356-366. Obtenido el 23 de octubre del 2007 de la base de datos Jstor.